MUSEO
DELLA SCRITTURA

La divertente storia dei NUMERI

a cura di Rossella Giuntoli

Titivillus

MUSEO
DELLA SCRITTURA

La divertente storia dei numeri

a cura di Rossella Giuntoli

prefazione di Raffaella Grana

Titivillus

Museo della Scrittura
Via De Amicis, 34 – 56028 San Miniato Basso (Pisa)
Dal lunedì al sabato su prenotazione dalle ore 9.00 alle 13.00 e dalle 14.00 alle 18.00
In alcuni mesi dell'anno sono previste aperture anche la domenica pomeriggio.
Per informazioni o prenotazioni telefonare o inviare un fax ai seguenti numeri:
tel. 0571 42598 – fax 0571 403324 e-mail: *museo.scrittura@comune.san-miniato.pi.it*
oppure consultare il sito internet del Museo: *www.comune.san-miniato.pi.it/ospiti/scrittura/home.htm.*

Idea, progettazione e coordinamento: Roberto Cerri
Allestimento: Rossella Giuntoli
Realizzazione degli oggetti: Fabricanova e Digital Mody
Grafica pannelli esplicativi: Titivillus Mostre Editoria
Realizzazione pannelli esplicativi: Tipografia Stilgrafica, Ponte a Egola (PI)
Collaborazione alla progettazione: Rossella Giuntoli, Adriano De Stefani
Fotografie di Rossella Giuntoli, Vanina Viegi ed Andrea Guerrieri
Stampa: Tipolitografia Bongi, San Miniato (PI)

Si ringraziano per la gentile collaborazione la Scuola Elementare di Fauglia, le Scuole Elementari e Medie di San Miniato Basso e la Scuola Elementare di San Donato.
Si ringraziano inoltre la Regione Toscana per il contributo finanziario concesso e la Provincia di Pisa.

INDICE

Prefazione
di Raffaella Grana

La nuova sezione illustrata in questa piccola guida è dedicata alla *Storia dei numeri* ed è allestita all'interno di un originale Museo dedicato alla didattica della storia della scrittura il cui obiettivo principale è quello di spiegare l'uso degli oggetti e dei supporti che hanno caratterizzato la scrittura nel corso dei millenni (dalle tavolette d'argilla dei Sumeri alle macchine da scrivere della Olivetti, fino ai primi personal computer, anche questi non a caso infilati dentro una teca e trasformati in "reperti").

Il progetto originale, nato nel 1998 da un'idea di Roberto Cerri e di Annamaria Vezzosi, trasferito nell'attuale sede di San Miniato Basso nel 1999 (secondo un progetto di riuso di ex capannoni industriali diretto e coordinato dall'Ufficio Lavori Pubblici del Comune di San Miniato), è cresciuto in attività e presenze fino a raggiungere in questi ultimi anni una media per ciascun anno scolastico di circa 5.000 ragazzi e di circa 200 classi scolastiche, provenienti in maniera diversificata da tutte le province della Regione Toscana e anche da alcune località extra-regionali (Emilia-Romagna, Liguria).

Il Museo della Scrittura costituisce una struttura di carattere divulgativo, pienamente inserita nell'ambito dei nuovi musei pensati per i bambini ed i ragazzi, collegata al settore dei musei scientifici, orientati a rispondere in maniera qualificata alla domanda di turismo scolastico che per fortuna sta crescendo anche nel nostro Paese.

Entrando nel merito, non c'è dubbio che la nuova sezione, riccamente illustrata in questa bella guida curata da Rossella Giuntoli (cui va tutto il ringraziamento dell'Amministrazione comunale), non solo vuole ripercorrere la storia delle antiche numerazioni, ma ampliare la storia stessa della scrittura, che è comparsa insieme ai segni che indicavano la quantità degli oggetti da scambiare o semplicemente da conservare.

Il percorso è stato ideato da Roberto Cerri e Rossella Giuntoli, con la collaborazione di Annamaria Vezzosi. Esso intende rispondere a domande del tipo: quando e con quali strumenti l'uomo ha cominciato a contare? E come si scrivevano i numeri nell'antica Mesopotamia o nell'antico Egitto? Da chi, dove e quando sono stati inventati i numeri che usiamo oggi? Come sono giunti a noi? Domande solo apparentemente semplici, ma in realtà dense di significato e di valenza conoscitiva.

E ancora. L'impiego dei numeri sembra una abilità così ovvia per gli uomini di oggi da venir considerato un atteggiamento naturale o spontaneo, così come il camminare o il parlare. In realtà non si è sempre contato e calcolato come facciamo noi adesso, né scritto le cifre allo stesso modo.

La storia dei numeri e della loro grafia, la storia delle caratteristiche del calcolo (sia di quello scritto che di quello "mentale") costituiscono una complessa invenzione collettiva, avviata molti millenni fa e destinata a continuare fino a quando l'umanità popolerà la terra.

Per questo la storia dei numeri e del calcolo coinvolge tutte le antiche civiltà, dalla Mesopotamia all'Egitto, dal Mediterraneo all'India e alla Cina; per questo si "produce matematica" (in forme sempre più complesse) in tutte le parti del mondo.

Naturalmente sulla matematica come "scienza in divenire e dotata di storia" la scuola riflette poco; anche perché la matematica si fa già fatica ad impararla così com'è, figuriamoci se si trova la voglia di pensarla come "divenire" (e i programmi scolastici non incoraggiano certo questa riflessione). La nostra sezione vuole invece porre l'attenzione proprio su questo aspetto "evolutivo" per far capire ai ragazzi (senza per altro annoiarli) come la matematica costituisca un'invenzione o una scoperta (a secondo degli approcci) dotata di storia e proiettata in maniera dinamica e aperta verso il futuro.

L'altro aspetto che la sezione intende illustrate è quello legato all'evoluzione del linguaggio e della grafia dei numeri con la tendenza della matematica a diventare un linguaggio universale, condiviso da tutti i popoli, indipendentemente (o quasi) dai sistemi culturali e valoriali.

Dato il taglio didattico del Museo della Scrittura, il visitatore potrà apprendere la storia delle antiche numerazioni e le varie regole ad esse connesse per metterle subito in pratica. Il visitatore (ragazzo o adulto che sia) è chiamato a diventare protagonista attivo del percorso conoscitivo, attraverso la partecipazione a giochi storici e logico-matematici. Questo perché l'approccio ludo-educativo mi pare costituisca la modalità più adatta all'apprendimento di questa materia. L'obiettivo della sezione è quello di rendere divertente e facile da imparare la storia dei numeri e alcuni concetti e proprietà che ad essi sono collegati. La nostra massima soddisfazione infatti è quella di vedere i ragazzi che apprendono giocando e partecipando alle situazioni che il museo offre loro, dimenticandosi del tempo che passa e brontolando quando i loro insegnanti o i loro genitori vorrebbero riportarli in classe o a casa.

Anche questa nuova sezione del Museo si rivolge in primo luogo al mondo della scuola, ma in particolare a quella primaria e alla scuola secondaria inferiore.

Con la scuola, con gli insegnanti, con le stesse famiglie il Museo intende collaborare e attivare rapporti e relazioni di reciproco interesse, presentandosi come un luogo di intrattenimento educativo ed un vero e proprio laboratorio interattivo dove si impara facendo e divertendosi.

Insieme alla spiegazione dei concetti, la nuova sezione consente ai ragazzi e agli insegnanti di sviluppare un percorso anche tattile per riprodurre i gesti antichi che dettero origine al mondo dei numeri. Contestualmente è possibile giocare coi numeri antichi e realizzare esperienze formative che trasmettano ai giovani l'idea che la matematica e il mondo dei numeri non sono costituiti solo di elementi astratti, ma anche di aspetti concreti e pratici.

Gli oggetti presenti nel percorso (con esclusione dei giochi di origine storica) sono stati individuati ed in alcuni casi elaborati da Roberto Cerri e Rossella Giuntoli e sono stati realizzati dalla Cooperativa empolese Fabricanova e dalla Digital Mody di Piero Ghiozzi e di Salvatore Cavallo. Tutti hanno fatto un lavoro veramente straordinario. Per questo meritano un vivo ringraziamento a nome dell'Amministrazione comunale.

Un ulteriore ringraziamento va infine alla Regione Toscana per il contributo finanziario che ha concesso al nostro Comune per costruire questa nuova sezione.

Introduzione
di Rossella Giuntoli

Il Museo della Scrittura, nato nel 1998 da un'esposizione temporanea e divenuto oggi un costante punto di riferimento per la scuola primaria e secondaria inferiore, viene accresciuto ora con una nuova sezione dedicata alla storia dei numeri. Si tratta di un ampliamento, ma anche un ulteriore approfondimento della storia della scrittura, in quanto i primi segni di scrittura sono comparsi proprio accanto ai primi segni che indicavano quantità, per specificare la tipologia delle merci scambiate.

Nel procedere all'allestimento di questa nuova sezione si è voluta mantenere la chiave didattica, già presente nello spazio dedicato alla scrittura; l'intento è quello di rendere la storia dei numeri più affascinante e più facile da apprendere, visto che questa materia è spesso poco amata dagli alunni di ogni età. Anche in questo caso il visitatore sarà protagonista attivo dell'esposizione: avrà infatti la possibilità di apprendere la storia delle antiche numerazioni e le regole di calcolo, per poi metterle in pratica; di osservare il passaggio dall'Oriente all'Occidente delle cifre indiane attraverso gli Arabi ed approfondire il ruolo di Leonardo Fibonacci detto 'Pisano'.

Sarà possibile inoltre provare con mano alcuni giochi di percorso ideati nell'antichità, che continuano ad essere diffusi ancora oggi: giochi di percorso inseriti nell'allestimento perché abbinano numeri e casualità.

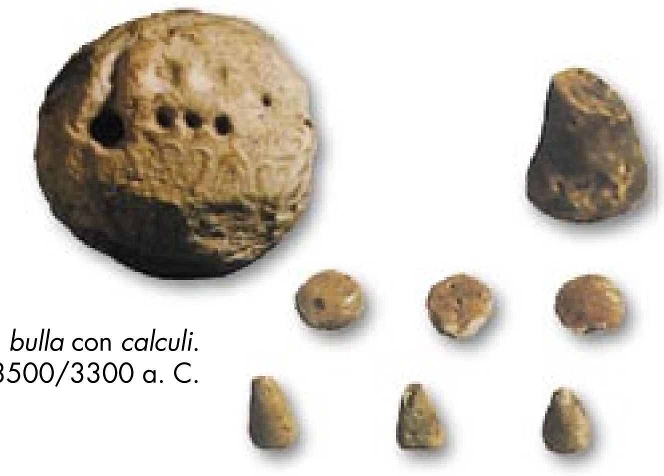
Questo testo è una guida della nuova sezione e vuole essere innanzitutto un supporto didattico per la visita, ma anche un successivo strumento di approfondimento per tutti quegli insegnanti delle scuole primarie e secondarie inferiori che visiteranno il Museo. Il testo segue il percorso descritto nei pannelli didattici ed illustra così i punti salienti della storia dei numeri, del loro sviluppo e della loro diffusione nel corso dei millenni. Contiene inoltre informazioni relative alle regole dei giochi storici e logico-matematici presenti nel percorso espositivo, oltre che un interessante apparato fotografico ed illustrativo. Per gli insegnanti sarà possibile prendere in esame anche i testi elencati nella bibliografia. La guida conta di arricchirsi e di venire integrata nel tempo anche in base ai suggerimenti ed alle osservazioni di coloro che verranno a visitare il Museo.

P. S.
Questo lavoro è tutto per Michele.

LE BULLE

In Mesopotamia, sono stati trovati cilindri, coni e sfere di piccole dimensioni, chiamati *calculi*.
Nel 3500 a. C., i responsabili dell'amministrazione usavano i *calculi* per i loro conteggi. Per registrare una certa quantità di oggetti prendevano i corrispondenti *calculi*, li mettevano in una sfera d'argilla, la *bulla*, con un diametro di circa sette centimetri, e facevano scorrere uno o due sigilli su tutta la superficie, rendendone così impossibile la contraffazione.
La *bulla* veniva conservata poi in appositi archivi. Il metodo era poco pratico perché, in caso di verifica, era necessario rompere la sfera, contare i *calculi*, ricostruire la *bulla* ed archiviarla di nuovo.
Dal 3300 a. C. i contabili cominciarono a simboleggiare i *calculi* con rappresentazioni di forme e grandezze diverse incise sulle pareti esterne della *bulla*.
Non era quindi più necessario rompere la *bulla*.
A partire dal 3250 a. C. le bulle furono sostituite da pani di argilla su cui erano impresse le informazioni prima rappresentate sulle sfere. Anche su questi pani veniva confermata l'impronta del sigillo che ne dimostrava l'autenticità.
Gli oggetti erano indicati solo come quantità e non da segni che ne specificassero la natura.

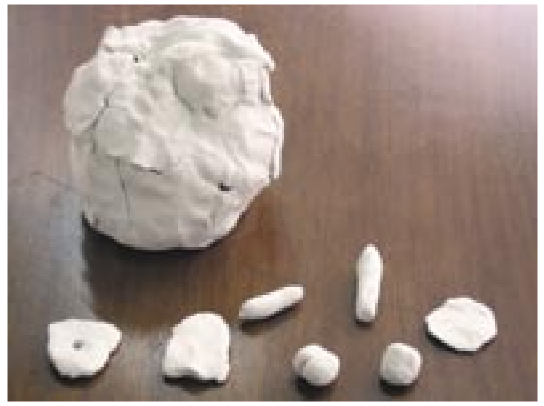
La qualità delle transazioni commerciali registrate dalle *bulle* doveva essere segnalata dalle impronte lasciate sui sigilli.
Per questo fu ideato il metodo di tracciare segni su tavolette di argilla, segni che in un primo momento erano comprensibili solo a chi li aveva tracciati.
La prima esigenza fu quindi di creare una forma di scrittura della qualità e quantità condivisa da tutti.
Comparvero quindi dal 3000 al 2900 a. C. ai lati dei marchi incisi i primi segni di scrittura, che specificavano gli oggetti che erano registrati.



Esempio di *bulla* con *calculi*.
3500/3300 a. C.

RIPRODUCIAMO LE ANTICHE BULLE

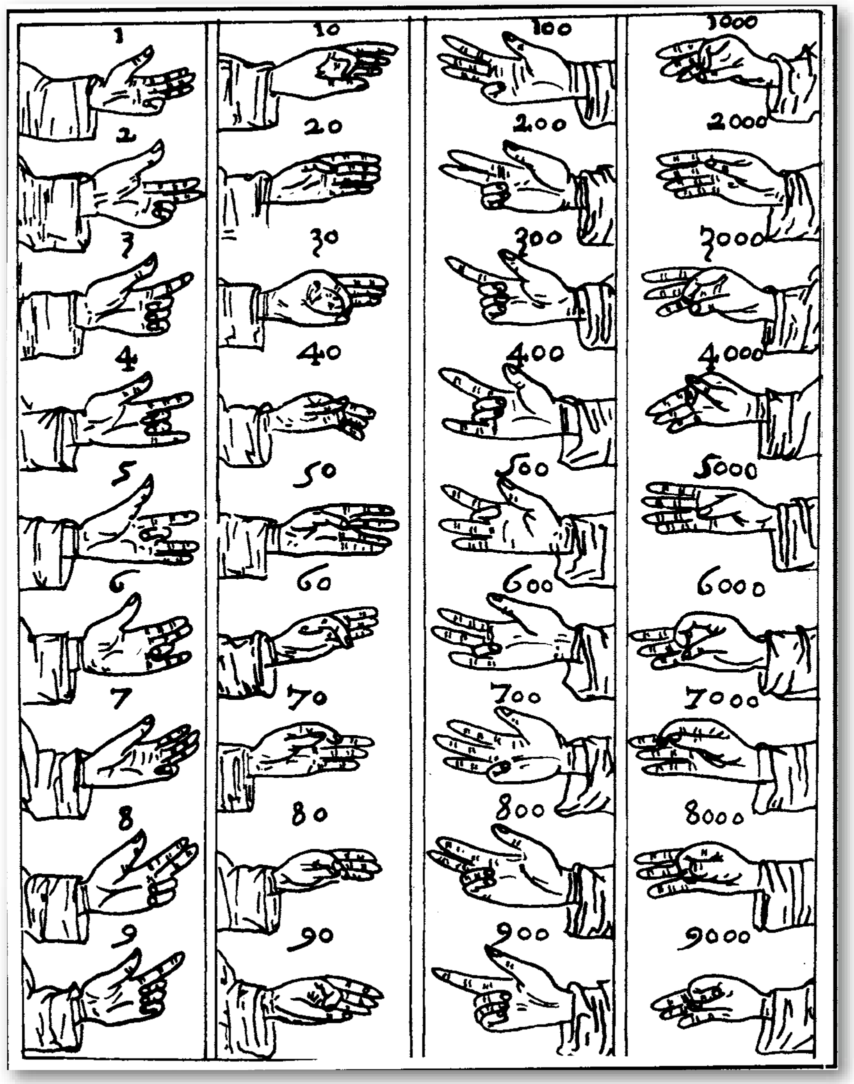
I ragazzi hanno a disposizione dell'argilla e dei bastoncini appuntiti per cimentarsi nella riproduzione della *bulla* e dei *calculi*.



CONTARE CON LE MANI

Le dita delle mani sono da sempre il più semplice metodo per contare e costituiscono molto probabilmente il primo strumento usato dall'uomo preistorico per calcolare. Molte delle antiche civiltà hanno adottato il calcolo con le mani come modo di contare e di questo abbiamo testimonianze archeologiche provenienti dall'antico Egitto. Gli antichi romani avevano l'abitudine di utilizzare procedimenti di conteggio con le mani negli affari quotidiani e questo è testimoniato da un gran numero di tessere numeriche.
Ognuna di esse portava generalmente, su una faccia, la rappresentazione della tecnica a mano numerica, sull'altra, la relativa traduzione in cifre romane del valore corrispondente.

L'uso delle mani ha lasciato una traccia importante e ben visibile nella rappresentazione dei numeri: infatti, il numero delle dita ha evidentemente condizionato la scelta della base decimale prevalentemente utilizzata.
Alcune popolazioni, in molte regioni dell'Asia, hanno continuato ad usare il calcolo a mano fino ad oggi. Ma non solo. Anche in Occidente, fino a non più di quattrocento anni fa l'uso del calcolo a mano era così diffuso tra i dotti europei, che un manuale di aritmetica non veniva considerato completo, se non ne conteneva dettagliate spiegazioni.



Un conto manuale particolare tratto da Luca Pacioli, 'Summa de Arithmetica, Geometria, proportioni e proporzionalità (Venezia, 1494).

Particolare conto manuale tratto da Jacop Leopold 'Theatrum Arithmetico Geometricum' (Germania, 1727).

LE TACCHE

Le ossa intagliate, che hanno lasciato gli uomini preistorici, sono i più antichi oggetti utilizzati come supporto alla nozione del numero. Il più antico esempio è costituito da un osso di lupo con 55 tacche, trovato nel 1937 a Vestonice (Repubblica ceca), che risale a 30000 anni fa.
Le 55 tacche sono disposte in due serie: 25 nella prima e 30 nella seconda. All'interno di ciascuna serie le intaccature sono distribuite in gruppi di 5. L'osso probabilmente serviva ad un pastore: la sera doveva verificare se tutti gli animali erano rientrati. È presente quindi la corrispondenza biunivoca tra l'insieme delle tacche e l'insieme di oggetti cui si riferisce, oltre che il concetto di base per un sistema di numerazione. Ancora non molto tempo fa, il metodo era usato in Francia nelle panetterie di campagna per la vendita a credito del pane. Due listelle di legno, dette *tailles*, di cui una restava al fornaio e l'altra era consegnata all'acquirente, venivano contemporaneamente intagliate quando il cliente prendeva il pane. Il conto e il pagamento si effettuavano ad una data fissa. Nessuna contraffazione e contestazione era possibile. Questo sistema serviva ancora, agli inizi dell'Ottocento, in Inghilterra, per attestare il pagamento delle imposte, per registrare le entrate e le uscite di denaro. La pratica dell'intaglio è servita anche per garantire i contratti.

Ossa intagliate provenienti dalla grotta di Kulna (Moravia), 30.000-20.000 a. C. (in basso)
Osso proveniente dalla grotta di Pekarna (Moravia), 19.000-12.000 a. C. (in alto)
Riproduzioni.

IL QUIPU

Gli Incas, il cui impero comprendeva Bolivia, Ecuador, Perù registravano i numeri attraverso un sistema di cordicelle dette del *quipu* (nella loro lingua *nodo*).
Il *quipu* era costituito da una corda principale, a cui erano attaccate cordicelle multicolori, lunghe circa mezzo metro, più sottili e riunite in molteplici gruppi, legate, a intervalli regolari, da diversi tipi di nodi.
Ad ogni livello, dal basso verso l'alto, corrispondeva una potenza di dieci in ordine crescente, mentre il numero dei nodi praticati ad un certo livello indicava il numero di unità del valore relativo al livello.
I *quipu* potevano servire alla rappresentazione di fatti liturgici, cronologici o statistici ed erano utilizzati come mezzo di trasmissione dei messaggi.
Certi colori esprimevano oggetti concreti ed idee astratte (il bianco indicava l'argento o la pace, il giallo l'oro, il rosso il sangue o la guerra).
I *quipu* erano utilizzati dai funzionari pubblici, detti *quipucamayoes* (guardiani dei nodi), per registrare questioni anagrafiche, come nascite e morti, e fiscali, come l'inventario delle diverse risorse.

I *quipu* servivano anche per eseguire addizioni: ogni addendo veniva rappresentato su una cordicella; la cordicella sulla quale rappresentare la somma, tenendo conto dei riporti, era legata a quelle singole egli addendi.

Rappresentazione del numero 342 su una cordicella con il metodo del quipu inca.

LE BASI NUMERICHE

Alle origini del contare ci fu la distinzione tra più e meno. Da questa si sviluppò un semplice sistema di calcolo, poi diversi metodi di registrazione, alcuni anche complessi, come il *quipu* presso gli Incas. In origine si era affermato un sistema numerico orale fondato sull'idea di una base che permettesse l'ordinamento dei numeri in appositi gruppi. L'invenzione di un sistema di simboli che rappresentasse numeri diversi fu quindi solo questione di tempo.
I numeri 2, 3 e 4 possono essere serviti come basi più antiche e più semplici. Gli antropologi hanno individuato alcuni gruppi dell'Africa centrale che ancora utilizzano una base binaria rudimentale. Oralmente i numeri procedono così: uno, due, due e uno due di due, molti. Si pensa venissero usati sistemi simili, che avevano come base il 3 o il 4, da comunità indigene del Sudamerica.

CONTARE IN BASE 2

Fu scoperto un tipico esempio di calcolo in base 2 presso un gruppo di aborigeni australiani. Questo sistema diventava meno efficiente quanto più lunghe erano le parole-numero. Una versione del sistema in base 2 fa uso di speciali parole per il 3 e il 4, in modo che il 6 e l'8 diventino 'due volte tre' e 'due volte quattro'. Entrambe le versioni del sistema per contare in base due furono scoperte in Africa, in Australia meridionale e in Sudamerica.

CONTARE IN BASE 10

Questo sistema per contare è quello che ha avuto maggiore diffusione, probabilmente in relazione alla sua associazione all'uso delle dita. Anche l'etimologia delle parole-numero nel sistema in base 10 può chiarire lo stretto rapporto tra il sistema per contare e le mani.

CONTARE IN BASE 60

Le origini della base sessagesimale, sviluppatasi in Mesopotamia, non possono essere fatte risalire alla fisiologia umana. La base sessagesimale resta viva ancora oggi nella misurazione del tempo e degli angoli. Esisteva anche un'altra base (duodecimale, o in base 12), che è stata mantenuta, per le grandezze astronomiche: il numero delle ore di un giorno e il numero dei mesi lunari in un anno.
Altri residui di questa base si trovano nelle unità di misura britanniche (12 pollici=1 piede) o in certe monete fuori corso (12 pence=1 scellino).

IL GIOCO DELLE BASI

Si può capire il concetto di base utilizzando degli oggetti che hanno caratteristiche simili alla base stessa.
Ad esempio, il cerchio per la base 2, il triangolo per la base 3, il quadrato per la base 4, il pentagono per la base 5. In questo modo si ha la possibilità di visualizzare il concetto della base.
I ragazzi hanno la possibilità di infilarli in 4 aste colorate e di formare numeri complessi.

IL BRAILLE

Il Braille è un codice di scrittura binario con sei posizioni; ognuna delle sei possibilità di ogni sezione presenta o no un rilievo.
Questo dà 2 alla sesta – 1 = 63 differenti simboli che sono usati per l'alfabeto, per le parole più comuni, per le coppie di lettere, per la punteggiatura.

I numeri in Braille

1	2	3	4	5
6	7	8	9	0

Il segnanumero: #

I segni matematici

+	-	x	:	=
(	)	[	]	{
}	>	<	°	%

IL WARI

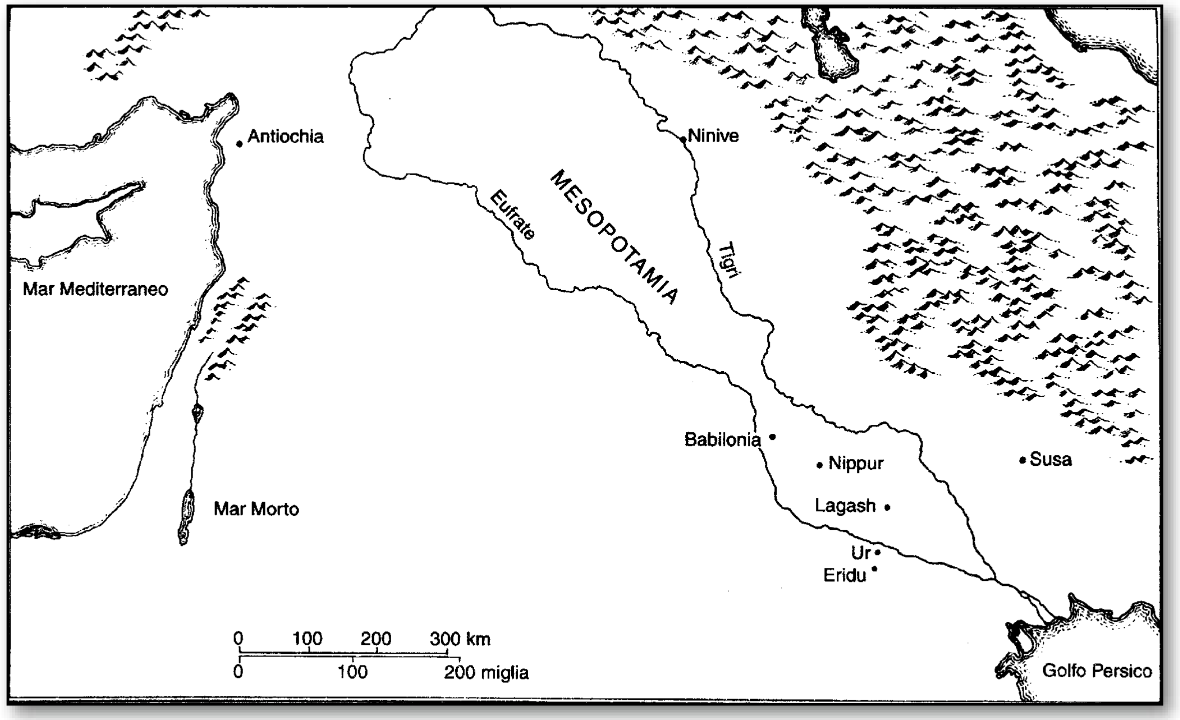
È un antichissimo gioco ed è noto in Africa anche con il nome di Mancala o Kalaha. È stato giocato per migliaia di anni nell'antico Egitto, dove ne sono stati trovati esempi durante gli scavi archeologici.
Il gioco si è diffuso poi in Asia, dove gli Arabi hanno apportato alcune varianti alla versione originale.
Il principio è quello delle buche nelle quali si distribuiscono un certo numero di semi.

Ogni giocatore ha 24 "semi" o sassolini che dispone nelle sei buche piccole in numero uguale (le buche grandi servono come "depositi" per tenerci i semi raccolti).
A turno ognuno dei due giocatori prende i semi da una qualsiasi delle proprie buche e "semina" i semi in senso antiorario, uno per ogni buca.
Quando l'ultimo seme cade in una buca dell'avversario dove si trovano uno o due soli semi, il contenuto di queste buche viene raccolto e questo viene fatto anche con le buche precedenti, ma solo se contengono uno o due semi.
Turno dopo turno, ogni giocatore vuota totalmente una delle buche del suo campo e distribuisce i semi uno per uno nelle buche seguenti, in senso antiorario per non saltare alcuna buca.
Quando un giocatore mette il suo ultimo seme in una buca della fila dell'avversario, se questa buca contiene ormai due o tre semi, egli si impadronisce del suo contenuto.
Perde il giocatore che non ha più semi nelle sue buche.
Vince chi ha raccolto più semi.

LA STORIA DELLA MESOPOTAMIA

La Mesopotamia vide fiorire, intorno al 3500 a.C., la civiltà dei Sumeri.
Essi fondarono molte città-stato, tra cui Ur, Nippur e Lagash: realizzarono un sistema di irrigazione, svilupparono leggi e metodi di amministrazione, perfino il servizio postale. Il commercio era la loro attività principale. Questo li metteva in contatto con le popolazioni vicine. I villaggi si confederarono in piccoli Stati, il cui centro era costituito dalla città più importante, dove risiedevano i capi politici e militari. La crescente rivalità tra le città impedì la costituzione di un unico Stato.
Intorno al 2300 a.C. gli Accadi, tribù semitiche nomadi, invasero l'area e la loro cultura più arretrata si mescolò a quella più avanzata dei Sumeri. Questi ultimi però si ribellarono e nel 2100 a.C. tornarono al potere.
I Babilonesi, popolo semitico, invasero a loro volta la Mesopotamia e sconfissero i Sumeri intorno al 2000 a.C. La loro capitale fu stabilita a Babilonia. Fu il re Hammurabi, attivo intorno al 1790 a. C., a conferire al nuovo Stato il prestigio di grande potenza militare, economica e culturale.
Dopo alcuni secoli di predominio, Babilonia subì le minacciose attenzioni prima degli Ittiti, poi degli Assiri. Gli Assiri sconfissero Babilonesi ed Ittiti: il re Tiglath-pileser fondò il proprio Stato nel 1100 a. C., con capitale Assur. L'apogeo dell'impero assiro venne toccato con il re Assurbanipal, che nel 660 spostò la capitale a Ninive.
Babilonia riuscì a sconfiggere Ninive nel 612 a. C. e riconquistò il predominio politico e culturale nell'intera area mesopotamica.

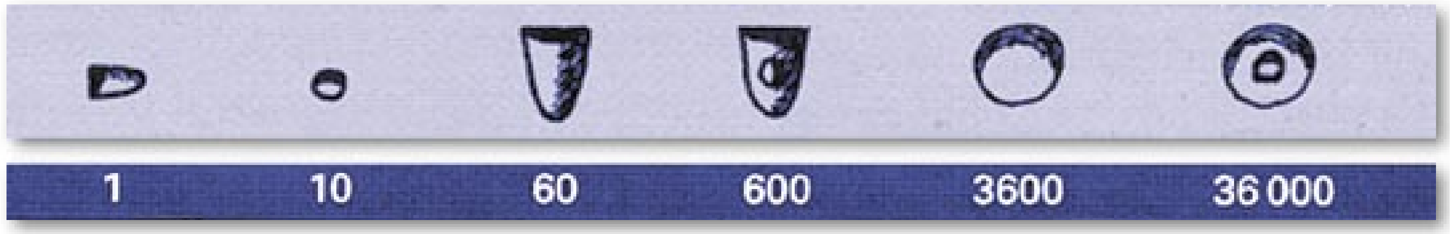
I testi su cui si basa la conoscenza della matematica babilonese appartengono a due periodi diversi: la maggior parte è contemporanea alla dinastia di Hammurabi (1800-1600 circa), il resto risale al periodo dei Seleucidi, cioè agli ultimi tre secoli a.C.
I testi matematici si possono classificare in due gruppi principali: testi contenenti tavole e testi contenenti problemi. La seconda classe riguarda più o meno direttamente la formulazione o la soluzione di problemi algebrici o geometrici.
Molti calcoli su tavolette sono senza dubbio testi scolastici, esercizi svolti da apprendisti scribi. Le tavolette conservano la stessa tavola di moltiplicazione sul recto e sul rovescio. Molte tavole matematiche contenevano riferimenti a pesi e misure.



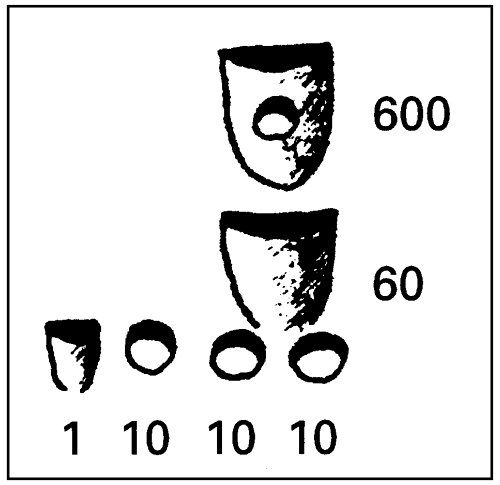
Carta geografica della Mesopotamia

IL SISTEMA NUMERICO DEI SUMERI

I Sumeri adottarono la numerazione sessagesimale, costruita sulle basi alterne 10 e 6 e si basarono sulla progressione 1 - 60 - 600 - 3600 - 36000. Essi attribuirono un segno grafico diverso solo ai numeri 1, 10, 60, 600, 3600, 36000.
La loro svolta cruciale consistette nell'abbandonare il metodo della corrispondenza biunivoca, per arrivare alla rappresentazione di quantità tramite cifre astratte.



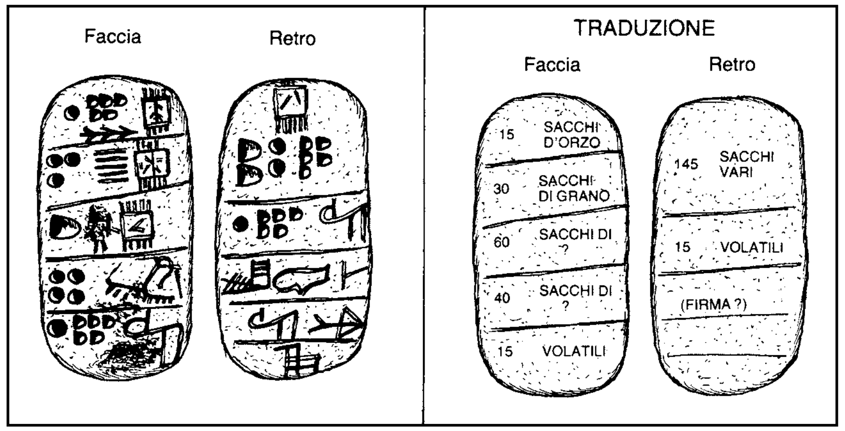
Rappresentazione arcaica delle cifre base della numerazione sumerica.



Il numero 691 scritto in sumerico.

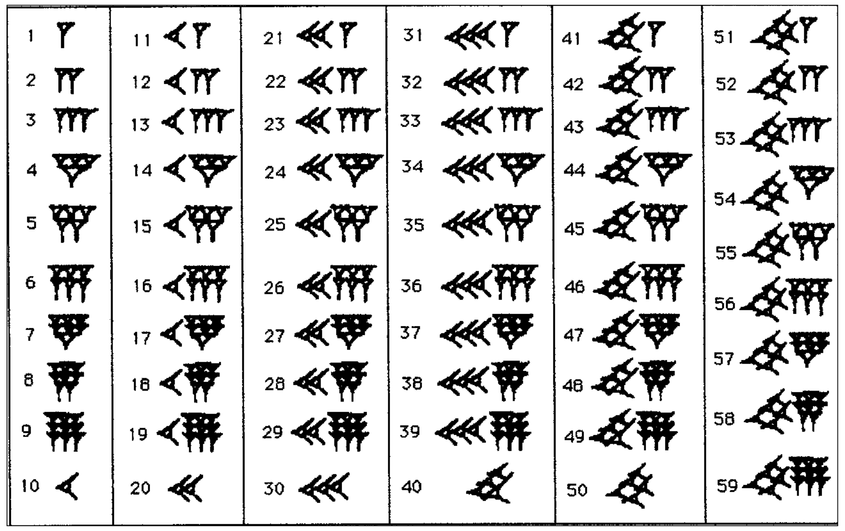
L'unità semplice era rappresentata da una tacca sottile, la decina da una piccola impronta circolare, la sessantina da una tacca spessa, il numero 600 da una combinazione della tacca grande e del cerchietto, il numero 3600 da una grossa impronta circolare e infine il numero 36000.
La numerazione sumerica era basata sul principio additivo: per rappresentare un numero i contabili dovevano ripetere le cifre che avevano a disposizione tante volte quanto era necessario e sommare poi il loro valore.
La posizione delle cifre all'interno del numero non aveva alcuna importanza, perché queste mantenevano sempre lo stesso valore, in qualsiasi sequenza erano scritte.
Questa è la differenza fondamentale tra la notazione sumerica e la nostra: infatti la posizione delle cifre è per noi fondamentale per determinarne il valore.
Il problema della numerazione additiva era la sua scarsa praticità: per rappresentare numeri grandi è necessaria una quantità molto elevata di segni (per scrivere 3599, ad esempio, ne occorrono 28).

Distinta sumerica scoperta a Uruk (2850 circa a. C.)



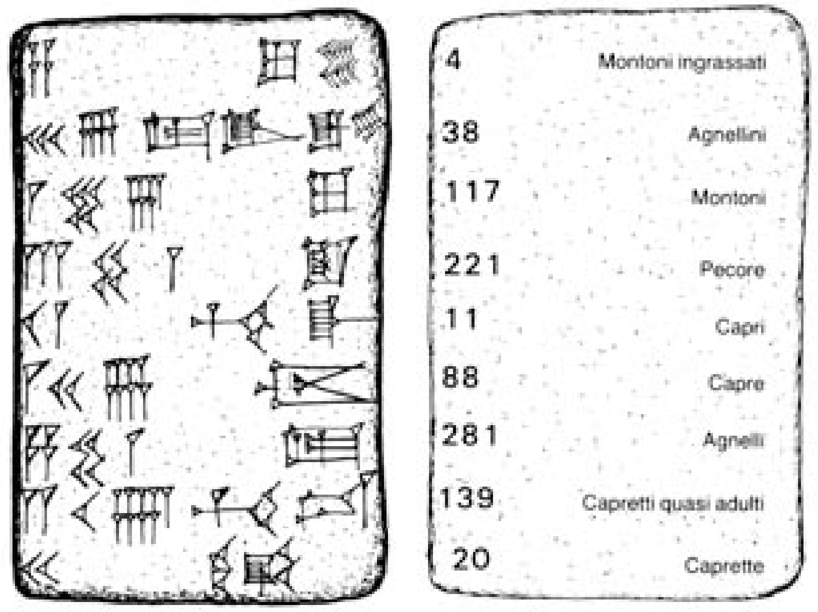
I BABILONESI

Le difficoltà della numerazione sumerica sono state affrontate e risolte dai matematici babilonesi. Intorno al 200 a.C. questi ultimi hanno inventato la numerazione posizionale: il valore delle cifre veniva determinato dalla loro posizione nella scrittura dei numeri. I Babilonesi rappresentavano solo due numeri (1 e 10), invece dei sei dei Sumeri. Con uno stilo sull'argilla tracciavano il chiodo e la coda di rondine, che indicavano 1 e 10. I numeri da 1 a 59 erano rappresentati in maniera additiva, ripetendo ognuno di questi segni quante volte era necessario.
I Babilonesi usavano il sistema additivo numerico solo per i numeri bassi ed il principio posizionale per le cifre oltre il 60. La combinazione dei due sistemi portava inevitabilmente ad errori. Il sistema di numerazione babilonese differiva dal nostro sia per la natura della base (60 invece di 10), sia per la modalità di formazione delle cifre. La nostra numerazione, possiede 9 cifre distinte più lo zero; quella babilonese, essendo a base sessagesimale, avrebbe dovuto averne 59, invece ne aveva solo due: 1 e 10.



I numeri da 1 a 59 scritti in babilonese.

Tavoletta datata al 2000 circa a.C.
Traduzione di Dominique Charpin.



Sembra che in un primo tempo i Babilonesi non possedessero un simbolo per lo zero. Talvolta però lasciavano uno spazio vuoto dove lo volevano intendere.
Nel terzo secolo a.C. fu introdotto un simbolo, formato da due cunei obliqui, per indicare un posto vuoto: non risolse tutte le ambiguità, perché veniva usato per posizioni vuote intermedie e mai alla fine della sequenza. Indicava che nel numero rappresentato mancava una potenza di sessanta. Della notazione sessagesimale rimangono tracce ancora oggi nella suddivisione dell'ora in minuti, dei minuti in secondi e nella suddivisione degli angoli.
Anche il sistema di pesi dei Babilonesi era in base sessagesimale: un siclo (8,36 g) era 1/60 di una mina (502 g), che a sua volta era 1/60 di un talento.
Con questo tipo di numeri era molto più facile registrare le frazioni dell'intero (anziché 1/5 si poteva scrivere 12 dopo le unità).

IL GIOCO DEI MINIMI, DEI MASSIMI E DEI MEDI

I ragazzi hanno la possibilità di utilizzare una struttura con quattro barre verticali, nelle quali sono inseriti tre cubi. I cubi presentano quattro facce a vista con i numeri scritti in cuneiforme, possono ruotare e prmettono di comporre una serie di numeri e di trovare il numero più grande, più piccolo e interemedio.

LA SPESA DEL BABILONESE

I ragazzi hanno a disposizione un tavolo magnetico con delle carte, anch'esse magnetizzate, che riportano i numeri in cuneiforme e nomi di animali e di cibo anch'essi in cuneiforme. è possibile fare degli abbinamenti e verificarli con la legenda sottostante.

PEZZO DI PANE		UCCELLO	
PALMA DA DATTERI		MAIALE	
ORZO		FRUTTETO	
MUCCA		BUE	
PESCE		VASO	

IL GIOCO DEI PIANETI

Il gioco è costituito da due aste metalliche e da un piano con due sostegni laterali rialzati per le aste metalliche, entrambe oblique. Le buche sul piano corrispondono ai pianeti. Sulle due aste viene posta una pallina. Le due aste si possono allargare e consentono di far scivolare la pallina, il più velocemente possibile, verso la buca più vicina al giocatore, che rappresenta il pianeta Plutone.
Gli altri pianeti sono, da Plutone verso l'alto, Nettuno, Urano, Saturno, Giove, Marte, la Terra, Venere e Mercurio.

IL GIOCO REALE DI UR

Il Gioco Reale di Ur è stato ritrovato nel 1922 durante gli scavi della città di Ur ed è conservato attualmente al British Museum di Londra. Lo scopo del gioco è di spostare le proprie sette pedine lungo le venti caselle seguendo due percorsi differenziati. È possibile giocare due per volta o dividersi in due gruppi.
Ogni giocatore o ogni gruppo utilizza 7 pedine, per un totale di 14 (7 bianche e 7 nere) e due dadi ciascuno o per ogni gruppo. I dadi sono a forma di piramide con base triangolare con due spigoli colorati e due neutri. Il valore dei dadi lanciati è il seguente:
1 apice colorato verso l'alto è uguale a 1 punto.
2 apici colorati verso l'alto sono uguali a 2 punti.
3 apici colorati verso l'alto sono uguali a 3 punti.
0 apici colorati verso l'alto sono uguali a 4 punti.
4 apici colorati verso l'alto sono uguali a 5 punti.

Ciascuna casella può contenere pedine delle stesso giocatore. Le caselle che contengono la rosetta sono fortunate, perché consentono un altro tiro di dadi, che il giocatore può utilizzare per muovere la stessa pedina. Le caselle utilizzate da entrambi i giocatori sono le caselle 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13 e 14.

Quando una pedina arriva in una di queste caselle, se già occupate da una o più pedine avversarie, deve ritornare alla casella 1. Questo è possibile solo tra le pedine che si trovano nella stessa condizione, ad esempio pedine che salgono.
Sarebbe opportuno quindi capovolgere le pedine che stanno scendendo.
Se il numero dato dal lancio dei dadi impedisce qualsiasi mossa alle pedine di un giocatore, questo perderà il turno. Per far uscire una pedina dal tavoliere, i dadi devono dare il numero esatto corrispondente al numero di caselle da percorre per uscire più uno. Se nella casella 8 (con la rosetta) si trovano più pedine in uscita, esse usciranno tutte contemporaneamente se il numero dato dai dadi sarà 4.

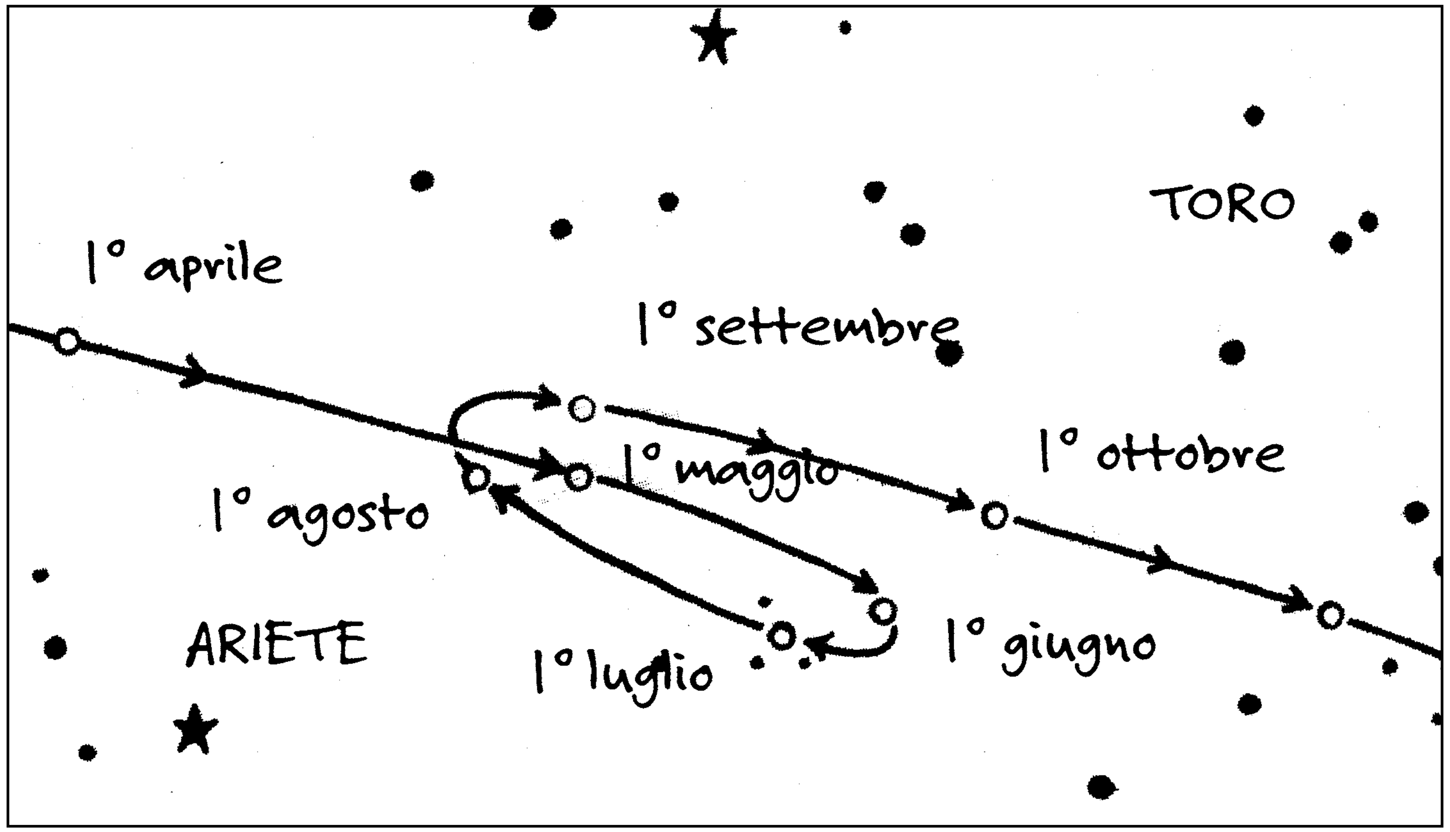
Riproduzione e rielaborazione del *gioco reale di Ur.*

L'ASTRONOMIA PRESSO I BABILONESI

I Babilonesi basarono il loro calendario sulle osservazioni dei cicli lunari. I calendari babilonesi, che apparvero probabilmente intorno al 3000 a. C., erano basati su 12 mesi lunari, con un periodo di 29 giorni alternato a un periodo di 30 per ottenere un anno lunare di 354 giorni. Per riportare l'anno lunare in linea con quello solare, che governa le stagioni, dopo qualche anno veniva aggiunto un mese in più.

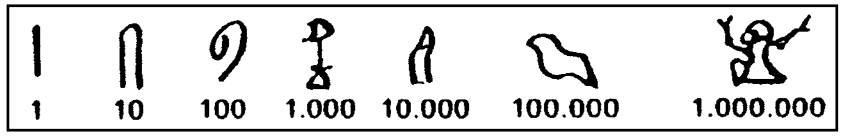
I Babilonesi osservarono che nel cielo si muovevano diversi astri: le stelle fisse, il Sole, la Luna e i cinque pianeti.
Le stelle fisse si chiamano così non perché stanno ferme ma perché, durante il movimento, non cambia la distanza di nessuna di loro rispetto alle altre.
Ogni 24 ore tutte le stelle fisse compiono un giro completo attorno ad una stella che rimane sempre ferma ed indica il nord, oggi chiamata Stella Polare.
Anche il Sole compie un giro ogni 24 ore ma questo giro non è uguale tutti i giorni: in estate il Sole è più alto sull'orizzonte, mentre in inverno è più basso. Ogni anno il Sole si ritrova dove si trovava l'anno prima e compie nuovamente gli stessi movimenti dell'anno precedente.
Anche la Luna varia il suo cammino ogni giorno, ma compie lo stesso percorso in un periodo più breve di quello del Sole, cioè circa ogni 29 giorni. Meno regolari sono i moti dei pianeti (quelli osservati dai babilonesi erano i pianeti che noi oggi chiamiamo Mercurio, Venere, Giove e Saturno). In genere seguono i movimenti del Sole ma, ogni tanto, rispetto alla posizione delle stelle fisse, sembrano fermarsi e addirittura, tornare indietro.
Questo movimento si chiama 'moto retrogrado' dei pianeti.

Il movimento retrogado di Marte rispetto alle stelle fisse delle costellazioni del Toro e dell'Ariete.



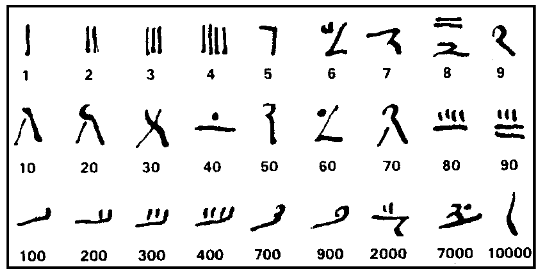
I NUMERI GEROGLIFICI ED IERATICI IN EGITTO

Il sistema di numerazione egizio era di tipo additivo con base dieci.
Esso utilizzava sette simboli.
Il numero 1 era rappresentato da una linea verticale, ma quando lo si doveva esprimere più dettagliatamente veniva indicato con un piccolo pezzo di fune. Il 10 era un pezzo di corda più lungo, a forma di ferro di cavallo. Il 100 era un giro di corda avvolta.
Sembra che in tutti i casi l'idea di fondo fosse quella della fune, la cui lunghezza e forma rappresentavano la grandezza del numero rappresentato, in accordo con il compito dei 'tenditori di fune'. Il 1000 era rappresentato da un fiore di loto, ma il simbolo della pianta formava l'iniziale di *'khaa'*, 'la corda che misura'. 10.000 era un dito ad uncino, che forse aveva una qualche connotazione oscura o allegorica.
Il girino stilizzato per 100.000 sembra poi essere stato il segno generico per i grandi numeri. Un uomo con le braccia alzate, come stupito, che forse stava ad indicare la vastità e l'eternità, rappresentava un milione.
Il sole nascente infine, che indicava dieci milioni, potrebbe essere stato associato ad una delle divinità egizie più potenti: Ra, il dio-sole.



I numeri geroglifici da 1 a 1.000.000

I simboli potevano essere ripetuti fino a nove volte, attraverso la riunione in piccoli gruppi di non più di quattro simboli. La scrittura dei grandi numeri risultava estremamente ingombrante.
L'ordine dei simboli non aveva importanza, anche se gli Egizi erano soliti scriverli in ordine decrescente, sia da destra a sinistra che da sinistra a destra.
Non esisteva lo zero, né come segno né come spazio vuoto.



I numeri ieratici da 1 a 10000.

Nella scrittura ieratica i segni si semplificano notevolmente.
Se ne formano di nuovi per indicare i diversi numeri.
I segni sono più numerosi, ma permettono una scrittura più rapida.

IL GIOCO DEL CESTO

Su un lato di alcuni gettoni, vengono disegnati i simboli dei numeri egizi, scritti in geroglifico. Si mettono i gettoni in un cesto di vimini grande ed a turno i ragazzi li pescano per tre volte. Quindi i ragazzi scrivono i numeri in geroglifico da 1 a 1.000.000 sulla tabella sul tavolo cancellabile. Scrivono in colonna anche il loro nome e ad ogni gettone pescato fanno una croce sotto al numero corrispondente.
Vince chi realizza la pesca più alta.

LA GEOMETRIA E LA MISURAZIONE DEL TEMPO PRESSO GLI ANTICHI EGIZI

Tra il 3500 e il 3000 a.C. le diverse comunità agricole lungo le rive del Nilo furono unificate da Menes per formare due regni, l'Alto e il Basso Egitto nel 3100 a. C. circa.
Il controllo su un territorio così vasto richiedeva un sistema amministrativo efficiente. Bisognava bonificare, irrigare e controllare le piene del fiume, ma anche distribuire le scarse terre arabili tra i contadini e costruire silos per immagazzinare grano ed altri prodotti.
Secondo lo storico greco Erodoto, il faraone Sesostri (Ramsete II, 1300 a. C. circa) suddivise la terra fra i suoi sudditi in quadrati di uguale superficie ed impose una tassa annuale.
Dopo ogni piena, i sudditi cui il Nilo aveva sottratto parte del proprio appezzamento lo comunicavano al faraone che inviava i suoi agrimensori per valutare l'entità della perdita, e ristabilire il giusto importo dell'imposta da pagare.
Erodoto aggiunge che la distribuzione dei confini delle terre dopo gli straripamenti del Nilo richiedeva l'impiego regolare dei sorveglianti, chiamati *harpedonaptai* (letteralmente 'coloro che tendono la fune'): questi ultimi calcolavano anche la superficie delle terre in occasione di vendite, eredità o nel caso in cui si dovessero stabilire le tasse.
Geometria deriva da due parole greche che significano 'terra' e 'misura'.

Agrimensori misurano il raccolto del grano.
Tomba di Menna, Tebe Occidentale.

Erodoto sosteneva che la geometria avesse avuto origine in Egitto proprio per necessità pratiche, il filosofo Aristotele replicava che solo l'esistenza di una classe agiata come quella dei sacerdoti aveva stimolato lo studio della geometria.
Sicuramente i "tenditori di corde" tracciavano anche le piante dei templi e di edifici più semplici. Da rilevare è anche la perfezione del calendario egiziano e della suddivisione delle ore nella giornata. Orologi solari, ad acqua e clessidre furono creati per misurare la durata delle ore, che variava secondo le stagioni. Il giorno veniva diviso in 24 ore, ma le ore diurne aumentavano nella stagione estiva con l'allungarsi delle giornate, mentre le ore notturne diventavano più brevi.
L'inizio dell'anno coincideva con l'apparizione della stella Sirio, chiamata Sothis dagli Egizi. Questo fenomeno astronomico, corrispondente al 19 luglio del nostro calendario, annunciava l'inondazione del Nilo e segnava l'inizio all'anno agricolo. Le stagioni erano tre: la AKHeT (l'inondazione), la PeReT (il momento in cui i campi emergevano dall'acqua) e la SheMU (la stagione in cui mancava l'acqua). Ogni stagione era costituita da quattro mesi di trenta giorni ciascuno. In fondo all'anno venivano aggiunti cinque giorni per raggiungere la durata dell'anno solare di 365 giorni.

LE FONTI DELLA MATEMATICA EGIZIA

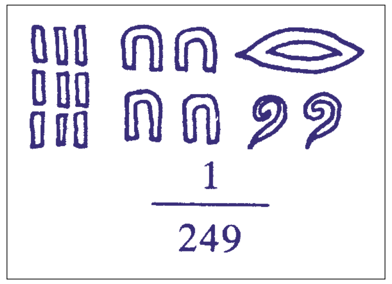
Un'immagine del Papiro Rhind, British Museum, Londra.

Si possono trovare testimonianze dei numeri geroglifici sui muri dei templi, sui monumenti e sui vasi.
Ci sono inoltre pervenuti alcuni papiri che riportano testi matematici e problemi. Il più famoso e completo è il Papiro Rhind, scoperto a Luxor. Il suo titolo è: "Regole per studiare la natura e comprendere tutto ciò che esiste, ogni mistero, ogni segreto." In realtà esso contiene, sul lato *recto*, tabelle di divisioni, sul *verso*, 87 problemi di natura pratica (con le rispettive soluzioni), connessi con le attività di ingegneria edile, di agricoltura, di amministrazione e di approvvigionamento.
Compilatore del papiro è Ahmes, che dice che il papiro è stato scritto nel quarto mese della stagione delle inondazioni dell'anno 33 del regno di Apophis (XV dinastia, metà XVII sec. a.C.). Aggiunge inoltre che sta copiando un precedente lavoro scritto durante il regno di Amenemes III (XII dinastia, metà del XIX sec. a.C.)
Contemporaneo alla prima stesura del Papiro Rhind è il Papiro di Mosca. Anch'esso contiene 25 problemi che hanno a che fare con la vita quotidiana. Entrambi i papiri sono scritti in ieratico, la scrittura corsiva usata soprattutto sui papiri. Si hanno comunque anche testimonianze di testi matematici scritti in geroglifico (su lapidi e sui monumenti), come la cosiddetta mazza del faraone Narmer (3.000 a C.). Su questa si commemora la conquista delle regioni del Nilo: contiene alcuni grandi numeri come 120.000 prigionieri, 40.000 bovini e 1.422.000 ovini confiscati.

Paletta di Narmer (*fronte*): paletta cerimoniale raffigurante il re Narmer, che indossa la corona del Basso Egitto; (*recto*): Narmer, che indossa la bianca corona dell'Alto Egitto, colpisce un prigioniero.
Museo del Cairo.

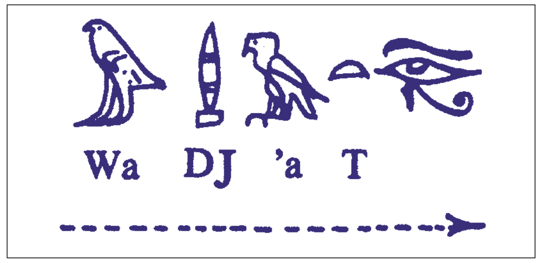
LE FRAZIONI IN EGITTO

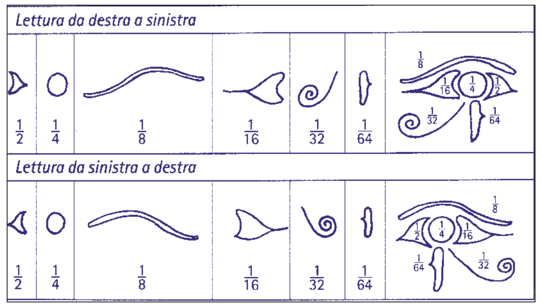
Gli egizi usavano solo frazioni unitarie, cioè con numeratore 1.
Per esprimere le frazioni, gli egizi si servivano del geroglifico della bocca, probabilmente legato alla distribuzione del cibo (segno che si leggeva éR e che nel contesto significava 'parte'), e lo mettevano sopra il numero che costituiva il denominatore.
A problemi pratici come la suddivisione del cibo, la spartizione della terra e la combinazione di diversi ingredienti per produrre la birra ed il pane, era dovuta l'importanza data alle frazioni.
I calcoli con le frazioni dovevano essere precisi in una società che non utilizzava denaro e in cui gli scambi venivano effettuati in natura. Alcune frazioni, come 1/2, 2/3 e 3/4, erano raffigurate con segni speciali.
In ieratico il simbolo della bocca è sostituito da un semplice punto ed aumenta il numero delle frazioni per cui si ricorre a simboli speciali.
Gli egizi non conoscevano frazioni con il numeratore diverso da 1. In questo caso, scomponevano la frazione in una somma di frazioni aventi come numeratore l'unità. Ad esempio, 3/5 diventava 1/2 + 1/10.



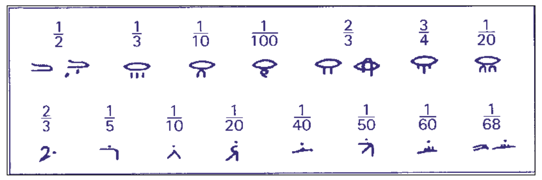
I sottomultipli più comuni dell'heqat erano nell'ordine la metà, il quarto, l'ottavo, il sedicesimo, il trentaduesimo ed il sessantaquattresimo.
Il sistema grafico quindi scomponeva l'occhio di Horus in sei parti, ed attribuiva a ciascuna di esse una delle sei frazioni: 1/2, 1/4, 1/8, 1/32 ed 1/64.
Nella mitologia egizia, il dio Osiride veniva trucidato dal fratello Seth. Per vendicare la morte del padre, Horus ingaggiò una lotta con Seth e durante lo scontro perse un occhio, che si frantumò in sei parti.
Siccome Seth sparse le parti per tutto l'Egitto, il tribunale divino diede incarico a Toth, il dio dalla testa di Ibis, inventore della scrittura e della matematica, di riunirle e di ricostruire l'occhio che divenne uno dei più importanti simboli e talismani del popolo egizio.
Inoltre, visto che la somma delle frazioni corrispondenti all'occhio è 63/64, secondo la tradizione, Toth, protettore degli scribi, avrebbe donato il sessantaquattresimo mancante al contabile che si fosse messo sotto la sua protezione.

Per le misure di capacità (per i cereali, gli agrumi o i liquidi), gli Egizi usavano una particolare notazione, che permetteva di indicare le frazioni di heqat (unità di misura delle capienze, pari a circa 4,785 litri, usata per il grano e l'orzo).
La notazione utilizzava le diverse parti dell'occhio di Horus, conosciuto con il nome di udjat e reso con geroglifici in questo modo:





L'occhio di Horus e le corrispondenti frazioni unitarie.



Le frazioni nella prima riga sono scritte in geroglifico, nella seconda in ieratico.

LE OPERAZIONI IN EGITTO

La moltiplicazione e la divisione venivano eseguite mediante un sistema di continua duplicazione oppure divisione per metà.
Per moltiplicare, per esempio, 13 per 12 si scrivevano in colonna i multipli secondo i fattori 1, 2, 4, 8... di 12 e poi si sommavano quelli la cui somma dava il 13 (*). Con la nostra numerazione si ottiene la seguente tabella:

1	12
2	24
4	48
8	96

in cui bisogna scegliere queste righe* e sommare i multipli della colonna di destra:

*1	12**
2	24
*4	48**
*8	96**

Il risultato della prima fila è 13, quello della seconda 156.
Se invece si doveva dividere 156 per 12, si eseguiva lo stesso procedimento scrivendo di nuovo in colonna i multipli di 12 a fianco dei fattori 1, 2, 4, 8... Scelte le righe tali che nella colonna di destra comparissero quei multipli del 12 a fianco dei fattori la cui somma dava 156, si sommavano a sinistra i fattori corrispondenti e il risultato del quoziente, cioè 13. Era possibile trovare il dividendo solo se la divisione era esatta.
In caso contrario si poteva ottenere il quoziente intero approssimato trovando l'intero minore ma più vicino possibile al dividendo.
Se un numero non era esattamente divisibile con un altro, gli Egizi ricorrevano alle frazioni, con successive divisioni per 2.

IL GIOCO DEI CANI E DEGLI SCIACALLI

È un gioco di percorso, costituito da un tavoliere dotato di fori, nei quali i giocatori inseriscono semplici legnetti o eleganti cavicchi in osso, con la parte superiore raffigurante la testa di un animale, di solito cane o sciacallo.
Viene anche chiamato gioco dei 58 buchi, perché tante sono le caselle che le pedine devono percorrere. I buchi sono distribuiti sul tavoliere in modo da formare due percorsi contrapposti, terminanti in un punto comune. I giocatori seguono quindi un percorso ciascuno.

Le pedine si muovono in base al punteggio ottenuto con legnetti e ossicini a 2 facce (1 bianca e 1 nera):
3 facce nere e 1 bianca, 1 punto;
2 facce nere e 2 bianche, 2 punti;
4 facce bianche, 4 punti;
4 facce nere, 5 punti.

Riproduzione ed elaborazione del gioco dei cani e degli sciacalli.

Quando uno dei due giocatori realizza un punto, può posizionare una delle sue pedine sul foro 1 e può rilanciare i dadi per far avanzare la pedina stessa. Quindi tocca all'altro giocatore, che non potrà introdurre la propria pedina fino a che non farà 1 con le pedine bianche e nere.
I giocatori continuano così fino a quando tutte le pedine sono sul gioco. Se a questo punto un giocatore ottiene 1, si avanza normalmente di un foro. Ci sono due fori fortunati: il 6, che manda la pedina al 20, e l'8, che la manda al 10; il 20 è sfortunatissimo, perché rimanda al 6. Ancora più sfortunato il foro 15, che paga una penalità.
Vince chi per primo avrà portato le sue pedine al numero 30.

I NUMERI ROMANI

Anche presso gli antichi Romani la matematica era orientata verso gli aspetti pratici. I Romani si occuparono infatti della geometria per le costruzioni, per l'arte militare e per la suddivisione delle proprietà terriere. Testimonianze interessanti sono la Lex Genucia (342 a.C.) e la Lex Falcidia (40 a.C.), che trattano dettagliatamente delle procedure per il calcolo degli interessi e di questioni ereditarie. I segni fondamentali I, V, X erano indipendenti dall'alfabeto e probabilmente avevano origine etrusca. Presso i Romani il modo primitivo di contare fu quello delle dita della mano: I, un dito, corrispondeva ad una unità; V, la mano aperta e stilizzata, indicava cinque unità; X, due mani aperte, stilizzate, affiancate od opposte, significavano dieci unità.
La numerazione si perfezionò solo successivamente ed i numeri vennero indicati con le lettere dell'alfabeto. Nel sistema più antico i simboli erano:

L=50 C=100 I)=500 (I)=1000.

Il simbolo per il numero 500 era una parte del simbolo per il numero 1000 e solo successivamente diventò la lettera D.
Una semplificazione simile si verificò quando si introdusse il simbolo M per il numero 1000, che in seguito divenne una linea orizzontale, posta sopra una o più lettere. Due linee verticali da entrambi i lati moltiplicavano invece il numero per 100. I simboli divennero quindi:

I=1 X=10 L=50 C=100 D=500 M=1000

Solo in epoca tarda, il 4 e il 9 furono indicati per mezzo di una sottrazione: IV e IX, e come in questo caso, così in altri, le cifre I-X-C poste alla sinistra di una cifra più grande si sottraevano. Per esempio:

XIX = 19
XC = 90
CD = 400

Una cifra piccola posta alla destra di una più grande si sommava.

XI = 11
VI = 6
LV = 55

Le lettere I-X-C si potevano ripetere fino a tre volte ed in questo caso i valori si sommavano.

XXIII = 23
III = 3
XXX = 30

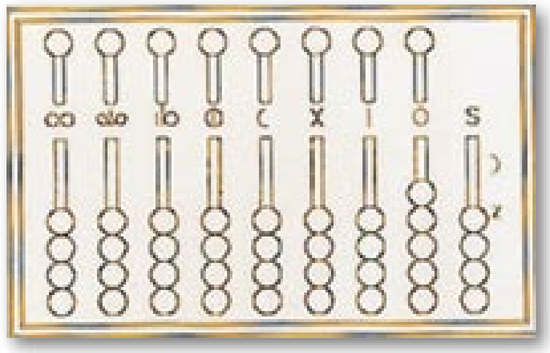
I Romani ignorarono sempre l'uso dello zero.

L'ABACO ROMANO

La parola deriva dal latino 'abacus', che a sua volta proviene dal greco 'abaks-abakos', cioè tavola, tavoletta, ripiano o forse dal semitico 'abq', che significa polvere, sabbia. Nella sua forma primitiva l'abaco era una tavoletta di legno o di argilla ricoperta di sabbia sottile su cui si scriveva con una punta. Anche i Romani inizialmente usarono un abaco di questo tipo.
Più tardi la tavoletta fu sostituita da una lastra di pietra rettangolare con nove scanalature parallele contenenti delle pietruzze (chiamate calculi in latino, diminutivo di calx, pietra). Eccetto le prime due scanalature a destra, le altre sono divise in due parti: quella in basso contiene quattro pietruzze, quella in alto, più corta, una sola.

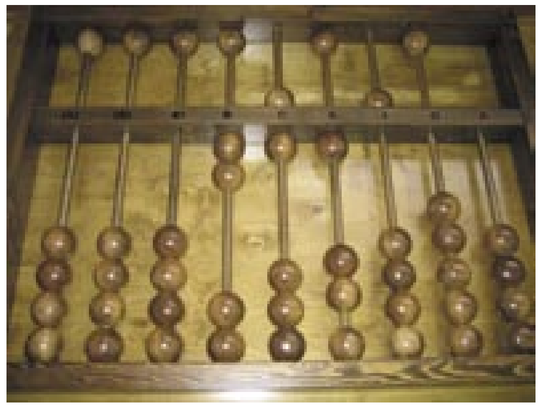
Tra le due file di scanalature c'era una serie di sigle, ognuna associata proprio ad una scanalatura: le cifre indicavano le successive potenze di 10 nella numerazione romana. La prima scanalatura a destra serviva ad indicare la divisione dell'asse (o dell'unità che questo asse rappresentava). La seconda scanalatura contrassegnata dalla sigla O, comprendeva una scanalatura superiore con una pietruzza ed una inferiore con 5 e non 4 pietruzze. Questa serviva ad indicare i multipli dell'oncia o dodicesimo di asse, poiché ogni pietruzza inferiore valeva un'oncia e quella superiore 6 once (convenzione che permetteva di contare fino ad 11/12 dell'asse). La prima scanalatura, suddivisa in 3 parti e con 4 pietruzze mobili, permetteva di considerare la mezza oncia, il quarto di oncia ed il terzo di oncia.
Per scrivere un numero intero qualsiasi era necessario portare verso il simbolo del corrispondente ordine decimale le pietruzze che lo rappresentavano, facendo scivolare dal basso verso l'alto quelle del valore di 1 e abbassando invece quella che simboleggia il numero 5.

Questo tipo di abaco era detto anche a mano o tascabile.
Gli scolari romani si servivano dell'abaco per il calcolo delle decine, delle centinaia e delle migliaia, mentre per le unità era sufficiente il sempre attuale sistema del contare con le dita.
Presso gli antichi romani, il nome *calculator* indicava sia l'insegnante di calcolo, che doveva spiegare ai giovani l'arte del calcolo, sia, nelle grandi famiglie patrizie, l'amministratore o intendente (detto anche *dispensator*).



Riproduzione di un abaco romano
in formato tascabile.

Riproduzione di un abaco romano
in formato gigante.



IL GIOCO DELLA TABULA

La Tabula è un'evoluzione del gioco del *duodecim scripta*, costituito da una tavola, quasi sempre in marmo, dove erano scritte parole tutte composte da sei caratteri; per ognuna delle tre righe venivano scritte due parole, per un totale di sei parole. Dall'inizio del I secolo d. C. ha assunto la forma della Tabula, basandosi sul movimento di 15 pedine intorno ad una tavola di gioco suddivisa in ventiquattro caselle.
Nel corso del gioco, i giocatori cercano di bloccare le pedine dell'avversario, evitando al tempo stesso di esporre le proprie pedine al rischio di essere catturate.
Il gioco della Tabula è citato da molti scrittori classici e gli archeologi hanno rinvenuto molte tavole, molti dadi e pedine. La possibilità di combinare la strategia di gioco alla casualità dettata dai dadi rende questa gara una sfida intensa ed entusiasmante.
Sono necessarie 15 pedine in vetro verde e 15 in vetro blu, oltre che 2 dadi con i numeri romani.
È necessario disporre la tavola tra i due giocatori, con gli unicorni blu rivolti verso il giocatore che ha scelto le pedine blu e le antilopi verdi rivolte al giocatore che ha scelto le pedine verdi. Le pedine vanno disposte sul triangolo illustrato con l'animale che si trova alla sinistra del giocatore. Ogni giocatore lancia un dado: il giocatore che ottiene il punteggio più alto comincia la partita.

È possibile fermarsi su una casella solo se:
 a) non è occupata da un'altra pedina, oppure
 b) è occupata da una o più pedine proprie
 c) è occupata da una sola pedina dell'avversario.

Quando è il proprio turno, il giocatore tira entrambi i dadi, quindi deve muovere o cercare di muovere una o più pedine rispettando queste regole: ogni dado viene considerato separatamente. In sostanza, non è possibile sommare il risultato riportato su due dadi, ma è necessario muovere la o le pedine seguendo i due risultati distinti. È possibile quindi muovere una pedina del numero di caselle indicato dal primo dado e fermarsi, rispettando le regole elencate più avanti, poi muovere la stessa pedina o una pedina diversa del numero di caselle indicate nel secondo dado.

Non è possibile fermarsi su una casella occupata da più di una pedina del proprio avversario.
Se ci si ferma su una casella occupata da una pedina dell'avversario, bisogna catturarla, rimuoverla dal percorso e collocarla al centro della tavola.

IL GIOCO DELLA CAMPANA

Si suppone che il gioco della campana sia di origine romana. Sembra che si sia diffuso nelle varie regioni dell'impero romano sulle strade selciate che collegavano i paesi del Nord Europa con quelli del Mediterraneo e dell'Asia Minore.
Si è avanzata però anche l'ipotesi che il gioco della campana sia di origine più tarda e che possa risalire addirittura al Medioevo.

Le regole del gioco:

1. Il primo giocatore tenta di lanciare la pietra nel riquadro I. Se la pietra non cade esattamente all'interno di esso, il turno passa al giocatore successivo.
2. Su un piede solo, il giocatore deve saltare il riquadro I ed andare al II, quindi proseguire lungo il percorso numerico. Quando i numeri sono posti uno accanto all'altro (III e IV, VI e VII, IX e X), entrambi i piedi devono poggiare su questi due riquadri.
3. Al termine dello schema il giocatore salta sui riquadri IX e X e girandosi ritorna sino al riquadro II.
4. Su un piede, nel riquadro II, è necessario raccogliere la pietra, saltare anche nel riquadro I ed uscire dal percorso.
5. Se viene perso l'equilibrio o lanciata la pietra nel riquadro sbagliato, il turno passa al giocatore successivo.
   Bisogna ripartire sempre dal punto in cui si è sbagliato. Vince chi per primo completa il percorso fino al riquadro X.

IL FILETTO

Il filetto è un gioco antico che Ovidio ricorda nel terzo libro dell'*Ars Amatoria*. È un gioco che Ovidio raccomanda alle donne per avere fortuna in amore. Una delle tracce più antiche del gioco si trova nel tempio di Kurna nell'Alto Egitto, dove su una pietra è incisa una scacchiera del filetto che risale al 1400 a.C. Scopo del gioco è fare filetto, ovvero riuscire ad allineare tre pedine uguali cercando di impedire all'avversario di fare altrettanto. Vince il primo che riesce a fare filetto.

La variante del filetto è il *mulino*, che necessita di 12 pedine per ogni giocatore. Ogni volta che un giocatore forma un mulino (tre pedine proprie allineate), può eliminare dalla tavola una pedina dell'avversario a scelta.

LE CIFRE GRECHE

I sistemi greci di numerazione erano due: il primo, attico o erodianico (da Erodiano, II secolo d. C.), il secondo ionico o alfabetico. Erano entrambi organizzati secondo le regole della base 10 in termini ripetitivi e additivi, con evidenti riferimenti alla base 5.
Il sistema attico era basato sulla ripetizione dei simboli e sul calcolo del valore attraverso la somma dei valori dei singoli simboli.
I simboli fondamentali erano:

I	Γ	Δ	H	X	M
1	5	10	100	1 000	10 000

tra i quali quelli relativi alle potenze di 10 corrispondono alle iniziali delle relative denominazioni.

Il sistema ionico viene detto anche alfabetico, perché comporta l'utilizzo delle ventiquattro lettere dell'alfabeto classico, alle quali vengono aggiunti i segni F in modo da avere nove segni per i numeri naturali da 1 a 9, nove per i multipli di 10 minori di 100 e nove per i multipli di 100 minori di 1000.
La corrispondenza era questa:

A	B	Γ	Δ	E	F	Z	H	Θ	I	K	Λ	M	N
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50
Ξ	O	Π	ϙ	P	Σ	T	Y	Φ	X	Ψ	Ω	ϡ	
60	70	80	90	100	200	300	400	500	600	700	800	900	

Nel corso del tempo è stato introdotto l'uso delle lettere minuscole:

α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ	ι	κ	λ	μ	ν
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50
ξ	ο	π	ϙ	ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	ϡ	
60	70	80	90	100	200	300	400	500	600	700	800	900	

Esisteva un parziale utilizzo del sistema posizionale, in quanto le prime nove lettere dell'alfabeto venivano usate anche per indicare, ordinatamente, i multipli di 1000, minori di 10000. Per evitare ambiguità, tali lettere erano precedute spesso anche da un trattino (iota):

,α	,β	,γ	,δ	,ε	,?	,ζ	,η	,θ
1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000

IL TEOREMA DI PITAGORA

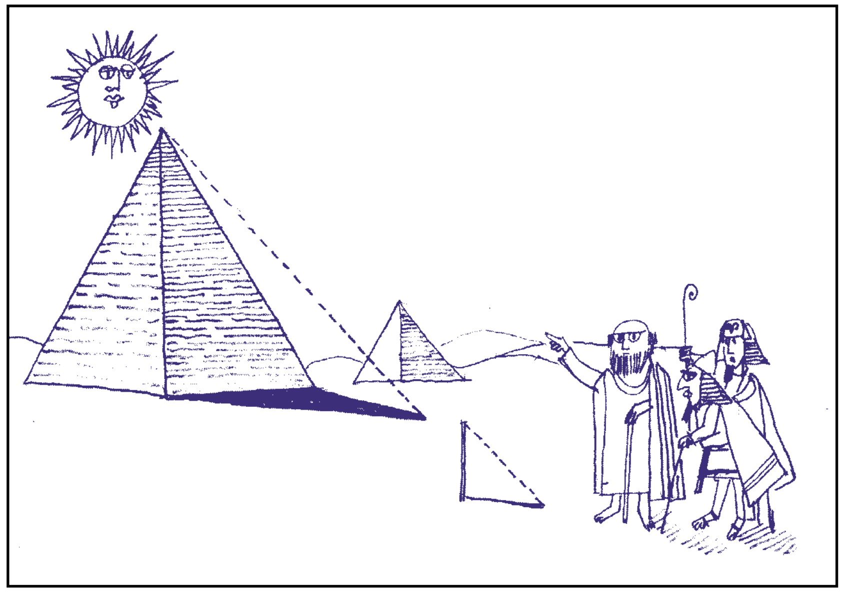
Pitagora nacque a Samo e visse dal 580 al 490 a.C. Scienziato, filosofo, oratore, matematico, legò il suo nome soprattutto ad un teorema già noto ai Babilonesi tra il 1800 e il 1600 a. C.: il *Teorema di Pitagora*.
Dopo un contrasto con il signore di Samo fu costretto a fuggire in Italia. A Crotone fondò una scuola, che poi fu trasferita presso Taranto. Gli allievi vennero chiamati *mathematikoi*, ma in realtà studiavano matematica, religione, musica: lo studio della matematica era infatti considerato un cammino di perfezionamento spirituale. Pitagora aveva elaborato una teoria in base alla quale i numeri erano il principio fondamentale di tutte le cose e l'unica via per chiarire l'origine dell'universo.
Il primo enunciato preciso e la prima dimostrazione del Teorema di Pitagora si trovano nel libro degli Elementi di Euclide (300 a. C. circa) e recita:
'*Nei triangoli rettangoli, il quadrato del lato opposto all'angolo retto è uguale ai quadrati dei lati che contengono l'angolo retto*'.

Oggi il lato opposto all'angolo retto è l'ipotenusa, mentre i lati che contengono l'angolo retto si chiamano cateti.
Invece di uguale si preferisce dire equivalente, o che ha la stessa area.
Due formulazioni moderne del Teorema possono essere le seguenti:
'Nei triangoli rettangoli, l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti'.
Oppure, dato che l'area del quadrato è uguale al quadrato del lato, *'nei triangoli rettangoli, il quadrato dell'ipotenusa è equivalente ai quadrati dei cateti'*.

Il teorema è dimostrato visivamente con la costruzione di un triangolo rettangolo che ruota.
Sulla sua ipotenusa e sui suoi cateti sono realizzati quadrati che contengono uno speciale liquido colorato.
Facendo ruotare il triangolo è possibile verificare l'equivalenza delle aree dei quadrati costruiti sui cateti con quella del quadrato costruito sull'ipotenusa.

TALETE

Della vita e dell'opera di Talete sappiamo molto poco. Le date di nascita e di morte vengono calcolate in base al fatto che l'eclissi del 585 a. C. ebbe luogo quando aveva circa quaranta anni e che, secondo la tradizione, ne aveva sessantotto quando morì.
Talete viaggiò molto, si recò anche in Egitto ed entrò in contatto con i sacerdoti egizi. Secondo una leggenda, uno dei sacerdoti gli chiese quanto poteva essere alta la piramide di Cheope ed è rimasto famoso proprio il modo con cui Talete riuscì a misurarla, aiutandosi solamente con un bastone. Talete appoggiò il bastone al suolo e attese che l'ombra del bastone fosse lunga quanto il bastone stesso. A questo punto disse: 'Misurate l'ombra della piramide. In questo momento misura quanto l'altezza della piramide'. Venne quindi misurata l'ombra della piramide, si aggiunse metà del lato di base e si seppe l'altezza del monumento.

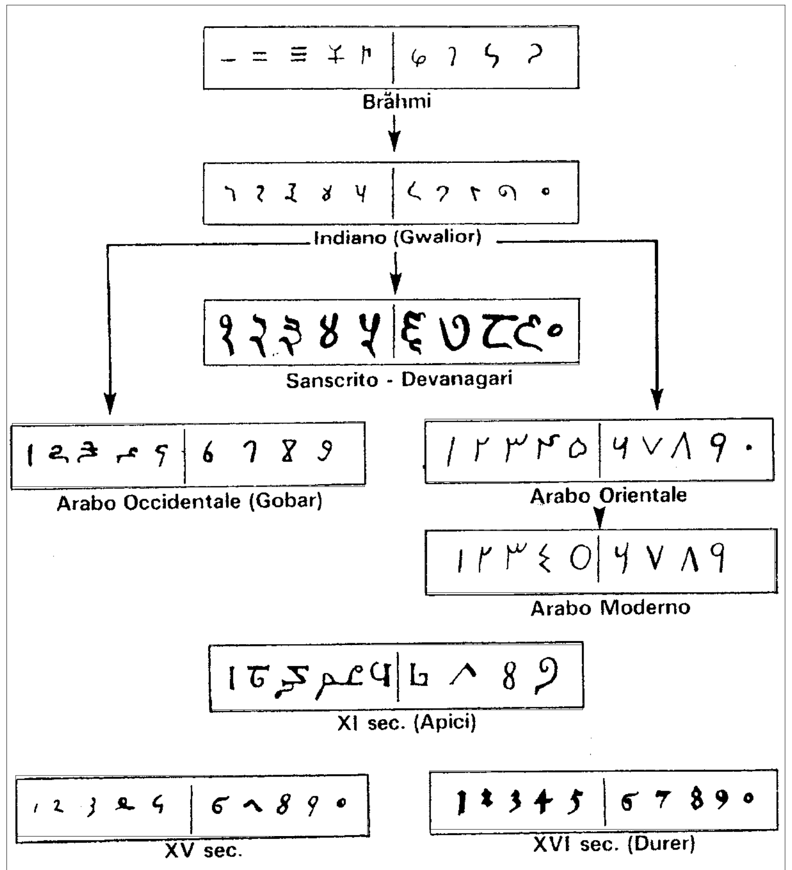


L'idea di Talete si basava su una teoria conosciuta dai 'geometri' greci: la *teoria della similitudine*. Prendendo, ad esempio, due triangoli simili, uguali quindi per forma, ma di dimensioni diverse, il rapporto tra i lati corrispondenti è sempre lo stesso: se nel triangolo piccolo il rapporto tra l'altezza e la base è 5, tale rapporto sarà lo stesso anche nel triangolo grande. Se nel triangolo piccolo, l'altezza e la base misurano rispettivamente 10 e 2, e nel grande la base misura 8, l'altezza di quest'ultimo sarà 40, perché 40 è l'unico numero che rende uguali i rapporti:

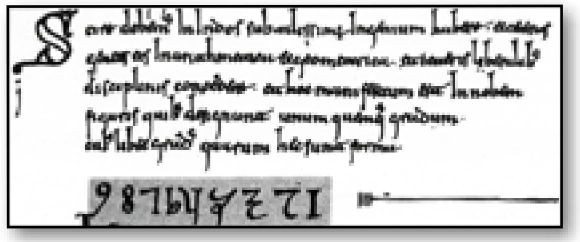
$$10 : 2 = 40 : 8$$

La proporzione descritta sopra si legge: 10 sta a 2 come 40 sta a 8.
I numeri 8 e 10 si chiamano estremi perché stanno all'estremità della proporzione, i numeri 2 e 40 si chiamano medi, perché stanno in mezzo.
In ogni proporzione, il prodotto dei medi è sempre uguale al prodotto degli estremi, perciò se manca uno dei quattro termini è sempre facile trovarlo.

Le iscrizioni più antiche con numeri indiani, rinvenute a Mohenjo Daro, mostrano una serie di trattini verticali utilizzati secondo regole ripetitive. Essi risultano disposti a gruppi e risalgono al III secolo a.C.
L'introduzione della caratteristica posizionale fece risultare sufficienti nove cifre. Non è possibile ricostruire il periodo in cui avvenne il passaggio a questo sistema numerico. Si ritiene che ciò possa essere avvenuto gradualmente, nelle zone dell'India occidentale, al confine con la Persia. In queste regioni la notazione posizionale babilonese può aver fatto sentire maggiormente il suo influsso.
Secondo alcuni studiosi, la numerazione a bastoncini usata in Cina può aver portato gradualmente a ridurre il numero dei simboli facendo sentire il bisogno di regole più significative, come quelle posizionali.
Altri sostengono che la notazione posizionale sia stata operata sui simboli alfabetici, ad Alessandria.
Il matematico Aryabatha usa l'espressione "da una posizione all'altra, ciascuna è dieci volte la precedente", ed indica che aveva in mente l'applicazione del principio posizionale, in base dieci.



Albero genealogico dei numeri.



Manoscritto spagnolo del 976 recante le nove cifre indo-arabe; è la più antica documentazione conosciuta dell'uso di tali cifre in Europa.

Agli Indiani va quindi attribuito il merito di aver abbinato le due regole: la base dieci ed il valore posizionale delle cifre. I matematici indiani non applicarono il valore posizionale ai sottomultipli dell'unità. Essi usarono le frazioni scrivendo, come noi, il numeratore sopra il denominatore, ma senza la sbarretta tra i due numeri.
A Severo Sebokt (vescovo siriano, 662 d. C.) dobbiamo una nota che esalta il sistema numerico posizionale indiano fondato su nove cifre:
"Voglio soltanto dirvi che questi calcoli astronomici vengono utilizzati per mezzo di soli nove segni… Essi utilizzano preziosi metodi di calcolo che superano ogni descrizione,,.
La prima data scritta in base 10 è posta su un piatto del 346 d.C. La decima cifra (segno ovale) compare in un'iscrizione dell'876 in India e completa il sistema posizionale indiano.

Per facilitare i calcoli gli Indiani idearono l'*abaco a polvere*, una sorta di calcolatrice virtuale sulla sabbia. Questo tipo di abaco è costituito da uno spazio piano, da una manciata di sabbia sparsa con cura e da un bastone sottile. Sulla sabbia si tracciano una serie di colonne, di cui la prima a destra è riservata alle unità, la seconda alle decine, la terza alle centinaia e così via. Per esempio, per scrivere il numero 7629, si traccia la cifra 9 nella colonna delle unità a destra, la cifra 2 nella colonna delle decine, il 6 in quella delle centinaia e il 7 in quella delle migliaia.
Quando la cifra di un certo ordine mancava, era sufficiente lasciare vuota la colonna corrispondente. C'erano due modi di scrivere i numeri: il primo utilizzava le parole dei numeri per esteso o alcuni sinonimi, il secondo si serviva delle cifre ed era impiegato solo per i calcoli con l'abaco.
I due modi di indicare i numeri mostravano importanti somiglianze: entrambi erano posizionali ed utilizzavano uno spazio vuoto per indicare lo zero.
A partire dal VI secolo d.C. le colonne dell'abaco scomparvero e le nove cifre della numerazione indiana cominciarono ad avere un valore dipendente dalla loro posizione nel numero.
Fu aggiunto un segno per indicare il vuoto: venne impiegato un puntino o un cerchietto. Da questo momento la numerazione scritta e quella orale divennero equivalenti.

La civiltà araba, che si era estesa tra i secoli VII e VIII d. C. a tutto il Medio Oriente, aveva fondato nel 762 d. C. una nuova capitale politica e religiosa a Baghdad. Ben presto a Baghdad fiorì la cultura grazie al mecenatismo di alcuni califfi tra cui Al-Mansur, Harun Al-Rashid e Al-Mamun. In particolare il califfo Al-Mamum fondò nell'832 una "Casa del Sapere". Si racconta che ad Al-Mamum apparve in sogno Aristotele. Questo fatto lo avrebbe convinto a far tradurre dal greco all'arabo tutti i testi antichi che riuscì a reperire. Tra i più significativi risultano *l'Almagesto* di Tolomeo e gli *Elementi* di Euclide. La matematica araba risultò un'unione tra quella occidentale, greco-ellenistica, e quella orientale, in particolare di quella indiana. Dalla prima venivano le conoscenze teoriche di geometria, dalla seconda quelle di aritmetica e di astronomia.

Gli Arabi erano a conoscenza anche del sistema sessagesimale dei babilonesi, ma decisiva fu l'influenza della matematica indiana, perché, probabilmente a partire dall'VIII secolo, da essa gli arabi assorbirono le cifre, lo zero, la posizione ed i metodi di calcolo. A questa fusione culturale contribuirono sicuramente le relazioni commerciali intrattenute dagli arabi con l'India. Alla Casa del Sapere di Baghdad è legata l'attività del matematico Al-Khwarizmi (780-850 circa), universalmente riconosciuto come uno dei padri della matematica moderna.

٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

I numeri arabi da 0 a 12.

Delle sue opere di matematica e di astronomia in particolare ci è giunta la traduzione latina del testo riguardante il calendario indiano: il *De numero Indorum*. La diffusione del contenuto di questo libro favorì l'attribuzione agli Arabi dei meriti dei matematici indiani.
A conferma di ciò è il fatto che, inizialmente, il calcolo numerico indiano fu chiamato proprio *algoritmo*.
Oggi quest'ultimo termine indica una procedura di calcolo in sequenza ordinata.
Al-Jabr Wa'l Muqabalah è il titolo di un'altra opera di Khuwarizmi, che ha dato origine al termine *algebra*.
I traduttori latini scrissero infatti "Liber algebrae et almucabola".
Anche se Diofanto è considerato il padre dell'algebra, essa andrebbe in realtà più correttamente attribuita ad Al-Khwarizmi, poiché fu quest'ultimo a fornire un'esposizione chiara ed esauriente di soluzioni ed equazioni, comprese quelle di secondo grado.

Per circa tre secoli gli Arabi dominarono la matematica.

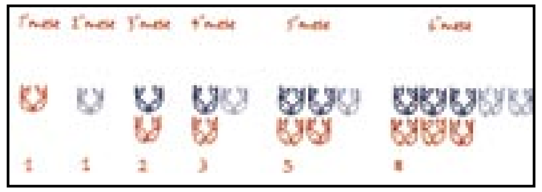
Al-Khwarizmi.

Leonardo Pisano detto Fibonacci, cioè filius Bonacci, nacque a Pisa intorno al 1180 e morì nel 1250.
Il padre di Leonardo era impiegato di dogana per la repubblica marinara di Pisa. Insieme a lui viaggiò in tutta l'Algeria, in Egitto, Siria, Grecia. Durante questi viaggi apprese i metodi arabi di calcolo e tornato in Italia li descrisse in un trattato in latino intitolato *Liber Abaci*, terminato nel 1202.
Il trattato è cosiddetto perché all'epoca di Leonardo i numeri in Europa erano scritti come i numeri romani ed i calcoli erano eseguiti usando l'abaco. Leonardo dimostrò anche, in un torneo davanti a Federico II, che il calcolo effettuato con i numeri indo-arabi era più veloce di quello effettuato con l'abaco.
Nell'introduzione del suo trattato, Fibonacci racconta di quando, giunto a Bugia, volle imparare l'arte dell'abaco, cioè del far di conto, e là fosse stato introdotto a quest'arte per mezzo delle nove figure degli indiani. Infatti l'incipit del primo capitolo è:

Novem figure indorum he sunt 9 8 7 6 5 4 3 2 1 Cum his itaque novem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstrantur.*	**(I nove segni degli indiani sono questi 9 8 7 6 5 4 3 2 1 Con questi nove segni e con questo 0 che gli arabi chiamano zefiro, si scrive qualunque numero, come si mostra qui di seguito).*

'Quante coppie di conigli verranno prodotte in un anno, a partire da un'unica coppia, se ogni mese ciascuna coppia dà alla luce una nuova coppia che diventa produttiva a partire dal secondo mese?'
Questo famoso problema dà origine alla serie di Fibonacci:
0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377
e così via, dove ogni numero è la somma dei due numeri che lo precedono immediatamente. Fibonacci partì dal presupposto che ci fosse una coppia di conigli di sesso diverso in gennaio. Questa coppia ha due piccoli in febbraio, un maschio e una femmina. In marzo alla coppia nascono altri due piccoli, anche loro maschio e femmina.
E così continuò a contare, un mese dopo l'altro.
0 Gennaio, perché non sono nati dei piccoli.
1 Febbraio, è nata una coppia di piccoli
1 Marzo, c'è sempre una sola coppia di piccoli
2 Aprile, sono nate due coppie di piccoli
3 Maggio, sono nate tre coppie di piccoli (adesso anche i piccoli nati in marzo sono cresciuti ed hanno avuto dei piccoli)
5 Giugno, sono nate cinque coppie di piccoli: una dalla coppia iniziale ed un ciascuna dalle coppie nate in febbraio, marzo e aprile.

Dimostrazione della serie di Fibonacci.



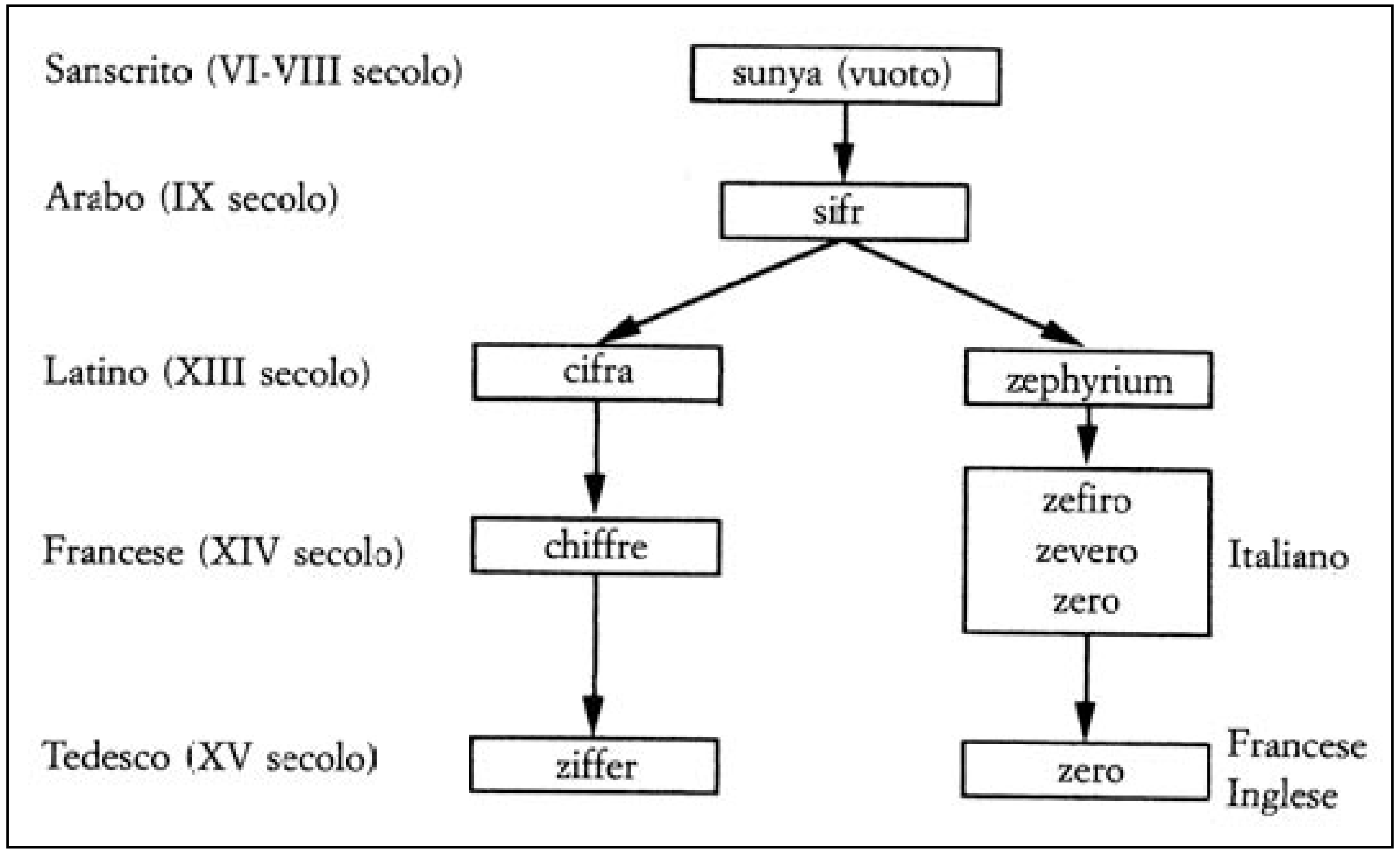
Poi si aumenta più in fretta: non c'è un fine ed è possibile continuare all'infinito. I numeri della serie di Fibonacci presentano alcune proprietà, una delle quali è che se un qualsiasi numero della serie è elevato al quadrato, quest'ultimo è uguale al prodotto tra il numero che lo precede e quello che lo segue, aumentato o diminuito di una unità.

Nel 1220 Fibonacci ha realizzato la *Practica geometriae*, in cui esponeva la scienza geometrica, richiamando le proposizioni essenziali di Euclide e occupandosi delle aree e dei volumi, aggiungendo una serie di problemi determinati dalla divisione delle figure.

LO ZERO

Il termine zero deriva dal sanscrito *sunya* che significa vuoto, passato attraverso l'arabo *sifr* ed il latino *zephirum* (dolce venticello).
Giordano Nemorario lo trasformò in cifra.
Le sue virtù erano così straordinarie che il suo nome fu scelto per rappresentare le dieci cifre. Nel tardo latino divenne cephirum, e attraverso il passaggio dall'italiano volgare finalmente zero.
Nell'830 Al-Khwarizmi spiegò il sistema arabo-indiano dei numeri compreso l'uso dello zero, ma la sua opera non venne tradotta in Occidente per altri 400 anni. Se stava per "nulla", quindi sicuramente era "nulla" e quindi non c'era bisogno di includerlo tra i numeri! Leonardo Fibonacci, nel suo *Liber Abaci*, sostenne però che lo zero poteva essere usato come "segnaposto" per separare colonne di cifre.

Esso poteva inoltre rappresentare una posizione su una scala ad esempio: in una scala di temperature, zero gradi ha un preciso significato e non significa assenza di temperatura.Tuttavia ci volle del tempo affinché lo zero venisse riconosciuto dai matematici come un numero vero e proprio.
Era difficile per i matematici accettare che "niente" potesse essere considerato come "qualcosa".
In un certo senso zero non è uguale a tutti gli altri numeri: dividere un numero diverso da zero per zero non è possibile.



Il termine zero attraverso i secoli.

Il conto alla rovescia prima del lancio di un missile spaziale può cominciare diversi giorni prima. Esso è computerizzato, ma gli ultimi secondi prima del lancio si sentono spesso contare a viva voce.

L'accensione è a zero, contrassegnato con T (time); il tempo che precede il lancio è indicato con T-, il tempo successivo con T+.

I NUMERI ARABI IN EUROPA

Fino alla fine dell'XI secolo in Europa continuò ad essere usata la numerazione scritta di origine romana.
Il francese Gerbert D'Aurillac, nato in Aquitania nel 938 circa, durante un viaggio in Spagna apprese il sistema di numerazione degli Arabi ed i loro metodi di calcolo.
Al ritorno in Francia, riuscì ad introdurre soltanto le cifre arabe, non i metodi di calcolo.
I 'chierici' dell'epoca, eredi della tradizione romana, non ammettevano la superiorità di un altro stile culturale e opposero una forte resistenza. Le cifre arabe furono impiegate solo per semplificare l'uso degli abaci romani. All'epoca nessuno avvertì il bisogno di utilizzare lo zero, perché l'uso dell'abaco a colonne permetteva di farne a meno. Così si scriveva il numero 1206:

Evoluzione grafica delle cifre europee.

Margarita Philosophica di Gregor Reysch.

L'introduzione della numerazione araba non fu bene accolta neppure dalla Chiesa, che cercava di controllare lo sviluppo culturale e scientifico. La Chiesa riteneva che il calcolo arabo, per il fatto d'essere facile ed ingegnoso, probabilmente nascondeva qualcosa di magico e di demoniaco. La Chiesa in realtà voleva mantenere il monopolio dell'insegnamento. Il calcolo tradizionale poteva rimanere così competenza esclusiva degli specialisti, che erano quasi tutti chierici.

Per un lungo periodo l'uso delle cifre arabe venne addirittura proibito e nel XV secolo la resistenza era ancora molto forte. Tuttavia, con l'invenzione della stampa, la numerazione araba ottenne una visibilità ed una diffusione senza precedenti. Il primo libro di aritmetica con uso di numeri arabi ad essere stampato fu il *Treviso*, un elenco di regole per eseguire calcoli ordinari, pubblicato nel 1472. L'atmosfera di quel periodo è rappresentata perfettamente da un'illustrazione apparsa nella *Margarita Philosophica* di Gregor Reysch, pubblicata nel 1503. Una figura femminile impersona l'aritmetica – *Typus Arithmaeticae*; il suo abito è ornato con le progressioni 2-4-8 e 3-9-27. L'aritmetica manifesta chiaramente a chi si rivolgono le sue preferenze. Alla sua destra è infatti seduto Boezio, evidentemente soddisfatto, per aver eseguito con successo alcune operazioni utilizzando le nuove cifre. Alla sua sinistra, un costernato Pitagora medita sul risultato ottenuto con l'abaco, che mostra i numeri 1241 e 82.

L'impiego dell'abaco continuò fino al XVIII secolo. Per ottenere un taglio netto con la tradizione ci volle la rivoluzione francese, che vietò l'uso dell'abaco nelle scuole e nelle amministrazioni pubbliche.

LA TORRE DI BRAHMA

La Torre di Brahma o Hanoi è costituita da tre aste, fissate su una tavoletta: in una sono inseriti nove dischi concentrici di grandezza decrescente.
Lo scopo del gioco è spostare tutti i dischi ad una delle altre due aste seguendo due regole precise:

1) è possibile spostare un disco alla volta e solo quello che sta in cima alla torre;
2) un disco più grande non può essere posto su uno più piccolo.

L'inventore del gioco è Edouard Lucas. Lucas lanciò il suo nuovo gioco nel 1883 con questa originale presentazione:
'Questo gioco è stato scoperto, per la prima volta, fra le carte dell'illustre Mandarino FER-FER-TAM-TAM, e sarà pubblicato nell'immediato futuro, su ordine del governo cinese. La Torre di Hanoi è composta da una serie dischi, di dimensioni decrescenti, in numero variabile, che noi abbiamo realizzato con otto dischi di legno, bucati al centro. In Giappone e in Cina sono di porcellana. Il gioco consiste nel demolire la torre e nel ricostruirla su un'altra asta, seguendo le regole date. Divertente e istruttivo, facile da imparare e da giocare ha per obiettivo la divulgazione della scienza, come tutti gli altri giochi originali e curiosi del professor N. CLAUS (OF SIAM)'
Per rendere ancora più affascinante il gioco egli inventò una leggenda, che ancora oggi molti ritengono autentica e di origine indiana:

"Nel tempio di Brahma a Benares, città santa dell'India, su di un piatto di ottone, sotto la cupola che segna il centro del mondo, si trovano 64 dischi d'oro che i monaci spostano

uno alla volta infilandoli in un ago di diamanti, seguendo l'immutabile legge di Brahma: nessun disco può essere posato su un altro più piccolo. All'inizio del mondo tutti i 64 dischi erano infilati in un ago e formavano la Torre di Brahma. Il processo di spostamento dei dischi da un ago all'altro è tuttora in corso. Quando l'ultimo disco sarà finalmente piazzato a formare di nuovo la Torre di Brahma in un ago diverso, allora arriverà la fine del mondo e tutto si trasformerà in polvere".

I QUADRATI MAGICI

Un quadrato magico è una tabella suddivisa in un certo numero di caselle, come quelle di una scacchiera, in ognuna delle quali viene collocato un numero naturale, senza essere ripetuto, in modo tale che la somma dei numeri disposti lungo ciascuna riga orizzontale, colonna verticale o diagonale, sia la stessa per tutte.
Questa somma è detta *costante* del quadrato.
L'*ordine* è invece il numero del caselle per lato, mai inferiore a tre. I numeri interi impiegati per riempire le caselle devono essere in una sequenza (ad esempio i numeri da 1 a 9 o da 1 a 16) e non possono essere ripetuti.

LA CRONOLOGIA DEI NUMERI

30000/20000 a. C. Tacche su ossa di animali indicano che già in questa epoca l'essere umano segna le quantità con una numerazione primitiva: un segno, due segni e così via.

3500/2900 a. C. Comparsa della scrittura in Mesopotamia ed in Egitto.

2800 a. C. Apparizione dei numeri geroglifici e cuneiformi. In Egitto si utilizza probabilmente un calendario solare. Esso divide l'anno in 12 mesi di 30 giorni (più cinque giorni alla fine) e serve per predire le piene del Nilo. Questo calendario resterà invariato fino ad oggi e subirà due riforme principali: l'introduzione dell'anno bisestile nel 46 a. C e, nel 1582, la riforma gregoriana.

2000/1500 a. C. Testimonianze della matematica egizia contenuta principalmente nei papiri Rhind e di Mosca.

1900/1800 a. C. In Mesopotamia comparsa della più antica numerazione posizionale conosciuta (base sessagesimale e grafia cuneiforme).

585 a. C. Talete di Mileto compie per la prima volta la predizione di un'eclissi di sole, che avviene in quest'anno. A lui si deve la sistemazione della geometria egiziana.

532 a. C. A Pitagora viene attribuito il teorema che porta il suo nome.

500 a. C. Comparsa della numerazione attica in Grecia. In Egitto compare il primo abaco per contare.

300 a. C. Comparsa presso i Babilonesi del primo zero della storia, inteso come spazio vuoto.

230 a. C. Il matematico e poeta greco Eratostene, direttore della biblioteca di Alessandria, stabilisce la misura della circonferenza della Terra, basandosi sulla diversa inclinazione dell'ombra di un paletto nel giorno del solstizio di estate a Tiene (odierna Aswan) e Alessandria, e causata dalla curvatura della Terra. Conoscendo la distanza tra Siene ed Alessandria, Eratostene calcola l'intera circonferenza terrestre in 40.232 km (la misura attuale, all'equatore, è di 40.054 km).

200/300 d. C. I primi esempi conosciuti dell'uso del sistema maya di espressione di data e di durata di tempo in conto lungo (sistema detto delle *serie iniziali*).

800 d. C. Muhammad Al-Khwarizmi utilizza, prendendola da testi indiani, la stessa numerazione di cui ci serviamo oggi (numeri arabi), in cui per la prima volta una stessa cifra cambia valore a seconda della posizione nel numero. Lo zero, cifra che da sola non vale nulla, moltiplica per dieci e per i suoi multipli quelle precedenti. Attraverso la sua opera, i numeri arabi si sono diffusi prima nelle regioni dell'Islam e poi in Occidente.

900/1100 d. C. I contabili europei effettuano le operazioni aritmetiche sull'abaco a colonne di Gerbert. Essi utilizzano allo scopo gettoni di corno contrassegnati da una delle nove cifre di origine indo-araba (*apices*).

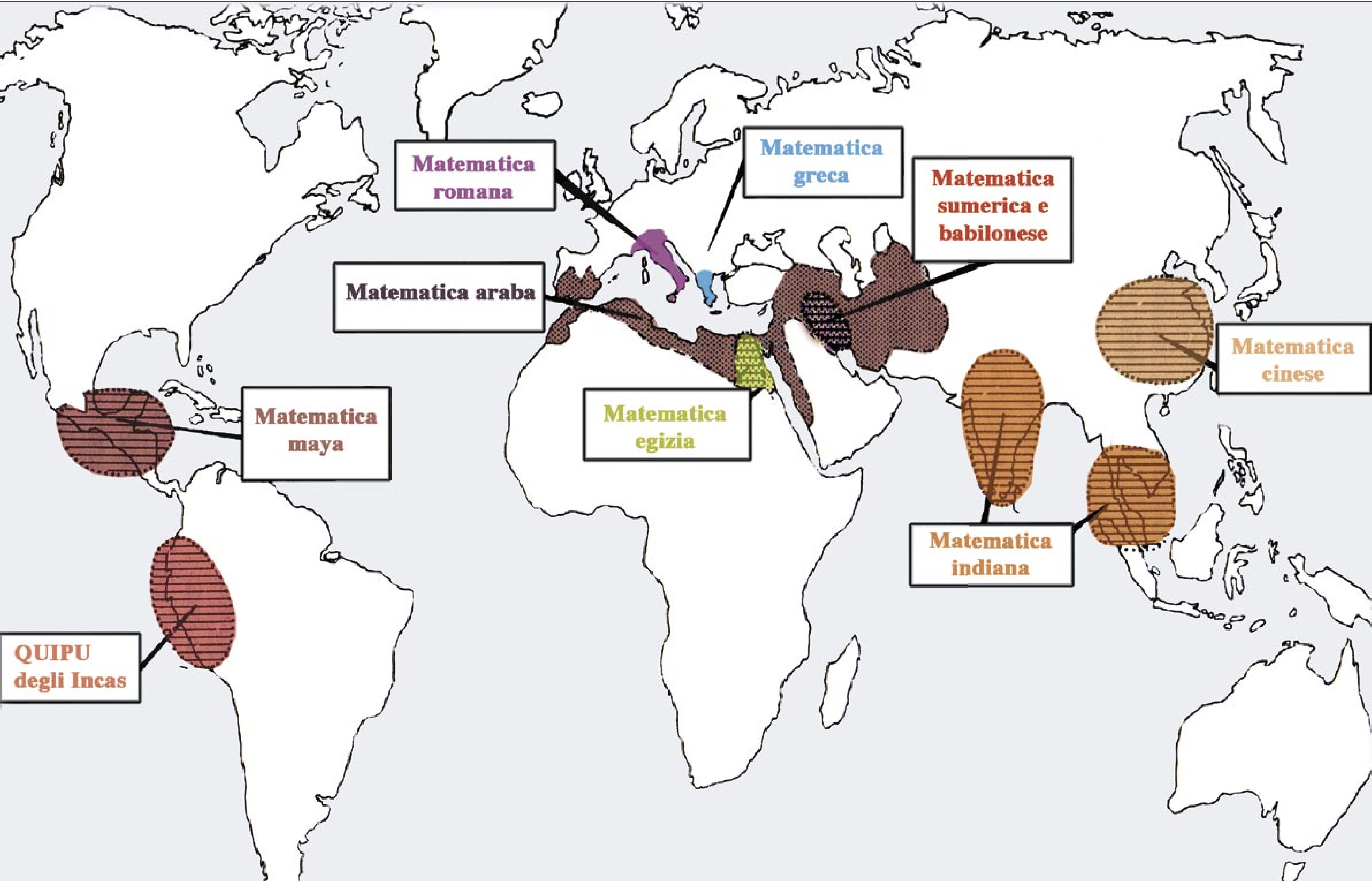
1100 d. C. Introduzione del segno zero in Occidente. I contabili europei effettuano le operazioni matematiche senza le colonne, scrivendo le nove cifre e lo zero su sabbia: è la comparsa degli *algoritmi*. A partire da questa data le cifre 'arabe' cominciano a stabilizzarsi graficamente.

Dal 1100 in poi. Gli Incas e le popolazioni dell'America Meridionale usano il quipu per contare.

1200/ 1300 d. C. Comparsa del calcolo scritto a penna su carta per mezzo delle cifre arabe in Europa occidentale.

1400 d. C. Generalizzazione dell'uso e normalizzazione progressiva delle cifre arabe in Europa.

Cartina geografica del viaggio dei numeri



Bibliografia essenziale

GASCA, Ana, Milan, *All'inizio fu lo scriba. Piccola storia della matematica come strumento di conoscenza*, Mimesis, Milano, 2004.

CAPPELLETTI, Anna Maria, *Didattica interculturale della matematica*, EMI, Bologna, 2000.

IFRAH, GEORGES, *Storia universale dei numeri*, Mondatori, Milano, 1983.

GARDNER, Martin, *Enigmi e giochi matematici*, Sansoni, Firenze, 2004.

SAMI, Maria Giovanna, *Il mio primo libro dei numeri*, Mondatori, Milano, 1986.

CERASOLI, Anna Maria, *La sorpresa dei numeri*, Sperling & Kupfer, Trento, 2003.

CERASOLI, Anna Maria, *I magnifici dieci*, Sperling & Kupfer, Trento, 2001

GHEVERGHESE, George Joseph, *C'era una volta un numero. La vera storia della matematica*, Saggiatore, Milano, 2000.

DAHL, Kristin, *Ce li hai i numeri?*, Editoriale Scienza, Trieste, 2001.

GAZALÈ, Midhat, *Il numero. Dalla matematica delle Piramidi all'Infinito di Cantor*, Dedalo, Bari, 2001.

ENRIQUES, Federigo, *Le matematiche nella storia e nella cultura*, Zanichelli, Bologna, 1982.

BARA, Bruno, *Il sogno della permanenza. L'evoluzione della scrittura e del numero*, Bollati Boringhieri, Torino, 2003.

MASINI, Giancarlo, *Il romanzo dei numeri*, Giunti Nardini, Firenze, 1973.