

LE POTENZE

Sono moltiplicazioni particolari nelle quali tutti i fattori sono uguali :

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$$

Che si legge «2 alla settima».

Il numero 2 è la base e il numero 7 è l'esponente della potenza.

- La base indica quale fattore viene moltiplicato per se stesso
- l'esponente indica il numero di fattori uguali

RICORDA

- elevando a 0 un numero naturale diverso da 0 si ottiene 1:

$$a^0 = 1 \text{ se } a \neq 0;$$

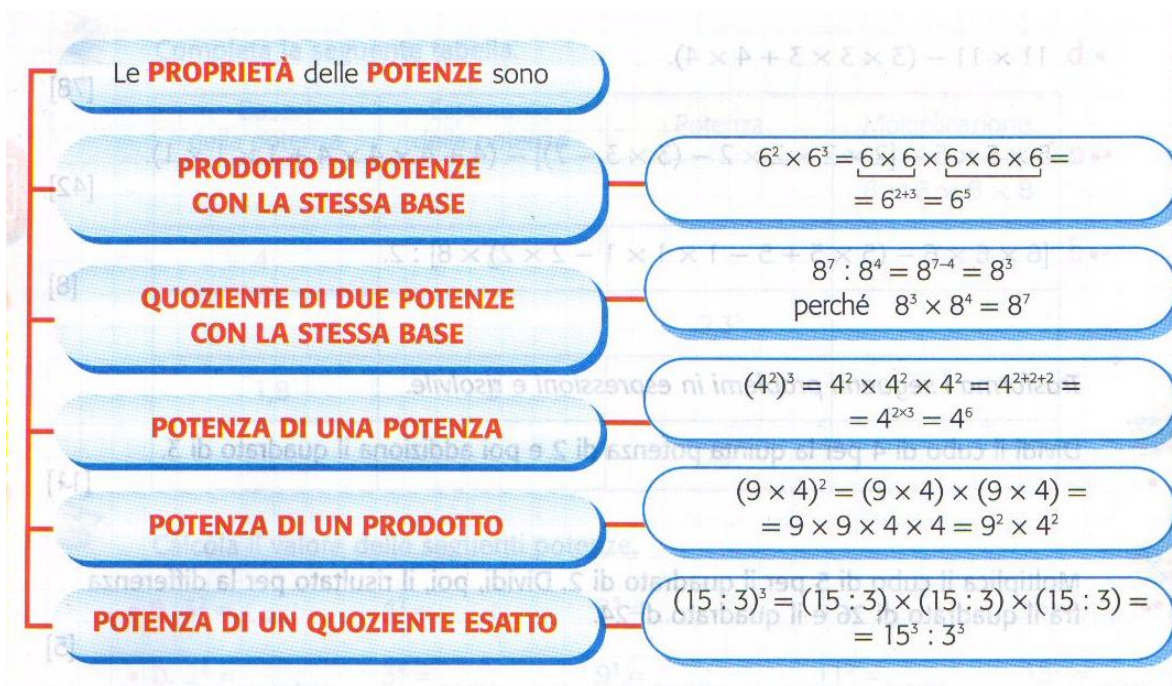
Qualunque numero diverso da 0 elevato a 0 dà come risultato 1: $a^0 = 1$

- elevando a 1 un numero naturale si ottiene il numero stesso: $a^1 = a$
Qualunque numero elevato a 1 dà come risultato se stesso: $a^1 = a$.

- L'espressione 0^0 non ha significato.

Proprietà delle potenze

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$
- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
- $(a / b)^n = a^n / b^n$
- $a^{-n} = 1 / a^n$



LE ESPRESSIONI CON LE POTENZE

Abbiamo già detto che un'espressione è definita come una sequenza di operazioni con i numeri naturali :

$$3^4 + 2 \times 5^2 - 1 - 32 : 2^3$$

Quando nell'espressione compaiono delle potenze, le operazioni vanno eseguite con un ordine ben preciso:

- prima vengono calcolate le potenze,
- poi le moltiplicazioni e le divisioni, nell'ordine in cui sono scritte,
- infine le addizioni e le sottrazioni, sempre nell'ordine in cui sono scritte.

Le potenze hanno la precedenza su tutte le altre operazioni.

Moltiplicazioni e divisioni hanno pari precedenza ma vanno eseguite prima di addizioni e sottrazioni

addizioni e sottrazioni hanno pari precedenza e vanno eseguite per ultime.

Semplificare un'espressione significa sostituirla con una più semplice che abbia lo stesso valore.

Semplifichiamo ad esempio l'espressione precedente :

$$3^4 + 2 \times 5^2 - 1 - 32 : 2^3$$

Calcoliamo prima le potenze :

$$81 + 2 \times 25 - 1 - 32 : 8$$

Ora dobbiamo calcolare moltiplicazioni e divisioni:

$$81 + 50 - 1 - 4$$

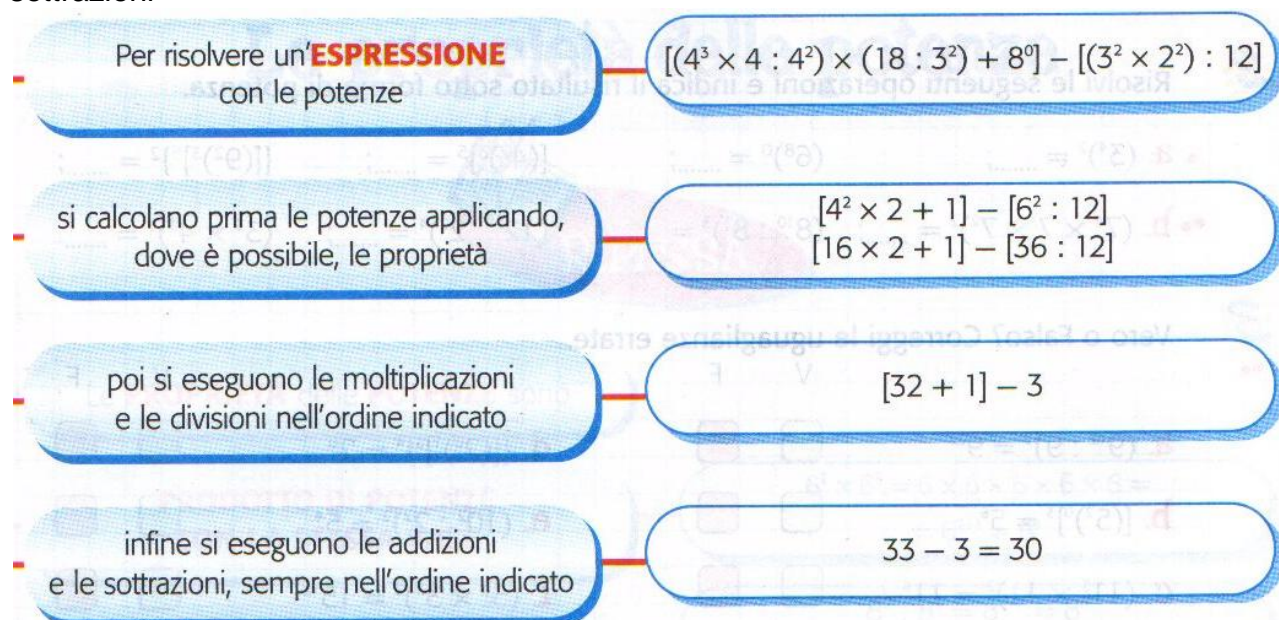
Infine, eseguiamo addizioni e sottrazioni, nell'ordine in cui compaiono:

$$131 - 1 - 4 = 130 - 4 = 126$$

Se nell'espressione compaiono delle parentesi, sappiamo che esse modificano l'ordine in cui si svolgono le operazioni. Infatti vanno sempre eseguite prima le operazioni nelle parentesi tonde, poi quelle nelle parentesi quadre e infine quelle nelle graffe.

In ogni caso, all'interno delle coppie di parentesi, vanno rispettate le regole di precedenza tra operazioni viste prima. Ovvero :

dapprima si calcolano le potenze, poi moltiplicazioni e divisioni, infine le addizioni e le sottrazioni



ESERCIZIO 1 : Scrivi, quando possibile, sotto forma di potenza. Osserva l'esempio.

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

- $8 \times 8 \times 8 =$ _____
- $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 =$ _____
- $7 \times 7 =$ _____
- $3 \times 3 \times 3 \times 3 =$ _____
- $10 \times 10 =$ _____
- $4 \times 4 \times 4 \times 4 =$ _____

- $12 \times 12 \times 12 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $25 + 25 + 25 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $100 \times 6 \times 7 = \underline{\hspace{2cm}}$ $100 = \underline{\hspace{2cm}}$
- $6 \times 6 \times \underline{\hspace{2cm}}$
- $152 \times 152 \times 152 = \underline{\hspace{2cm}}$

ESERCIZIO 2 : Trascrivi in cifre, come nell'esempio.

- sei alla quarta = 6^4
- nove alla settima = $\underline{\hspace{2cm}}$
- cinque alla sesta = $\underline{\hspace{2cm}}$
- tre all'ottava = $\underline{\hspace{2cm}}$
- sette alla quinta = $\underline{\hspace{2cm}}$
- dieci alla terza = $\underline{\hspace{2cm}}$
- quattro alla seconda = $\underline{\hspace{2cm}}$
- due alla decima = $\underline{\hspace{2cm}}$
- otto alla nona = $\underline{\hspace{2cm}}$

ESERCIZIO 3 : Trascrivi in lettere.

$3^4 = \underline{\hspace{4cm}}$
 $9^6 = \underline{\hspace{4cm}}$
 $7^5 = \underline{\hspace{4cm}}$
 $15^9 = \underline{\hspace{4cm}}$
 $5^{12} = \underline{\hspace{4cm}}$
 $10^{10} = \underline{\hspace{4cm}}$

ESERCIZIO 4 : Completa le tabelle come indicato nella prima riga

Potenza	Operazione	Valore
3^4	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	81
8^2		
5^3		
10^4		
2^4		
7^3		
4^2		

Potenza	Operazione	Valore
5^4	$5 \times 5 \times 5 \times 5$	625
	$7 \times 7 \times 7 \times 7$	
	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	
	$3 \times 3 \times 3$	
	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	
	$6 \times 6 \times 6 \times 6$	
	9×9	

Sostituire ai puntini il valore che rende vera ciascuna uguaglianza.

$3^2 \times \dots^3 = 3^5$
 $7^{\dots} \times 5^{\dots} = 35^2$
 $7^5 \times 7^2 \times 7^{\dots} = 7^{11}$
 $(3^3)^{\dots} \times 2^{\dots} = 6^{12};$
 $18^{\dots} : 6^{\dots} = 3^4;$

$$[(3^3)^{\dots}]^{\dots} = 3^{30};$$

$$12^5 : \dots^5 = 4^5;$$

$$5^{\dots} \times 5^4 : 5^3 = 5^3$$

Calcola applicando le proprietà delle potenze:

$$5 * 5^2 * 5^0 * 5^2 * 5^5 =$$

$$3^5 : 3^3 =$$

$$3^4 - 3^2 =$$

$$3^4 + 3^2 + 3 =$$

$$\left[(5^8 : 5^6)^2 * (5^4 : 5^3)^3 \right]^3 : \left[(5^6 * 5) : 5^3 \right]^5 =$$

LE POTENZE DI 10

Scomponi in polinomi .

$$75864 =$$

$$352874 =$$

$$49132 =$$

$$137\ 085 =$$

Calcola il risultato delle seguenti espressioni, indicando le proprietà delle potenze utilizzate.

a. $2^3 \circ 2^2$;

b. $10^3 : 5^3$;

c. $9^{13} : 9^{11}$;

d. $(12^5 : 12^4)^2$;

e. $(2^3)^2$;

f. $(7^2)^3 : 7^4$;

g. $2^4 \circ 5^4$;

h. $(3^4 : 3^3)^2 \circ (3^7 : 3^5)2$;

i. $8^5 : 8^3$.

Applicando le proprietà delle potenze, scrivi il risultato delle seguenti espressioni come potenza di 2, di 3 o di 5.

a. $8^3 : 2^4$;

b. $25^5 \circ 125^2$;

c. 128^7 ;

d. $81^2 : 9^3$;

e. $256^2 \circ 64^3$;

f. $16^3 : 4^2$.

Applica, quando è possibile, le proprietà delle potenze e indica la proprietà applicata.

$$(3^4)^2 \circ 3^7; 2^4 \circ 3^4; (5^3)^5 \circ 2^{15}.$$

$$3^2 \circ (3^4)^2; (10^2)^5 : 2^{10}; 3^4 : 3^2.$$

$$(8^4 : 2^4) \circ 4^3; (2^2 : 2^1)^4; (3^2)^3 \circ 2^6.$$

$$(7^2 \circ 2^2) : 7^2; (4^3)^2 : 2^6; 2^4 \circ 3^4.$$

$$6^5 : 2^5; (4^5)^2; 2^3 \circ 2^4 \circ 2^1.$$

$$2^2 \circ 5^2; 3^3 : 3^2; 12^4 : 4^4.$$

$$(2^4)^2; 3^2 \circ 3^5; 6^2 : 2^2.$$

Applicando le proprietà delle potenze semplifica le seguenti espressioni :

- $[(4^{13} \circ 4^8) : 4^2] : (4^3)^6 + [(44^5 : 11^5) \circ (16^2 : 4^3)^{13}] : 256^4 .$
- $3^2 + 125 : 5 - 18 : 6 + 4^2 : 2 - 1$
- $(4^8 : 4^2) : (4^5 : 4)$
- $[(6^2)^3]^5 : (2^5)^6$
- $[3^4 : (3^0 \times 3^4)] \times [4^3 \times 4^2 : 4^5]$
- $[(5^3 : 5^3)^2 \times (3 \times 3^2)] \times [(5^3)^2 : 5^2 : 5]$
- $[(2^2 \times 2^3)^2 : 2^4] : 2$
- $(8^7 : 8^6 \times 8^2)^2 : (2^6 : 2^3)^2$
- $125 \times (2 \times 12 \times 3^2) : (25 \times 15 \times 9)$
- $(2^4 - 3 \times 4)^2 + (5^4 : 5^3 - 12 : 2^2) =$
- $[(12 : 2 - 3 \times 2)^5 + (5^2 - 2^3 \times 3)]^4 - (8 \times 4 - 60 : 2)^3$
- $\{ [(15 - 3 \times 2^2)^2 - 2^2 + (2 \times 6 : 3 - 2^3)] : 2^2 - 8^3 : 3^3$
- $\{ [(12 : 3 + 4 \times 3^2) - (4^2 + 2^4)]^2 - (8 \times 4 - 5^2) \}^0$
- $\{ 2^4 : (5 \times 2^2 - 2^2) \times [(18 - 7 + 2^2) \times 3 + 2] + 2 \}^3 : 7^5$
- $[8 - (2^3 - 7)^3 - (2^2 + 1)]^3 \times [4 \times (10 : 5) - 2 \times (2^2 - 1)]^3$
- $\{ [(7^2 - 4^2) : (7 + 4) - 2]^4 + [(5^2 - 3^2) : 2^4 + 1]^3 \} : 3^2$
- $(7^2 : 7)^3 \times (7^2 \times 7^4)^2 : (7^5 \times 7^2)^2 =$
- $(3^3)^4 \times (3^6 : 3^2)^3 : (3^3 \times 3^6)^2 : 3^4 =$
- $\{ [(3^4 : 3^2 \times 5 - 2^5 : 2^2 \times 2^2 - 1) : 2^2 + (4^3 : 4^2 + 3^6 : 3^4 - 1) : 3] : 7 \}^3 - 3^5 : 3^5 =$
- $[(2^4 \times 2^5) : (2^2)^2 + (3^3 \cdot 3^6) : (3^4)^2] : 7 + (21 - 11^3 : 11^2) : 5 + 3 \cdot 3^0 - (3^2)^2 : 3^3 =$
- $4^7 : 4^5 + 3^2 \times 6^2 : 6^2 + 12^4 : 12^3 - (5^4)^3 : 5^{10} =$
- $\{ 3^4 : 3^2 \times 5 + 6^5 : 6^2 \times [3^2 - 2^2 \times (3^2 \times 2 - 2^4)] - 7^2 \} : (2^2 \times 5^2 + 2^3 \times 3 \times 5 - 8) =$