NUMERI NATURALI

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, …

Indichiamo il loro insieme con $\mathbb{N}$.

I numeri naturali possono essere rappresentati su una *semiretta orientata*, cioè una semiretta sulla quale segniamo con una freccia il verso di percorrenza.

All’origine facciamo corrispondere il numero 0. La rappresentazione sulla semiretta fa vedere che l’insieme dei numeri naturali è **ordinato** e possiamo sempre confrontare due numeri naturali fra loro.

➔ RELAZIONI DI ORDINE:

$<$ minore

$>$ maggiore

$\geq$ maggiore o uguale

$\leq$ minore o uguale

LE OPERAZIONI IN $\mathbb{N}$

Con i numeri naturali si eseguono le **operazioni** di ADDIZIONE, SOTTRAZIONE, MOLTIPLICAZIONE E DIVISIONE.

I due numeri con i quali si opera, cioè gli **operandi**, assumono nomi particolari, così come i risultati delle operazioni.

Nell’**addizione** il primo e il secondo operando sono gli **addendi**, il risultato è la **somma**.

Addendo 1 + addendo 2 = SOMMA

5 + 10 = 15

Nella **sottrazione** il primo operando è il **minuendo**, il secondo operando è il **sottraendo**, il risultato è la **differenza**.

Minuendo – sottraendo = differenza

25 – 10 = 15

Nella **moltiplicazione** il primo e il secondo operando sono i **fattori**, il risultato è il **prodotto**.

Fattore 1 x fattore 2 = prodotto

15 x 3 = 45

Nella **divisione** il primo operando è il **dividendo**, il secondo operando è il **divisore**, il risultato è il **quoziente**.

Dividendo : divisore = quoziente

18 : 3 = 6

RICORDA:

- Addizione e moltiplicazione sono OPERAZIONI INTERNE ad $\mathbb{N}$. Ovvero: il risultato di tali operazioni è ancora un numero naturale.
- La sottrazione è l'operazione inversa dell'addizione
- La divisione è l'operazione INVERSA della moltiplicazione
- Lo ZERO è l'elemento NEUTRO della SOMMA :

$$n + 0 = 0 + n = n \quad \text{qualunque sia il numero } n \in \mathbb{N}$$

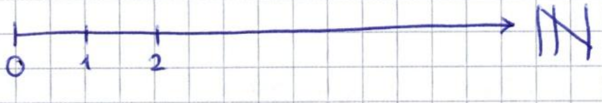
- Il numero 1 è l'elemento NEUTRO della MOLTIPLICAZIONE:

$$n \circ 1 = 1 \circ n = n \quad \text{qualunque sia il numero } n \in \mathbb{N}$$

SCHEMATICAMENTE :

NUMERI NATURALI $\equiv \mathbb{N}$

INSIEME ORDINATO DI NUMERI: 0, 1, 2, ...



QUATTRO OPERAZIONI IN $\mathbb{N}$

- ADDIZIONE $+$
- SOTTRAZIONE $-$
- MOLTIPLICAZIONE $\cdot$
- DIVISIONE $:$

OPERATORI

ADDIZIONE E MOLTIPLICAZIONE SONO "OPERAZIONI INTERNE" IN $\mathbb{N}$: IL RISULTATO È SEMPRE UN NUMERO NATURALE

SOTTRAZIONE E DIVISIONE SONO LE OPERAZIONI INVERSE DI ADDIZIONE E MOLTIPLICAZIONE

LO ZERO È L' ELEMENTO NEUTRO DELL'ADDIZIONE:

$$n + 0 = 0 + n = n \qquad \forall n \in \mathbb{N}$$

APPARTENENTE

PER OGNI

LO ZERO È L' ELEMENTO ASSORBENTE DELLA MOLTIPLICAZIONE

$$n \cdot 0 = 0 \cdot n = 0 \qquad \forall n \in \mathbb{N}$$

IL NUMERO 1 È L' ELEMENTO NEUTRO DELLA MOLTIPLICAZ.

$$n \cdot 1 = 1 \cdot n = n \qquad \forall n \in \mathbb{N}$$

PROPRIETÀ DELLE OPERAZIONI

- **COMMUTATIVA**
  - DELL'ADDIZIONE
    $$a+b=b+a$$
  - DELLA MOLTIPLICAZIONE
    $$a\cdot b=b\cdot a$$

- **ASSOCIATIVA**
  - ADDIZIONE
    $$(a+b)+c=a+(b+c)=b+(a+c)$$
  - MOLTIPLICAZIONE
    $$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)=b\cdot(a\cdot c)$$

- **DISTRIBUTIVA**
  - DELLA MOLTIPLICAZIONE RISPETTO ALL'ADDIZIONE
    $$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$$
  - DELLA DIVISIONE (RISPETTO ALL'ADDIZIONE)
    $$(a+b):c=a:c+b:c$$

(LE STESSE PROPRIETÀ DISTRIBUTIVE VALGONO ANCHE PER LA SOTTRAZIONE!

$$a\cdot(b-c)=a\cdot b-a\cdot c$$

$$(b-c):a=b:a-c:a$$

- **INVARIANTIVA**
  - SOTTRAZIONE
    IL RISULTATO NON CAMBIA SE AGGIUNGO O SOTTRAGGO UNO STESSO NUMERO A MINUENDO E SOTTRAENDO
  - DIVISIONE
    IL RISULTATO NON CAMBIA SE MOLTIPLICO O DIVIDO PER UNO STESSO NUMERO, DIVERSO DA ZERO, DIVIDENDO E DIVISORE

RICAPITOLANDO

Operazione	Proprietà	Comportamenti particolari dello 0 e dell'1
ADDIZIONE $3 + 2 = 5$ addendi somma	**COMMUTATIVA** $5 + 7 = 7 + 5$ **ASSOCIATIVA** $2 + 3 + 7 = 2 + (3 + 7)$ inversamente $17 + 3 = 10 + 7 + 3$	**Lo 0 è elemento neutro** $4 + 0 = 4$ $0 + 4 = 4$
SOTTRAZIONE $7 - 3 = 4$ minuendo sottraendo differenza	**INVARIANTIVA** $21 - 8 = (21 - 1) - (8 - 1) =$ $= 20 - 7 = 13$ $21 - 8 = (21 + 2) - (8 + 2) =$ $= 23 - 10 = 13$	$0 - 7$ impossibile in N
MOLTIPLICAZIONE $3 \times 5 = 15$ fattori prodotto	**COMMUTATIVA** $2 \times 3 = 3 \times 2$ **ASSOCIATIVA** $7 \times 5 \times 2 = 7 \times (5 \times 2)$ inversamente $15 \times 2 = 3 \times 5 \times 2$ **DISTRIBUTIVA** $(3 + 2) \times 4 =$ $= 3 \times 4 + 2 \times 4$ $(7 - 3) \times 5 =$ $= 7 \times 5 - 3 \times 5$	**Lo 0 è elemento annullante** (o assorbente) $8 \times 0 = 0$ $0 \times 8 = 0$ **L'1 è elemento neutro** $8 \times 1 = 8$ $1 \times 8 = 8$
DIVISIONE $120 : 2 = 60$ dividendo divisore quoziente	**INVARIANTIVA** $150 : 25 = (150 \times 4) : (25 \times 4) =$ $= 600 : 100 = 6$ $150 : 25 = (150 : 5) : (25 : 5) =$ $= 30 : 5 = 6$ **DISTRIBUTIVA** (vale solo se la somma o la differenza fanno da dividendo) $(100 + 50) : 2 = 100 : 2 + 50 : 2$ $(100 - 50) : 2 = 100 : 2 - 50 : 2$	$15 : 0 =$ impossibile $0 : 0 =$ dà infiniti risultati

In ℕ è possibile anche l'ELEVAMENTO A POTENZA

Le potenze sono moltiplicazioni particolari nelle quali tutti i fattori sono uguali.

2^7 (si legge «2 alla settima») = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2

Il numero 2 è la **base** e il numero 7 è l'**esponente** della potenza.

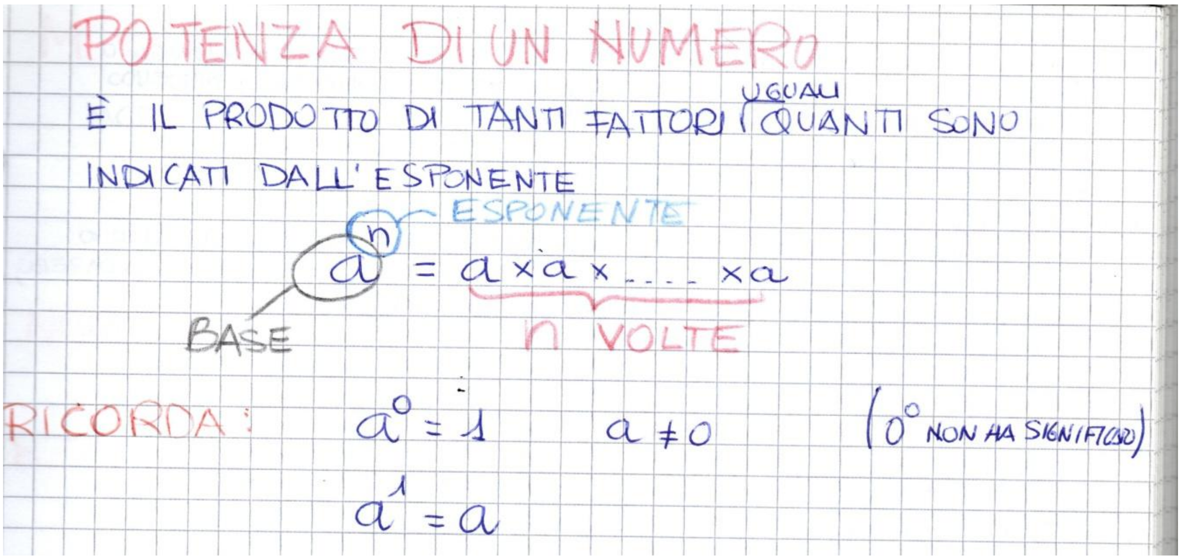
La base indica quale fattore viene moltiplicato per se stesso, l'esponente indica il numero di fattori uguali.

$\boldsymbol{a^n = a \circ a \circ a \circ a \ldots . \circ a}$ **se** $\boldsymbol{n > 1}$**;**

$\boldsymbol{a^0 = 1}$ **se** $\boldsymbol{a \neq 0}$**;**

$\boldsymbol{a^1 = a}$**.**

NON HA SIGNIFICATO LA SCRITTURA 0^0 (ZERO ELEVATO A ZERO non esiste!)



ESPRESSIONI CON I NUMERI NATURALI

Un'espressione è semplicemente una sequenza di operazioni, da eseguire rispettando le **REGOLE DI PRIORITÀ:**

- prima vengono calcolate le potenze,
- poi le moltiplicazioni e le divisioni, nell'ordine in cui sono scritte,
- infine le addizioni e le sottrazioni, sempre nell'ordine in cui sono scritte.

Le parentesi CAMBIANO la priorità delle operazioni. In altre parole: le PARENTESI MODIFICANO l'ordine con cui devono essere svolte le operazioni.

RICORDA: **prima** i calcoli presenti all'interno delle parentesi *tonde*, poi quelli all'interno delle *quadre* e infine quelli all'interno delle *graffe*. Sempre rispettando le regole di priorità viste prima.

PROPRIETÀ DELLE POTENZE

1) Prodotto di potenze con la stessa base: Il prodotto di potenze con la stessa base è una potenza che ha la stessa base e come esponente la **somma** degli esponenti.

$$a^m \circ a^n = a^{m+n}$$

Ad esempio : $5^3 \circ 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$

2) Quoziente di potenze con la stessa base: Il quoziente di potenze con la stessa base è una potenza che ha la stessa base e come esponente la **differenza** degli esponenti.

$$a^m : a^n = a^{m-n}, \quad \text{con } a \neq 0 \text{ e } n \leq m$$

Ad esempio : $7^9 : 7^4 = 7^{9-4} = 7^{9-4}$

3) **Potenza di potenza:** La potenza di una potenza è una potenza che ha la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti.

$$(a^m)^n = a^{m \circ n}$$

Ad esempio $(6^2)^5 = 6^{2 \circ 5}$

4) Prodotto di potenze con lo stesso esponente : Il prodotto di potenze con lo stesso esponente è una potenza che ha lo stesso esponente e come base il prodotto delle basi.

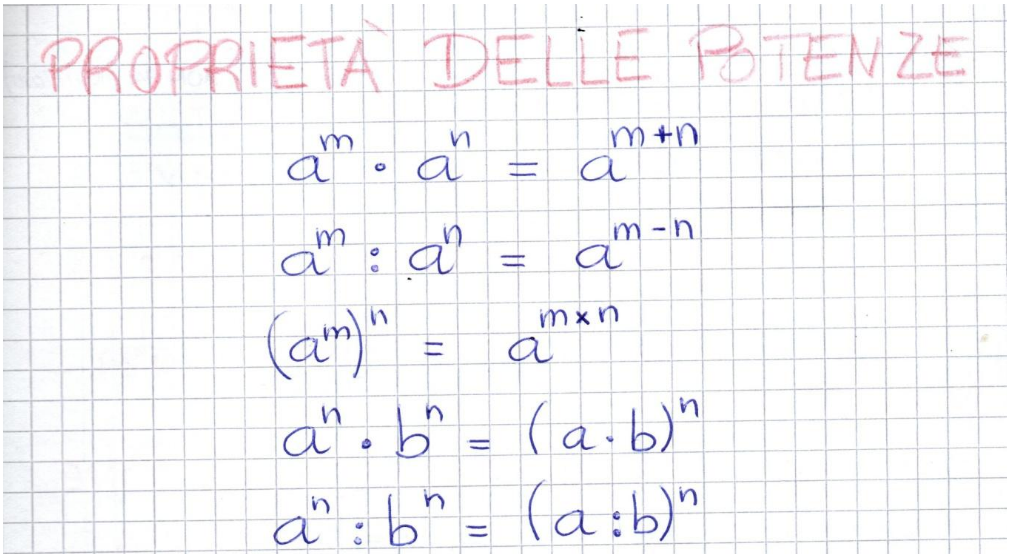
$$a^m \circ b^m = (a \circ b)^m$$

Ad esempio $3^2 \circ 2^2 = (3 \circ 2)^2 = (6)^2 = 36$

5) **Quoziente di potenze con lo stesso esponente :** Il quoziente di potenze con lo stesso esponente è una potenza che ha lo stesso esponente e come base il quoziente delle basi.

$$a^m : b^m = (a : b)^m$$

Ad esempio $6^2 : 2^2 = (6:2)^2 = (3)^2 = 9$



MULTIPLI, DIVISORI, M.C.D., m.c.m.

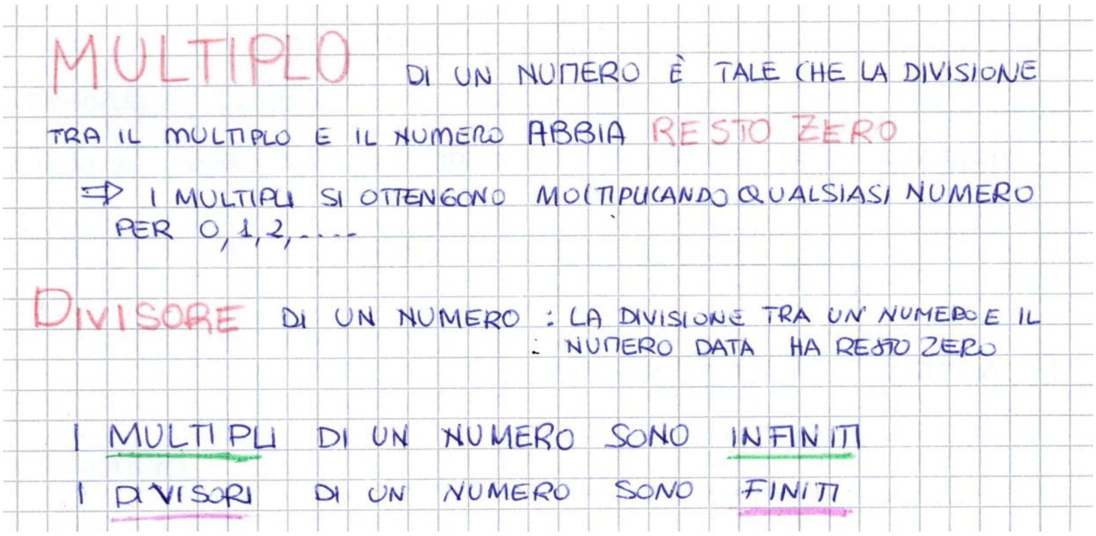
Consideriamo i numeri naturali *a* e *b*. Se esiste un numero naturale *q* tale che *a* = *b* x *q*, diciamo che:

- *a* è **multiplo** di *b*;
- *b* è **divisore** di *a*.

Ad esempio : 10 = 2 x 5

Diciamo che

- 10 è un multiplo di 2 e 5
- 2 e 5 sono i DIVISORI di 10

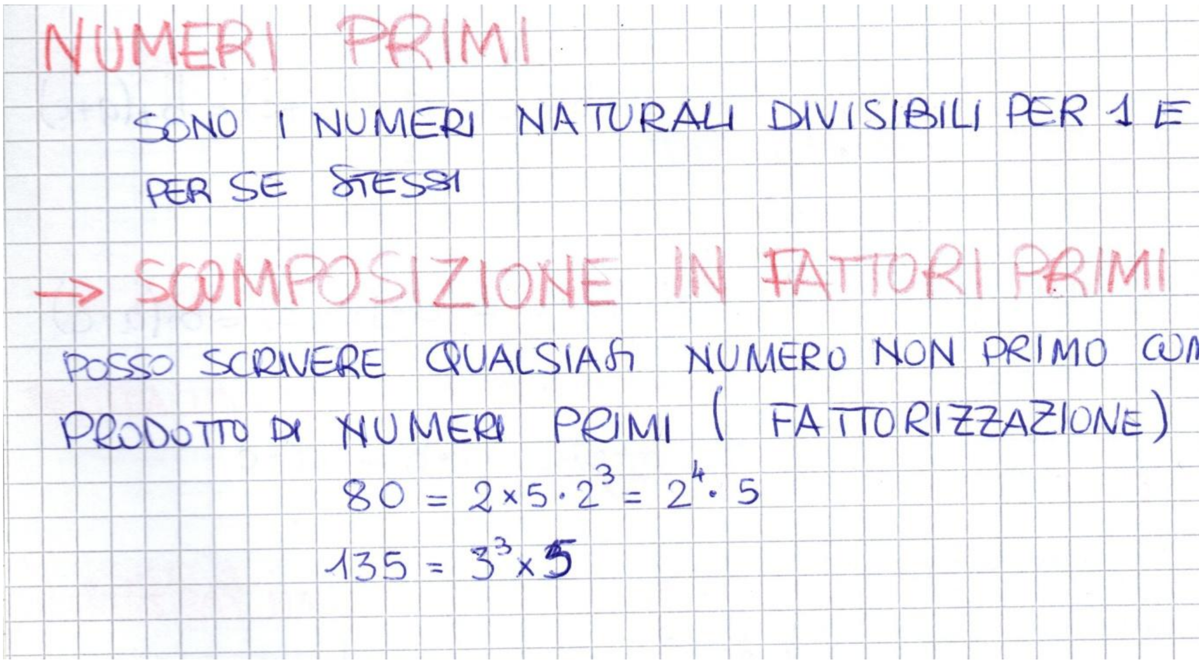

MULTIPLO DI UN NUMERO È TALE CHE LA DIVISIONE TRA IL MULTIPLO E IL NUMERO ABBIA RESTO ZERO

⇒ I MULTIPLI SI OTTENGONO MOLTIPLICANDO QUALSIASI NUMERO PER 0, 1, 2, ...

DIVISORE DI UN NUMERO : LA DIVISIONE TRA UN NUMERO E IL NUMERO DATA HA RESTO ZERO

I MULTIPLI DI UN NUMERO SONO INFINITI

I DIVISORI DI UN NUMERO SONO FINITI


NUMERI PRIMI

SONO I NUMERI NATURALI DIVISIBILI PER 1 E PER SE STESSI

→ SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI

POSSO SCRIVERE QUALSIASI NUMERO NON PRIMO CON PRODOTTO DI NUMERI PRIMI (FATTORIZZAZIONE)

$80 = 2 \times 5 \cdot 2^3 = 2^4 \cdot 5$

$135 = 3^3 \times 5$

La scomposizione di un numero in fattori primi viene anche chiamata **fattorizzazione** in numeri primi. Tale operazione è utile per calcolare il Massimo Comune Divisore e il Minimo Comune Multiplo tra due o più numeri

MASSIMO COMUNE DIVISORE

Fra due o più numeri naturali diversi da 0,il **massimo comune divisore** (**MCD**) è il più grande fra i loro divisori comuni

➔ REGOLA : Se scomponiamo in fattori primi due o più numeri naturali, il **MCD** è il prodotto dei *fattori comuni*, presi una sola volta, con l'*esponente minore*.

MINIMO COMUNE MULTIPLO

Fra due o più numeri naturali diversi da 0, il **minimo comune multiplo** (**mcm**) è il più piccolo fra i loro multipli comuni diversi da 0.

➔ REGOLA : Se scomponiamo in fattori primi due o più numeri naturali, il **mcm** è il prodotto di tutti i *fattori comuni e non comuni*, presi una sola volta, con l'*esponente maggiore*.

Ricorda: Se due numeri non hanno fattori in comune diversi da 1, diciamo che sono **primi tra loro**:

- M.C.D. = 1
- m.c.m. = il prodotto dei due numeri.

Ad esempio : 10 e 21 sono primi tra loro. Risulta quindi :

→ M.C.D. (10,21)= 1
→ m.c.m. (10,21)= 10 ∘ 21 = 210

COMPLETA la seguente tabella applicando i criteri di divisibilità.

a è divisibile per	2	3	5	10	11	25
45						
60						
171						
506						
1625						
2304						
4950						
5400						

Scrivi le espressioni relative alle seguenti frasi e calcolane il risultato.

- Sottrarre 9 dal prodotto di 8 per 2.
- Moltiplicare per 3 la differenza tra 12 e 7.
- Dividere 15 per la differenza tra 9 e 4 e poi sommare 2.
- Moltiplicare 3 per la somma di 9 e del quoziente di 14 e 2.
- Sottrarre 3 al risultato della divisione di 12 per la differenza tra 5 e 1.
- Dividere 18 per la differenza tra 9 e il prodotto di 3 per 2.
- Sottrarre a 17 la differenza tra il prodotto di 8 per 2 e 9.

- Dividere per 5 la differenza tra 15 e il prodotto di 5 per 2.
- Moltiplicare per 7 la differenza tra 10 e 8; sottrarre al risultato 14

Scrivi le espressioni che forniscono le soluzioni dei seguenti problemi e calcolane i valori.

- Anna riceve dalla madre 8 euro e va ad acquistare 2 scatole di colori del costo di 3 euro l'una. Al ritorno si ferma dalla nonna che le regala 5 euro. Con quanto denaro arriva a casa Anna? [7 euro]
- Luca e suo fratello Andrea vanno al cinema ricevendo 10 euro ciascuno dai genitori. Il costo di un biglietto è di 5 euro; Luca acquista prima di entrare al cinema una bibita del costo di 2 euro, mentre Andrea compera 2 pacchetti di patatine da 2 euro l'uno: complessivamente con quanto denaro tornano a casa i due fratelli? [4 euro]
- Una cuoca possiede 4 sacchetti di farina del peso di 1 kg ciascuno. Deve fare 7 dolci: nei primi 3 occorrono 350 g di farina per ciascuno e negli altri, 600 g di farina per ciascuno. Alla fine quanta farina rimane alla cuoca? [550 g]
- Una nonna ha 5 nipotini e 25 torroncini. Decide di dare 3 torroncini al primo nipotino e uno in più a ciascuno degli altri nipotini. Quanti torroncini le rimangono? [6]
- In uno stabilimento tessile, in una settimana (6 giorni lavorativi), si producono 26 304 m di tela. La tela viene suddivisa in pezze da 32 m ciascuna. Quanti giorni lavorativi occorrono per fabbricare 1233 pezze? [9]

Le espressioni con le quattro operazioni

$[12-(3+2)]\circ 2-[(2+3)\circ 2-4+(3+1)\circ 2-5+1]$ [4]

$\{[10\circ(3+2)]:[16+3\circ 3]\}+3\circ(2+1)$ [11]

$[20:(3\circ 2-2)+4]:(6-3\circ 2+3)$

$\{[12+2\circ(3+1)]:(3+2)\}-(3+1)$ [0]

$\{12\circ[(5+2)\circ 3-19]\}:[(3+1)\circ(2+1)]$ [2]

$\{15-[13+(2+14):(2+2\circ 3)-3]\}:[(2+7):3]$ [1]

$\{(2+7-3\circ 2)\circ[4-(1+2)]\}:[4-(2\circ 2-1)]$ [3]

$\{[(10-7+3+2-5)\circ(25:5)-2]\circ[(30-5+1-16):(30:15)+10+7-20]\}:2$ [13]

$13-\{8\circ 15-[(7\circ 5+5):8+20:(28:4-3)]\}:11$ [3]

$(22-5\circ 4):2+\{[36:2+7\circ 3-1-(2\circ 8+6)]-2^3\}$ [9]

$(2^0\circ 3^0+8):3+[3^2-(2^1+4):2]+(2^4+2):3^2$ [11]

$[(4+3^2-1):2^2+45:3^2]:2^2+(21\circ 3):9+1^0$ [10]

$\{[(3^2+11):2^2]^2:5-1\}\circ 2^3-[7^2:(2\circ 3+1)+2^3+10^0]$ [16]

$\{[(6^0+2 \circ 5^2-11) : 2^3+ 8]-2^0\} : 4+(7-4) \circ 2+ 3^2 \circ 2$ [27]

$[(243 : 81+4^3 : 4-3) : (5-3^0)+125 : 25] \circ 2^2 : 3$ [12]

1. $\{[6-(20:2):2]\cdot 2\}:1=$ [2]
2. $\{[(50:5)-4]:2-2\}\cdot 6=$ [6]
3. $18-\{10-[(28-19):3]\}=$ [11]
4. $15:\{[(25:5)+20:4]-5\}-2=$ [1]
5. $\{6+[(42:21)-1]\cdot 3+1\}-8=$ [2]
6. $39:\{12+[21-(35:7\cdot 3)-5]\}=$ [3]
7. $25+\{[(8\cdot 3-10)-28:2]+3\}=$ [28]
8. $\{[(50:25)\cdot 10-5]-(13:13)\}:2=$ [7]
9. $\{25-[(30:2):5-(3:1)]\}:(25:5)=$ [5]
10. $\{[12+(12+4):4-2]-(49:7)\}:7=$ [1]
11. $\{(28-10)-[(40-4\cdot 9)\cdot 3-4\cdot 3]\}=$ [18]
12. $49-2\cdot\{[(50:5):5+(9\cdot 4-6)]-9\}=$ [3]
13. $\{(105:35-2)\cdot 21\}-[20-(35:7\cdot 2)]=$ [11]
14. $\{5+[(33:3-3):4+15\cdot 2:5]+12\}-9=$ [16]
15. $(99:33\cdot 2)+\{[15\cdot 3-(80:4)-20]+7\}=$ [18]
16. $3:\{[9-(21:7+30:6)]-[(45:9+4)-8]\}=$ [imp.]
17. $20:\{15:[10:(25-75:5)+(7\cdot 2\cdot 1)]:1+1\}=$ [10]
18. $\{[5\cdot(36-40:2)-(100:2-30)]:6-1\}+9=$ [18]
19. $57-55:\{(7-28:14)-[3\cdot(2\cdot 44:22)-8]\}=$ [2]
20. $\{[(12\cdot 4-45)\cdot 12]:18\}+\{29\cdot(22-11\cdot 2)\}=$ [2]
21. $(22+16:2):\{47-[10+(39:3-20:2)\cdot 12]\}=$ [30]
22. $50-\{[(54:9-2)\cdot 5-4\cdot(81:27-1)]:(75:25)\}=$ [46]
23. $\{[24:(36:6\cdot 2-8)+(70:2-15)]:13\}:(35-35)=$ [imp.]
24. $10-\{24:2-5\cdot[(87:29+27):15]-(40-13\cdot 3)\}=$ [9]
25. $\{[5\cdot(49:7)-3\cdot(25:5)]:4-[(5\cdot 9-40)-(10-90:9)]\}:8=$ [0]
26. $\{51:(102:6)+[(86:43\cdot 5):2+(98:7):2]\}+(19-4\cdot 2)-10=$ [16]
27. $[(72:8):(250:25-31:31)]+\{[80:(10-2\cdot 4)+(87-7)]:30\}=$ [5]
28. $\{85:[(216:8-10)-(81:27-3)]\cdot 2\}-[(88-9\cdot 9)-(98:49)]\cdot 2=$ [0]
29. $\{[(48-8\cdot 5+29)+3]:20+12\}\cdot(35-11\cdot 3):[10-(216:6):6-4]=$ [imp.]
30. $[441:21-(87-85)\cdot 7]+\{136:8-[(38:2-126:18)+(21-20:1)\cdot 5]\}=$ [7]