IL METODO DI RIDUZIONE
detto metodo di addizione e sottrazione, perché per applicarlo è necessario sommare (o sottrarre) membro a membro le equazioni del sistema.
La seguente tabella riassume i passaggi che occorre svolgere, in generale, per trovare la soluzione di un sistema con il metodo di riduzione.

1. Moltiplichiamo una o entrambe le equazioni per fattori non nulli, in modo che i coefficienti di una delle variabili risultino uguali od opposti:
2. Se i coefficienti ottenuti al punto 1 sono uguali, sottraiamo membro a membro le due equazioni; se i coefficienti sono opposti, sommiamo membro a membro; otteniamo così un'equazione in una sola incognita:
3. Risolviamo l'equazione in una sola incognita:
4. Ripetiamo i passi 1, 2 e 3 per determinare l'altra incognita

GAUSS
La paternità del metodo di riduzione è generalmente attribuita a Karl Friedrich Gauss, matematico tedesco che tra il 1803 e il 1809, per studiare l'orbita di un asteroide, si trovò a risolvere un sistema di sei equazioni lineari in sei incognite. Fu così che formulò le regole generali di quello che, da allora, è noto anche come metodo di eliminazione gaussiana.

ESEMPIO
Risolvi il sistema seguente

$$\begin{cases} 4x + y = 5 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases}$$

Il sistema è già in forma normale. Per utilizzare il metodo di riduzione, possiamo procedere in due modi, eliminando la x o la y.
Decidiamo di volere eliminare la x. Dobbiamo moltiplicare la prima equazione per 3 e la seconda per 4, ovvero per i coefficienti numerici di x :

$$\begin{cases} \mathbf{4}x + y = 5 & \Rightarrow \circ\ \mathbf{3} \\ \mathbf{3}x - 2y = 12 & \Rightarrow \circ\ \mathbf{4} \end{cases}$$

Otteniamo :

$$\begin{cases} \mathbf{12}x + \mathbf{3}y = \mathbf{15} & \Rightarrow \circ\ \mathbf{3} \\ \mathbf{12}x - \mathbf{8}y = \mathbf{48} & \Rightarrow \circ\ \mathbf{4} \end{cases}$$

Siccome i coefficienti di x hanno lo STESSO SEGNO, sottraiamo la seconda equazione dalla prima. Otterremo così un'equazione che contiene solo y :

$$\begin{cases} \mathbf{12}x + \mathbf{3}y = \mathbf{15} \\ \mathbf{12}x - \mathbf{8}y = \mathbf{48} \end{cases}$$

(I - II) // + 11y = - 33 ⇨ y = -3

Sostituendo questo valore in una qualsiasi delle due equazioni del sistema di partenza, ricaviamo x. Ad esempio, dalla prima otteniamo

$$\begin{cases} 4x + (-3) = 5 \Rightarrow x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

ESERCIZI PROPOSTI

1. $\begin{cases} 5x - 3y = 12 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ (3,1)
2. $\begin{cases} 2y + 1 = 1 - x \\ 3x + y = 1 - 2y \end{cases}$ $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

3. $\begin{cases} x - y = 4 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$ $(5,1)$

4. $\begin{cases} y = 6 - 3x \\ y - 2x = -4 \end{cases}$ $(2,0)$

5. $\begin{cases} \frac{x+3}{3} = 2 - y \\ 3x - y = 4 \end{cases}$ $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$

6. $\begin{cases} (x+2)^2 - 1 = x^2 - 5y \\ 4x - 1 = -y \end{cases}$ $(\frac{1}{2}, -1)$

7. $\begin{cases} \frac{x-5}{3} + \frac{3}{5}y = x + 1 - \frac{2}{5}y \\ (y+1)^2 - 6x + y(x+1) = 10 + y\,(x + y + 1) - x \end{cases}$ $(1,2)$