METODO DI SOSTITUZIONE

Per applicare il metodo di sostituzione dobbiamo compiere i seguenti passaggi:

- Riconduciamo il sistema in forma normale
- Ricaviamo una delle incognite da una delle due equazioni.
- Sostituiamo l'espressione ottenuta nell'altra equazione. In questo modo otteniamo un'equazione con una sola incognita
- Risolviamo l'equazione che contiene una sola incognita
- Sostituiamo la soluzione ottenuta nell'espressione dell'incognita da determinare

Vediamo come si applica questo metodo con un esempio.

$$\begin{cases} x + 5y = 3 \\ 2x - 4y = -8 \end{cases}$$

1. Ricaviamo un'incognita in funzione dell'altra, da una delle due equazioni:
ad esempio, ricaviamo x dalla prima :

$$\begin{cases} x = -5y + 3 \\ 2x - 4y = -8 \end{cases}$$

2. Sostituiamo l'espressione trovata per l'incognita nell'altra equazione; otteniamo così un'equazione in una sola incognita:

$$\begin{cases} x = -5y + 3 \\ 2(-5y + 3) - 4y = -8 \end{cases}$$

3. Risolviamo l'equazione in una sola incognita: -10y+6-4y= -8

$-10y + 6 - 4y = -8$ ➔ -14y = -14 ➔ y = 1

4. Sostituiamo la soluzione trovata nell'espressione dell'incognita ancora da determinare; ricaviamo così la seconda incognita:

$$\begin{cases} x = -5 \circ 1 + 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

ESERCIZI

ESEMPIO 1

Stabilisci se la coppia ordinata (3,2) è soluzione del seguente sistema:

$$\begin{cases} x - 2y = -1 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

Come sappiamo dalla teoria, una coppia ordinata di numeri è soluzione di un sistema se soddisfa contemporaneamente entrambe le equazioni del sistema.

Sostituiamo quindi i valori dati nelle due equazioni: al posto della x mettiamo il valore 3 e invece mettiamo al posto di y il valore 2.

Otteniamo

$$\begin{cases} 3 - 2 \circ 2 = -1 \ \Rightarrow VERA \\ 3 + 2 = -1 \ \Rightarrow FALSA \end{cases}$$

Siccome la seconda equazione non è soddisfatta, la coppia data non è soluzione del sistema.

ESERCIZIO 2

Verifica se la coppia scritta di fianco a ogni sistema è soluzione del sistema oppure no.

$$\begin{cases} 5x - 3y = 12 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \quad (3; 2)$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ 6x - 9y = 2 \end{cases} \quad (5; -2)$$

$$\begin{cases} 3y = x + 2 \\ x + 5y = 6 \end{cases} \quad (1; 1)$$

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 2x - y = -1 \end{cases} \quad (-2; -1)$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 3y = 2 \end{cases} \quad (1; 1/3)$$

INTERPRETAZIONE GRAFICA DI UN SISTEMA

ESEMPIO

STABILISCI SE IL SISTEMA DATO AMMETTE SOLUZIONE ED EVENTUALMENTE DETERMINALA GRAFICAMENTE

$$\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ x - y = -4 \end{cases}$$

Innanzitutto calcoliamo il rapporto tra i coefficienti di x ed y, per vedere se il sistema ammette soluzione. Abbiamo

$$\frac{3}{1} \neq \frac{2}{-1}$$

Quindi il sistema ha soluzione. Tracciamo i grafici delle due rette di equazioni

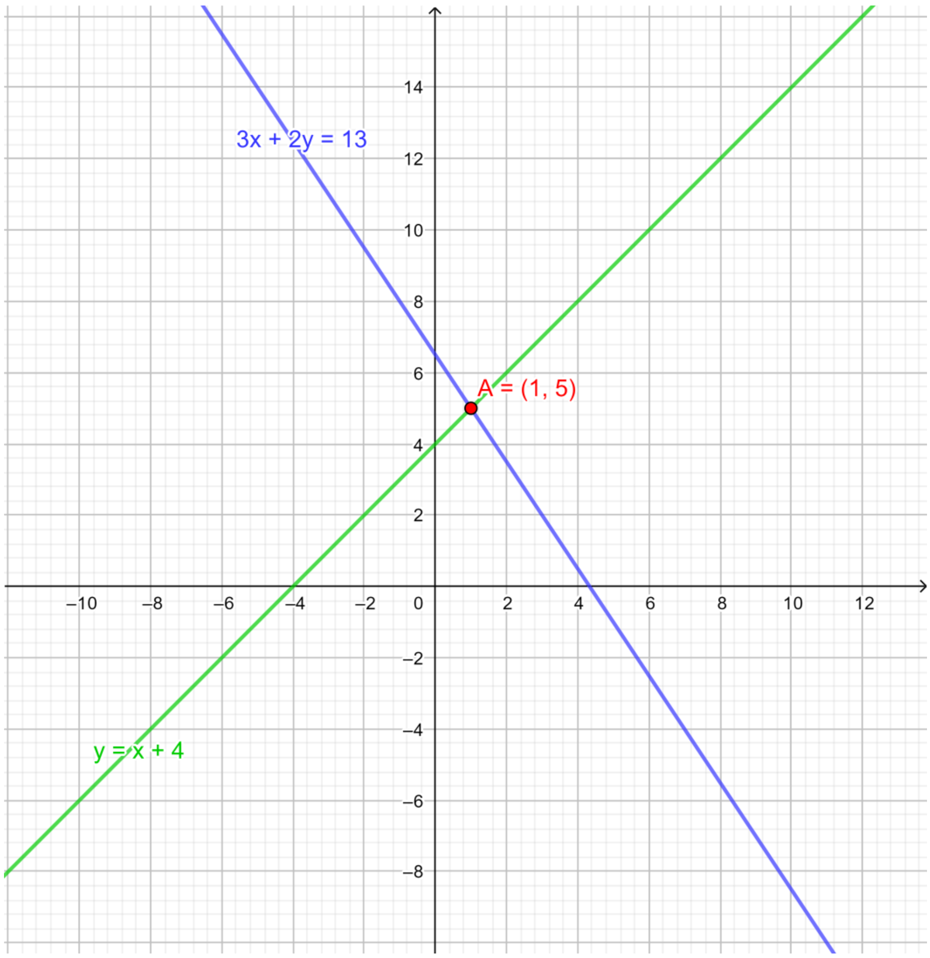
$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{13}{2}$$

$$y = x + 4$$

Ricordiamo che ci basta trovare due punti per ciascuna retta per tracciare il grafico:

y= -3/2 x+13/2		y = x+4	
x	y	x	y
0	13/2	0	4
13/3	0	-4	0

Abbiamo quindi :



ESERCIZIO

STABILISCI SE I SISTEMI DATI AMMETTONO SOLUZIONE ED EVENTUALMENTE DETERMINALA GRAFICAMENTE

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - 7y = -23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 2x + y - 3 = 0 \end{cases}$$

RIDUZIONE DI UN SISTEMA LINEARE A FORMA NORMALE

ESEMPIO

Riduci a forma normale il seguente sistema

$$\begin{cases} 2x - 5 = 7y \\ 2x + 4y - 1 = 0 \end{cases}$$

Per ricondurre il sistema in forma normale, dobbiamo scrivere le due equazioni nella forma

ax +by = c

in cui compaiono le due incognite a primo membro e il termine noto a secondo membro.

Abbiamo quindi :

$$\begin{cases} 2x + 7y = 5 \\ 2x + 4y = 1 \end{cases}$$

ESERCIZIO PROPOSTO

Riduci a forma normale i seguenti sistemi

$$\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x = y + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = 6x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y \\ 2x + 3y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 14x = 7y + 21 \\ 3x = -2y + 6 \end{cases}$$

METODO DI SOSTITUZIONE ESERCIZI

ESEMPIO

Risolvi il seguente sistema con il metodo di sostituzione

$$\begin{cases} 2(x - 1) + y = -3 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

Possiamo procedere in due modi. Possiamo infatti ricavare la x in funzione della y dalla seconda equazione oppure ricavare la y in funzione di x dalla prima.

Proviamo con questo metodo. Otteniamo:

$$\begin{cases} y = -3 - 2(x - 1) = -2x - 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

Sostituiamo il valore trovato nella seconda equazione:

$$\begin{cases} y = -2x - 1 \\ x + 2\color{red}{(-2x-1)} = 4 \end{cases}$$

La seconda è l'equazione risolvente. Svolgendo i calcoli, otteniamo

x-4x-2 = 4 ⇨ -3x = 6 ⇨ x = -2

Sostituendo questo valore nell'espressione di y, otteniamo :

$$\begin{cases} y = -2(-2) - 1 = 3 \\ x = -2 \end{cases}$$

Ovvero

$$\begin{cases} y = 3 \\ x = -2 \end{cases}$$

ESERCIZI

Risolvi i seguenti sistemi con il metodo di sostituzione: a lato la soluzione

1. $\begin{cases} x - 2y = -1 \\ x + y = 1 \end{cases} \quad (\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$
2. $\begin{cases} 4x + 2y = 1 \\ 2x - y = -1 \end{cases} \quad (-\frac{1}{8}; \frac{3}{4})$
3. $\begin{cases} x = 5 - 2y \\ 2x - y = -3 \end{cases} \quad (-4; -5)$
4. $\begin{cases} y + x = 1 \\ x = -2y - 1 \end{cases} \quad (3; -2)$
5. $\begin{cases} x + 2(y - 1) = 6 \\ 2x = y - 1 \end{cases} \quad \left(\frac{6}{5}; \frac{17}{5}\right)$
6. $\begin{cases} 3(x + 1) = 2(x - y) - 1 \\ x + y = -1 \end{cases} \quad (2; -3)$
7. $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = -\frac{1}{6} \\ 2(x + y) = -y + 8 \end{cases} \quad (1; 2)$
8. $\begin{cases} \frac{-y+x}{2} - \frac{2x+y}{10} = \frac{1}{5} + \frac{x}{4} \\ x + 9y = -5 \end{cases} \quad \left(-\frac{8}{7}; \frac{3}{7}\right)$
9. $\begin{cases} 3x - y = -1,\overline{6} \\ 1,\overline{3}x + 0,\overline{6}y = 0 \end{cases} \quad \left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$
10. $\begin{cases} \sqrt{3}x - 2\sqrt{5}y = 13 \\ x + 2y - \sqrt{3} + 2\sqrt{5} = 0 \end{cases} \quad (\sqrt{3}; -\sqrt{5})$
11. $\begin{cases} (2x - 3)^2 + 20y = 4x^2 \\ (2y - 1)(1 - 2y) = x - 4y^2 \end{cases} \quad \left(2; \frac{3}{4}\right)$
12. $\begin{cases} (x - 2y)(x + y) + 3y = x^2 + y^2 + 3 \\ \frac{2x-1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{y+1}{6} \end{cases} \quad (0; 0)$