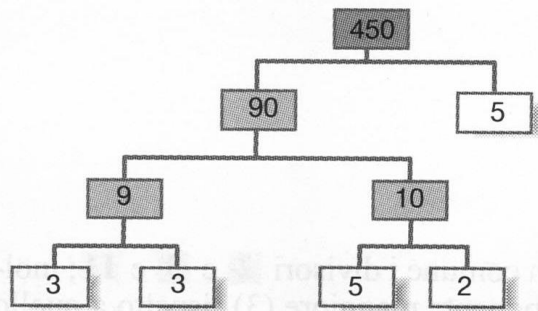


1. Completa i seguenti alberi e scrivi poi la fattorizzazione del numero dato, dopo aver osservato l'esempio.

Esempio

Scomponiamo in fattori primi il numero 450:



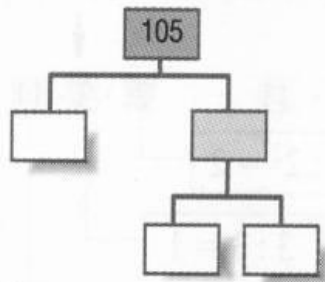
$$450 = 5 \cdot 90$$

$$9 \cdot 10$$

$$3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2$$

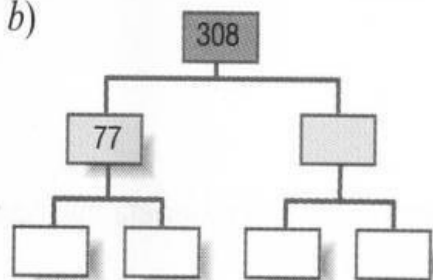
$$450 = 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2.$$

a)



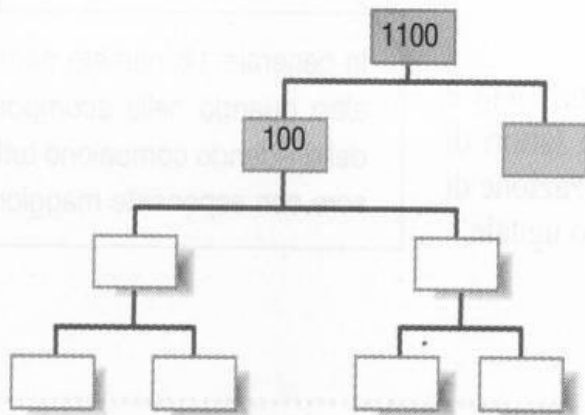
$$105 = \dots\dots\dots$$

b)



$$308 = \dots\dots\dots$$

c)



$$1100 = \dots\dots\dots$$

Uno sotto l'altro

Per scomporre un numero in fattori primi si può operare anche in questo modo. Si scrive il numero e a fianco si traccia una linea verticale.

$$\begin{array}{r|l} 120 & \end{array}$$

Utilizzando i criteri di divisibilità si individua un divisore del numero e lo si scrive a destra della linea, mentre sotto al numero iniziale si scrive il quoziente che si ottiene dalla divisione; nell'esempio possiamo dividere per 2.

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & \end{array}$$

Si continua poi allo stesso modo finché si ottiene come quoziente il numero 1.

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

I divisori via via utilizzati, scritti uno sotto l'altro a destra della linea, costituiscono la scomposizione:

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

Osserviamo che abbiamo proceduto dividendo per i numeri primi in ordine crescente, per 2, per 3..., ma ciò non è indispensabile.

Scomponi con il metodo delle scomposizione in fattori primi i seguenti numeri e poi scrivi le rispettive fattorizzazioni

$$\begin{array}{r|l} 180 & \\ & 770 \\ & \\ & 165 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 245 & \\ & 336 \end{array}$$

Utilizzando il criterio generale di divisibilità, stabilisci se il primo numero è divisibile per il secondo

- 4872 è divisibile per 348?
- 728 è divisibile per 26?
- 455 è divisibile per 12?
- 3498 è divisibile per 121?
- 11610 è divisibile per 129?

MASSIMO COMUNE DIVISORE (M.C.D.) tra due o più numeri è il maggiore dei divisori comuni. Se il M.C.D. è 1, i numeri si dicono **PRIMI** tra loro.

Per calcolare M.C.D. tra due o più numeri, li scomponiamo in fattori primi e poi calcoliamo il prodotto dei divisori comuni, presi una sola volta con il **MINIMO ESPONENTE**

Ricerchiamo il M.C.D. tra 45 e 105 utilizzando due metodi diversi.

METODO MEDIANTE TABELLA

Nell'Unità 5.1 hai imparato a individuare tutti i divisori di un numero mediante l'apposita tabella che ora utilizziamo in forma abbreviata evitando di scrivere le coppie che si ripetono.

$D(45)$.

1	3	5
45	15	9

$D(105)$.

1	3	5	7
105	35	21	15

Nelle tabelle sono evidenziati i divisori comuni ai due numeri; il maggiore è "15".

$$\text{M.C.D.}(45; 105) = 15.$$

METODO MEDIANTE FATTORIZZAZIONE

45	3
15	3
5	5
1	

$$45 = 3^2 \cdot 5$$

105	3
35	5
7	7
1	

$$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{M.C.D.}(45; 105) = 3 \cdot 5 = 15.$$

Per determinare il massimo comun divisore si moltiplicano tra di loro i fattori **comuni** presenti nelle fattorizzazioni dei due numeri e con il **minimo esponente**.

Calcola il M.C.D. tra le seguenti terne di numeri con il metodo della fattorizzazione:

- M.C.D. (18,32,36)
- M.C.D. (6,18,90)
- M.C.D. (24,16,38)
- M.C.D. (15,35, 60)
- M.C.D. (5,145,60)
- M.C.D. (32,44,28)

MINIMO COMUNE MULTIPLIO (m.c.m.) tra due o più numeri è il minore dei loro multipli comuni.

Per calcolare il m.c.m. tra due o più numeri, li scomponiamo in fattori primi e poi moltiplichiamo tra loro tutti i fattori presenti nella fattorizzazione, presi una sola volta con il **MASSIMO** esponente

Ricerchiamo il m.c.m. fra 8 e 28 utilizzando due metodi diversi.

METODO MEDIANTE ELENCAZIONE

Ricerchiamo i multipli di 8 e di 28 fino a che se ne individua uno comune *diverso da zero*.

Multipli di 8

$8 \cdot 0 = 0$
$8 \cdot 1 = 8$
$8 \cdot 2 = 16$
$8 \cdot 3 = 24$
$8 \cdot 4 = 32$
$8 \cdot 5 = 40$
$8 \cdot 6 = 48$
$8 \cdot 7 = 56$
.....

Multipli di 28

$28 \cdot 0 = 0$
$28 \cdot 1 = 28$
$28 \cdot 2 = 56$
.....

$$\text{m.c.m.}(8; 28) = 56.$$

METODO MEDIANTE FATTORIZZAZIONE

Scomponiamo i numeri in fattori primi:

8	2	28	2
4	2	14	2
2	2	7	7
1		1	

$$8 = 2^3;$$

$$28 = 2^2 \cdot 7;$$

$$\text{m.c.m.}(8; 28) = 2^3 \cdot 7 = 56.$$

Per determinare il **minimo comune multiplo** si moltiplicano tra di loro tutti i fattori che compaiono nella fattorizzazione, presi una sola volta e con il **massimo esponente**.

OSSERVAZIONE

In alcuni casi, uno dei numeri considerati è multiplo degli altri:

Es. $36 = 2^2 \cdot 3^2$.

$12 = 2^2 \cdot 3$  m.c.m. (36; 12; 4) = 36.

$4 = 2^2$

Quando il minimo comune multiplo fra due o più numeri coincide con uno dei numeri dati significa che gli altri sono suoi divisori.

Calcola il m.c.m. tra le seguenti coppie di numeri

- m.c.m. (15,45)
- m.c.m. (25,150)
- m.c.m. (15,55)
- m.c.m. (120,180)
- m.c.m. (165,45)
- m.c.m. (200,35)
- m.c.m. (130,140)
- m.c.m. (110,77)
- m.c.m. (148,111)

Calcola il m.c.m. tra le seguenti terne di numeri, utilizzando il metodo della fattorizzazione, come indicato nell'esempio

Determiniamo il m.c.m. (15; 16; 320).

15	3
5	5
1	

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

320	2
160	2
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$16 = 2^4$;

m.c.m.(15; 16; 320) = $2^6 \cdot 3 \cdot 5 = 960$.

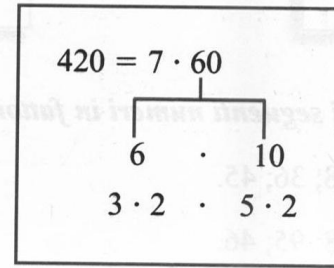
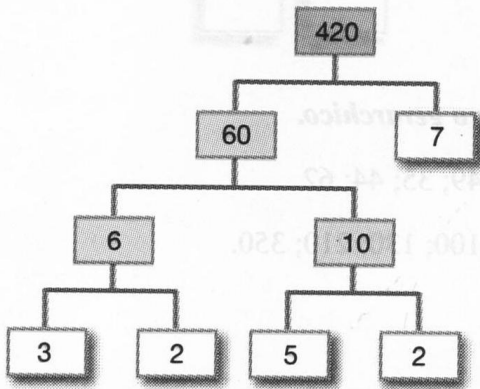
- m.c.m. (18,30,120)
- m.c.m. (40,90,150)
- m.c.m. (16,30,80)
- m.c.m. (6,35,70)
- m.c.m. (15,25,155)

Calcola il m.c.m e il M.C.D. tra i seguenti numeri, dopo averli scomposti in fattori primi

- 50,90,140
- 122,294,400
- 60,15,180
- 34,170

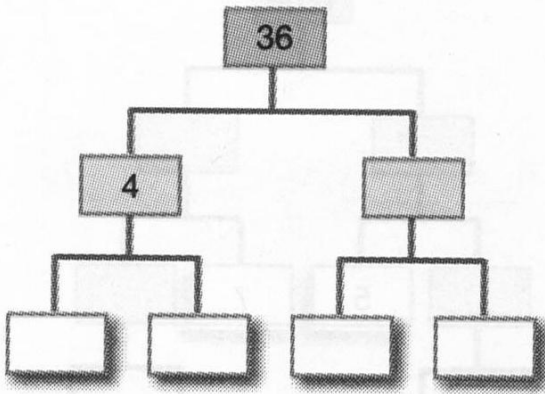
- 110,22
- 65,100

Scomponiamo in fattori primi il numero 420:

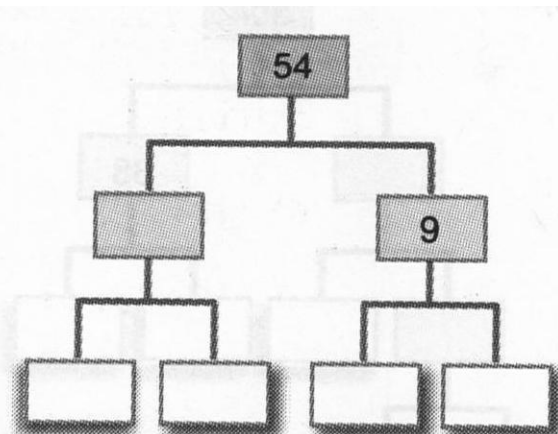
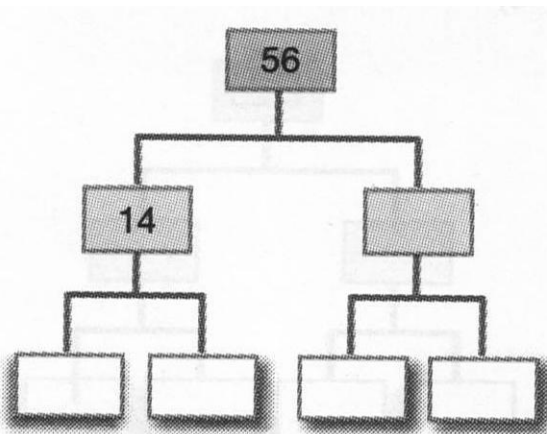
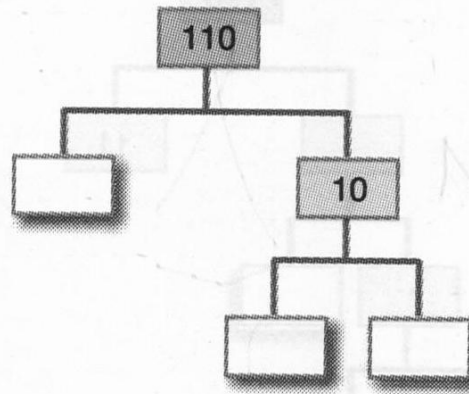


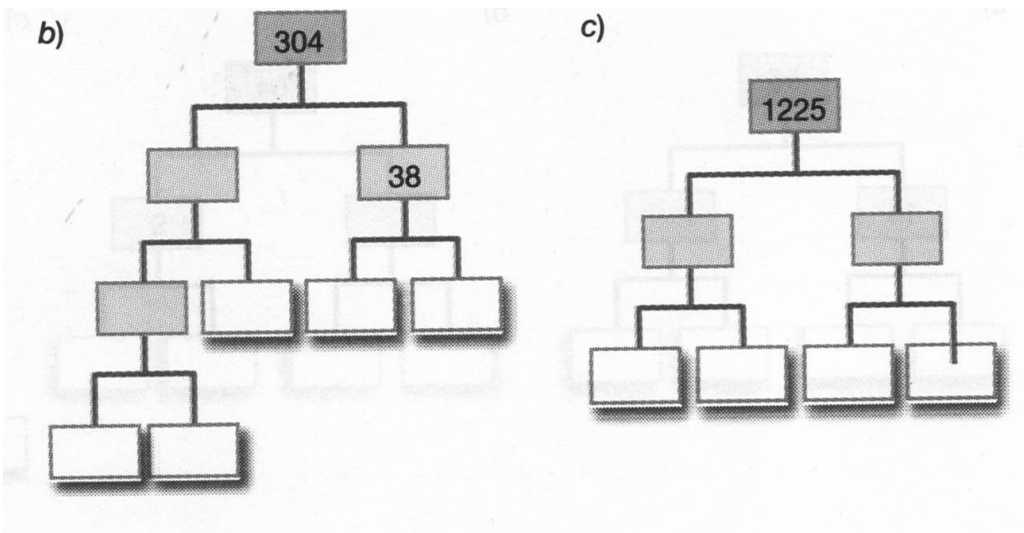
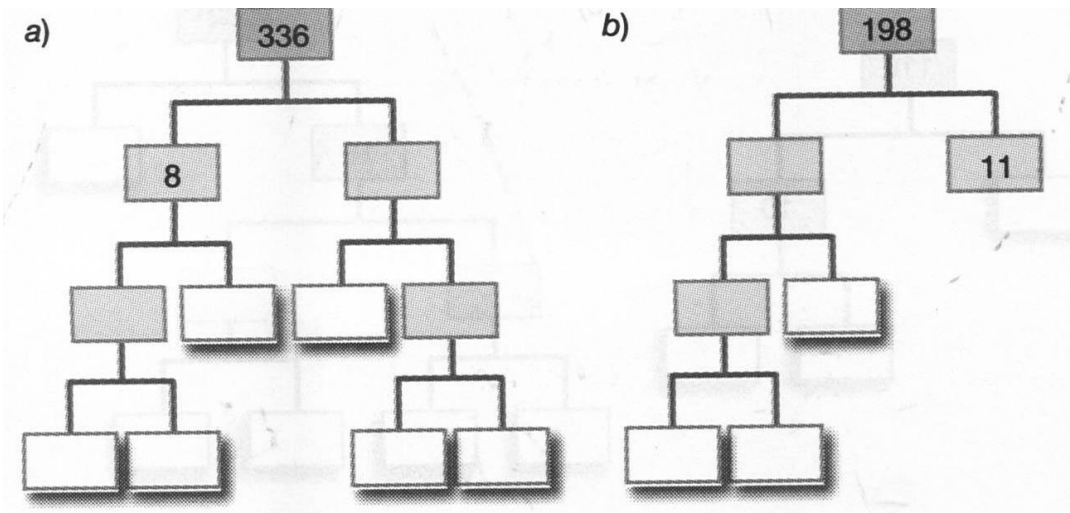
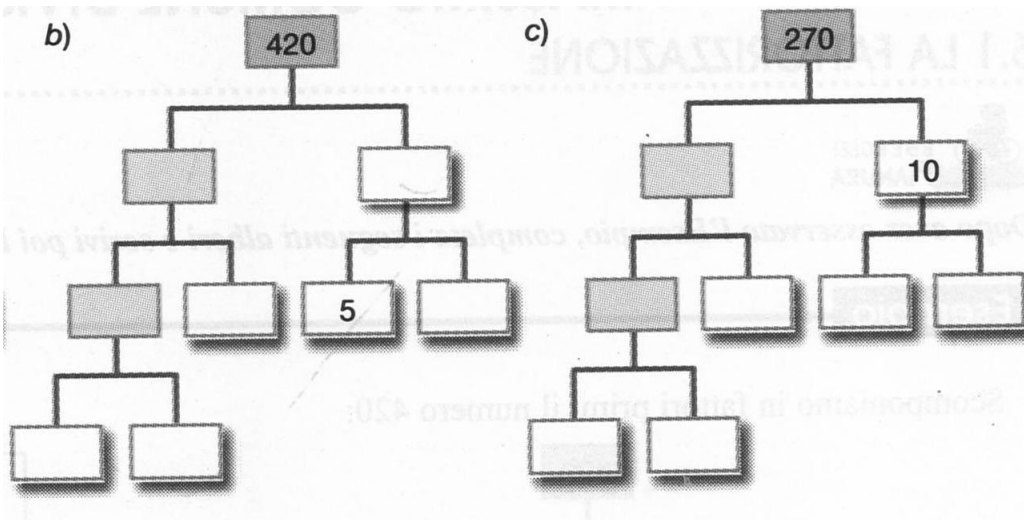
$$420 = 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

a)



b)





SCOMPONI IN FATTORI PRIMI I SEGUENTI NUMERI CON IL METODO DELLA SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI, COME ILLUSTRATO NELL'ESEMPIO

1400	$2^2 \cdot 5^2$
14	2
7	7
1	

(è divisibile per 100 quindi per $2^2 \cdot 5^2$)

$$1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7.$$

15000, 1860, 3860, 35000

187200, 34 000, 29 400, 12 600

21 600, 21 000, 15 600, 34 500

2 040, 34 200, 17 400, 31 600

5 290, 43 400, 184 500, 342 000

CRITERIO GENERALE DI DIVISIBILITA'

Stabilisci se il primo elemento delle seguenti coppie di numeri è divisibile per il secondo, avvalendoti della fattorizzazione di entrambi. Segui l'esempio

360 è divisibile per 15?

Scomponiamo in fattori primi i due numeri:

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

15	3
5	5
1	

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5;$$

$$15 = 3 \cdot 5.$$

Sì: 360 è divisibile per 15 perché i fattori del 15 sono presenti anche nel 360, inoltre nel dividendo compaiono con esponente maggiore; applicando le proprietà delle potenze si avrà:

$$360 : 15 = (2^3 \cdot \cancel{3^2} \cdot \cancel{5}) : (\cancel{3} \cdot \cancel{5}) = 2^3 \cdot 3 = 24.$$

928 è divisibile per 16?

5625 è divisibile per 15?

385 è divisibile per 14?

1 080 è divisibile per 18?

4725 è divisibile per 45?

1 576 è divisibile per 26?

1232 è divisibile per 22?

3560 è divisibile per 24?

4862 è divisibile per 20?

8796 è divisibile per 88?

5 670 è divisibile per 45?

4 608 è divisibile per 36?

6 290 è divisibile per 74?

25 662 è divisibile per 26?

12 380 è divisibile per 35?

Determina il m.c.m. delle seguenti coppie di numeri, con il metodo indicato nell'esempio

Esempio

Determiniamo il m.c.m. (20; 15). Proseguiamo nella ricerca dei multipli di 20 e 15 fino a che ne troviamo uno comune diverso da zero.

multipli di 20	multipli di 15
$20 \cdot 0 = 0$	$15 \cdot 0 = 0$
$20 \cdot 1 = 20$	$15 \cdot 1 = 15$
$20 \cdot 2 = 40$	$15 \cdot 2 = 30$
$20 \cdot 3 = \textcircled{60}$	$15 \cdot 3 = 45$
.....	$15 \cdot 4 = \textcircled{60}$

$M(20) = \{20; 40; \textcircled{60} \dots\}$
 $M(15) = \{15; 30; 45; \textcircled{60} \dots\}$

m.c.m. (20; 15) = 60

Lo zero come sai viene omissso dall'elenco perché multiplo di tutti i numeri.

53. $M(15) = \{ \dots \}$
 $M(21) = \{ \dots \}$
m.c.m. (15; 21) =

54. $M(25) = \{ \dots \}$
 $M(20) = \{ \dots \}$
m.c.m. (... ; ...) =

55. $M(8) = \{ \dots \}$
 $M(32) = \{ \dots \}$
m.c.m. (... ; ...) =

56. $M(12) = \{ \dots \}$
 $M(8) = \{ \dots \}$
m.c.m. (... ; ...) =

57. $M(14) = \{ \dots \}$
 $M(21) = \{ \dots \}$
m.c.m. (... ; ...) =

58. $M(15) = \{ \dots \}$
 $M(18) = \{ \dots \}$
m.c.m. (... ; ...) =

59. $M(22) = \{ \dots \}$
 $M(33) = \{ \dots \}$
m.c.m. (... ; ...) =

60. $M(16) = \{ \dots \}$
 $M(20) = \{ \dots \}$
m.c.m. (... ; ...) =

61. $M(45) = \{ \dots \}$
 $M(15) = \{ \dots \}$
m.c.m. (... ; ...) =

62. $M(20) = \{ \dots \}$
 $M(35) = \{ \dots \}$
m.c.m. (... ; ...) =

63. $M(17) = \{ \dots \}$
 $M(68) = \{ \dots \}$
m.c.m. (... ; ...) =

64. $M(13) = \{ \dots \}$
 $M(11) = \{ \dots \}$
m.c.m. (... ; ...) =

CALCOLA IL m.c.m. CON IL METODO DELLA FATTORIZZAZIONE

$$\text{m.c.m. (255; 153)} = 765.$$

255	3
85	5
17	17
1	

153	3
51	3
17	17
1	

$$255 = 3 \cdot 5 \cdot 17; \quad 153 = 3^2 \cdot 17;$$

$$\text{m.c.m.} = 3^2 \cdot 5 \cdot 17 = 765.$$

71. m.c.m. (36; 14); m.c.m. (32; 125).
[R. 252; 4000]

72. m.c.m. (80; 30); m.c.m. (82; 40).
[R. 240; 1640]

73. m.c.m. (6; 92); m.c.m. (36; 104).
[R. 276; 936]

74. m.c.m. (96; 456); m.c.m. (260; 39).
[R. 1824; 780]

75. m.c.m. (510; 680); m.c.m. (174; 210).
[R. 2040; 6090]

76. m.c.m. (342; 304); m.c.m. (348; 420).
[R. 2736; 12180]

77. m.c.m. (184; 138); m.c.m. (189; 315).
[R. 552; 945]

78. m.c.m. (132; 242); m.c.m. (266; 168).
[R. 1452; 3192]

79. m.c.m. (180; 1050); m.c.m. (198; 660).
[R. 6300; 1980]

80. m.c.m. (192; 360); m.c.m. (175; 105).
[R. 2880; 525]

81. m.c.m. (260; 72); m.c.m. (242; 198).
[R. 4680; 2178]

Determiniamo il m.c.m. (12; 16; 96).

12	2
6	2
3	3
1	

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

96	2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$$12 = 2^2 \cdot 3;$$

$$16 = 2^4$$

$$96 = 2^5 \cdot 3;$$

$$\text{m.c.m.} = (12; 16; 96) = 2^5 \cdot 3 = 96.$$

84. m.c.m. (60; 110; 132); m.c.m. (125; 50; 150).
[R. 660; 750]

85. m.c.m. (114; 81; 30); m.c.m. (99; 121; 132).
[R. 15390; 4356]

91.

m.c.m. (8; 24; 3);

m.c.m. (7; 4; 3).

m.c.m. (4; 12; 9);

92.

m.c.m. (8; 24; 12);

m.c.m. (3; 5; 12).

m.c.m. (15; 20; 30);

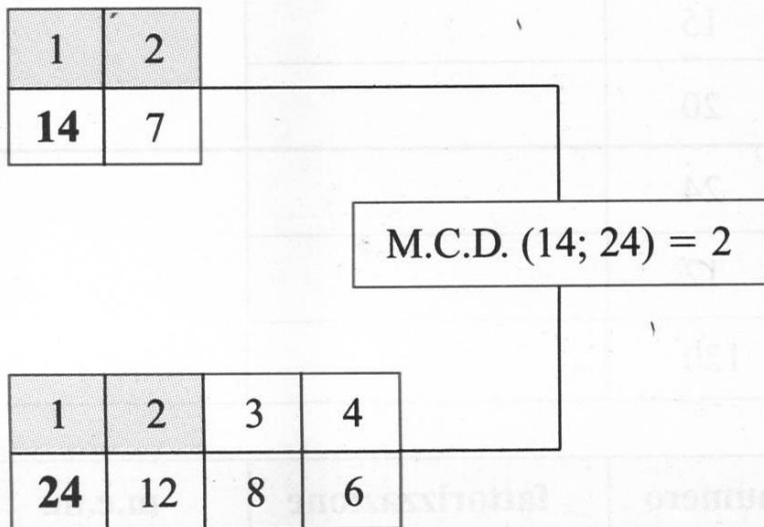
93.

m.c.m. (20; 24; 12);

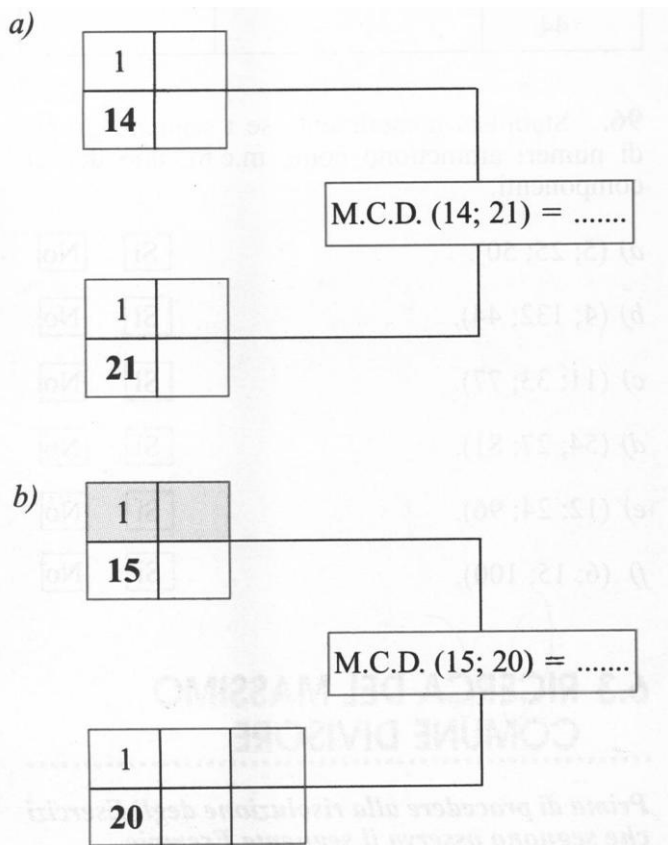
m.c.m. (7; 35; 14).

m.c.m. (13; 39; 26);

Determiniamo il M.C.D. (14; 24). Scriviamo i divisori di ciascun numero nell'apposita tabella; per brevità evitiamo di ripetere le coppie moltiplicative reciproche: (2; 7) e (7; 2) vengono scritte una volta sola.



Completa gli schemi ed individua il MCD dei numeri dati, come nell'esempio precedente



1	
15	

M.C.D. (15; 70) =

1	2	5	7
70			

b)

1	2	3	
42			

M.C.D. (42; 40) =

1	2	4	
40			

1	
25	

M.C.D. (25; 75) =

1		
75		

Determina il M.C.D. dei seguenti gruppi di numeri col metodo della fattorizzazione (Esercizi 110-114).

Esempio

$$\text{M.C.D. (30; 400)} = 10.$$

30	2
15	3
5	5
1	

400	$2^2 \cdot 5^2$
4	2
2	2
1	

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$400 = 2^4 \cdot 5^2;$$

$$\text{M.C.D. (30; 400)} = 2 \cdot 5 = 10.$$

110. M.C.D. (36; 14); M.C.D. (32; 125).

111. M.C.D. (14; 80); M.C.D. (13; 65).

112. M.C.D. (25; 70); M.C.D. (18; 19).

113. M.C.D. (15; 35; 12); M.C.D. (6; 18; 48).

114. M.C.D. (36; 14; 26); M.C.D. (26; 56; 64).

Calcola il M.C.D. fra le seguenti terne di numeri con il metodo della fattorizzazione, come indicato nell'Esempio (Esercizi 139-144).

Esempio

Determiniamo il M.C.D. (180; 440; 88).

180	$2 \cdot 5$
18	2
9	3
3	3
1	

440	$2 \cdot 5$
44	2
22	2
11	11
1	

88	2
44	2
22	2
11	11
1	

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5;$$

$$440 = 2^3 \cdot 5 \cdot 11;$$

$$88 = 2^3 \cdot 11;$$

$$\text{M.C.D. (180; 440; 88)} = 2^2.$$

Ricerca sia il m.c.m. che M.C.D. dei seguenti gruppi di numeri.

- | | | | |
|-----------------------------|------------------|-------------------------------|-------------------|
| 163. (144; 90); | (105; 441). | 168. (540; 630; 810); | (128; 512; 1536). |
| 164. (693; 165); | (78; 845). | 169. (150; 84; 270); | (630; 60; 330). |
| 165. (270; 240); | (420; 392). | 170. (585; 78; 260); | (2800; 70; 700). |
| 166. (132; 198); | (567; 84). | 171. (270; 240; 750); | (385; 2275; 70). |
| 167. (204; 51; 120); | (135; 225; 495). | 172. (418; 209; 2299); | (266; 133; 931). |