multipli e i divisori di un numero

Un numero naturale è **MULTIPLO** di un altro se la divisione del primo per il secondo dà come resto 0.

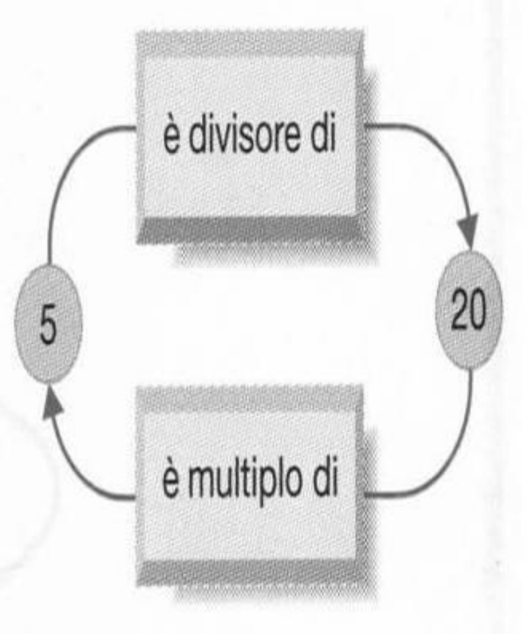
I multipli di un numero naturale n≠ 0 si ottengono moltiplicando n per i naturali.

I MULTIPLI DI UN NUMERO SONO INFINITI e tra essi ci sono sempre 0 e n stesso

MULTIPLI DI 5 :
M_5 = 0,5,10, 15,....

Un numero naturale diverso da 0 è **DIVISORE** di un altro numero naturale se la divisione fra quest'ultimo e il numero dato è esatta, cioè se la divisione dà come resto 0.
I DIVISORI DI UN NUMERO n SONO finiti e tra essi ci sono sempre 1 ed n stesso.

DIVISORI DI 24 :
D_{24} = 1,2,3,4,6,8,12,24



CRITERI DI DIVISIBILITÀ

Un numero è divisibile PER	QUANDO	
2	termina con una cifra PARI: 0,2,4,6,8	20,72,86, 258, 944
3	la somma delle sue cifre è un multiplo di 3	5163 : 5+1+6+3 = 15
4	le ultime due cifre a destra formano un multiplo di 4 o sono due zeri	2**40**, 6**04**,9**00**,19**16**
5	termina con 0 oppure 5	150,275, 325,5000
9	la somma delle sue cifre è 9 oppure un multiplo di 9	1926: 1+9+2+6 = 18
10,100,1000,…	termina con 1,2,3,…zeri	
11	la differenza tra la somma delle cifre di posto pari e la somma delle cifre di posto dispari è 11 oppure un multiplo di 11 (0,11,22,…)	**3058** posto dispari : 3+5 posto pari : 0+8 8 -8 = 0
25	le ultime due cifre a destra formano un multiplo di 25 o sono due zeri	**175, 225,1000**

Criterio di divisibilità per 3

Addiziona tutte le cifre che compongono il numero.

Il numero che hai ottenuto è multiplo di 3 ?

sì → IL NUMERO È DIVISIBILE PER 3

no → IL NUMERO NON È DIVISIBILE PER 3

Esempio

1 947 è divisibile per 3?

$1 + 9 + 4 + 7 = 21$

↓

è multiplo di 3

↓

1 947 è divisibile per 3

Criterio di divisibilità per 9

Addiziona tutte le cifre che compongono il numero.

Il numero che hai ottenuto è multiplo di 9 ?

sì → IL NUMERO È DIVISIBILE PER 9

no → IL NUMERO NON È DIVISIBILE PER 9

Esempio

12 366 è divisibile per 9?

$1 + 2 + 3 + 6 + 6 = 18$

↓

è multiplo di 9

↓

12 366 è divisibile per 9

Criterio di divisibilità per 11

Addiziona tutte le cifre di posizione pari.
Addiziona tutte le cifre di posizione dispari.
Esegui la differenza fra il maggiore e il minore dei numeri ottenuti.

Il numero che hai ottenuto è 0 oppure un multiplo di 11?

sì → IL NUMERO È DIVISIBILE PER 11

no → IL NUMERO NON È DIVISIBILE PER 11

Esempio 1

92 917 è divisibile per 11?

Somma cifre di posto pari $2 + 1 = 3$

9 2 9 1 7

Somma cifre di posto dispari $9 + 9 + 7 = 25$

$25 - 3 = 22$

La differenza fra i due numeri ottenuti é un multiplo di 11, quindi il numero dato è divisibile per 11.

Un numero è divisibile per:

2 quando termina con una cifra pari: 0, 2, 4, 6, 8.	**criterio di divisibilità per 2**
4 quando il numero composto dalle sue ultime due cifre è un multiplo di 4 o è composto di due zeri.	**criterio di divisibilità per 4**
5 quando termina con 0 o con 5.	**criterio di divisibilità per 5**
3 quando la somma delle cifre che lo compongono (eventualmente ripetuta fino ad avere una sola cifra) è 3, 6 o 9.	**criterio di divisibilità per 3**
9 quando la somma delle cifre che lo compongono (eventualmente ripetuta fino ad avere una sola cifra) è 9.	**criterio di divisibilità per 9**
10, 100, 1 000 ....10*ⁿ* quando termina con almeno uno zero, due zeri, tre zeri,.... *n* zeri.	**criterio di divisibilità per 10, 100 ecc.**
25 quando le sue due ultime cifre sono 00, 25, 50, 75.	**criterio di divisibilità per 25**
11 quando la differenza fra il maggiore e il minore dei numeri ottenuti calcolando la somma delle cifre nelle posizioni pari e la somma delle cifre nelle posizioni dispari è 0, 11 o un multiplo di 11.	**criterio di divisibilità per 11**

- Un numero naturale diverso da 1 si dice **NUMERO PRIMO** se ha come divisori solo 1 e se stesso
- Un numero naturale diverso da 1 si dice **NUMERO COMPOSTO** se ammette altri divisori oltre a se stesso e all'unità.

NOTA BENE:
il numero 1 NON è né primo né composto

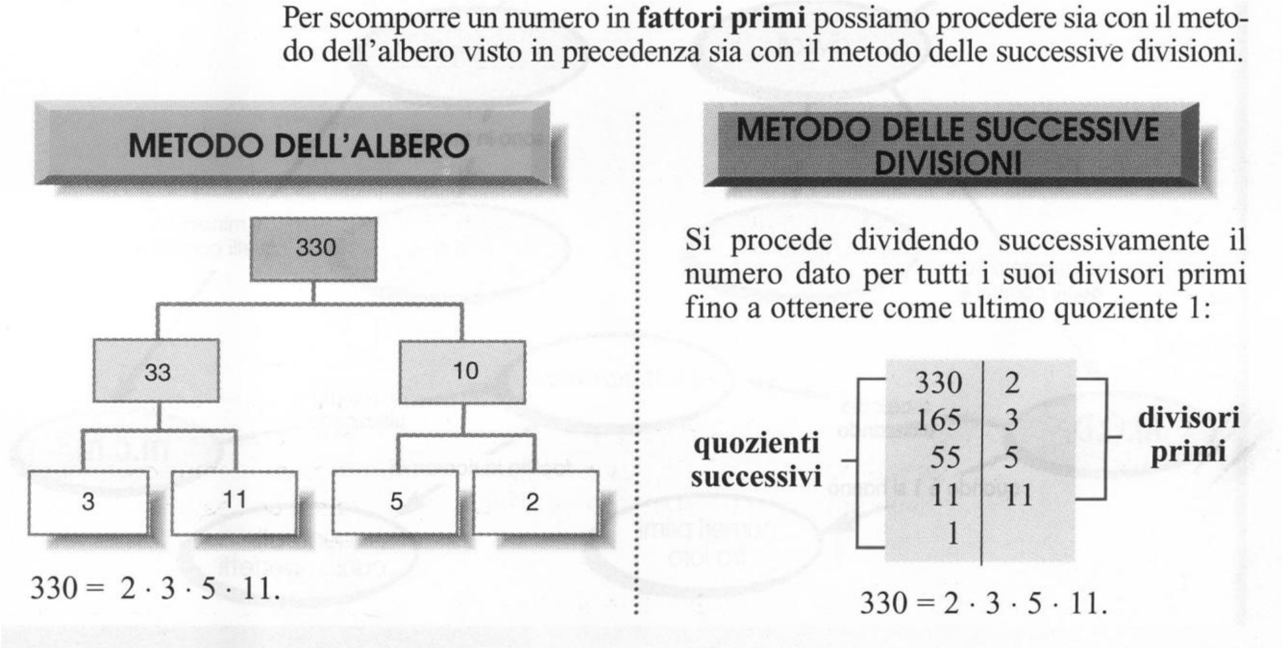
Due o più numeri composti che hanno come **divisore comune SOLO 1 si chiamano PRIMI FRA LORO**

Un **numero composto si può scrivere in MODO UNICO come prodotto di fattori primi**

SCOMPORRE IN FATTORI PRIMI

Per scrivere un numero composto in prodotto di fattori primi
La scomposizione di un numero in fattori primi viene anche chiamata **FATTORIZZAZIONE IN NUMERI PRIMI.**
Ad esempio :
$4 = 2 \times 2 = 2^2$
$15 = 3 \times 5$

Per i grandi numeri possiamo ricorrere al METODO DELLE DIVISIONI SUCCESSIVE o al METODO DEL DIAGRAMMA AD ALBERO


Per scomporre un numero in **fattori primi** possiamo procedere sia con il metodo dell'albero visto in precedenza sia con il metodo delle successive divisioni.

METODO DELL'ALBERO

330

33 10

3 11 5 2

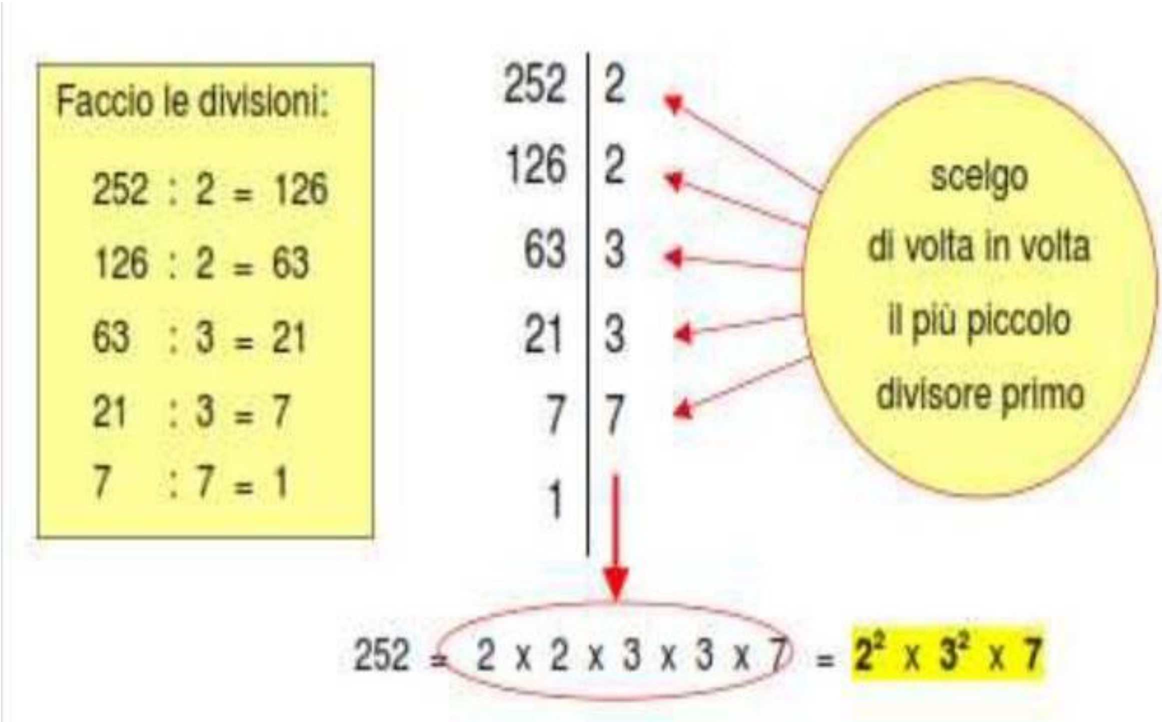
$330 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11.$

METODO DELLE SUCCESSIVE DIVISIONI

Si procede dividendo successivamente il numero dato per tutti i suoi divisori primi fino a ottenere come ultimo quoziente 1:

quozienti successivi	divisori primi
330	2
165	3
55	5
11	11
1	

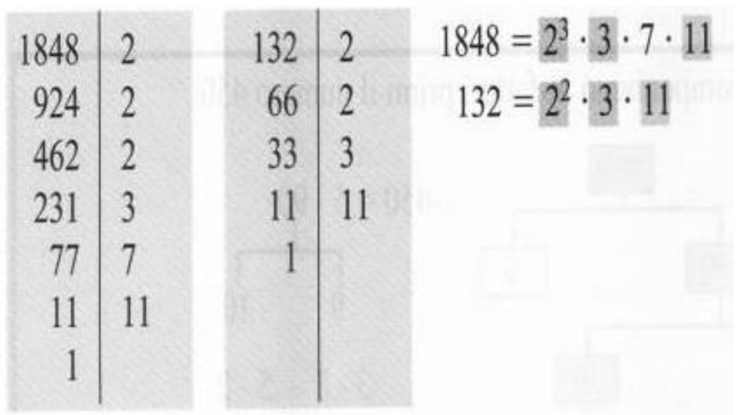
$330 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11.$



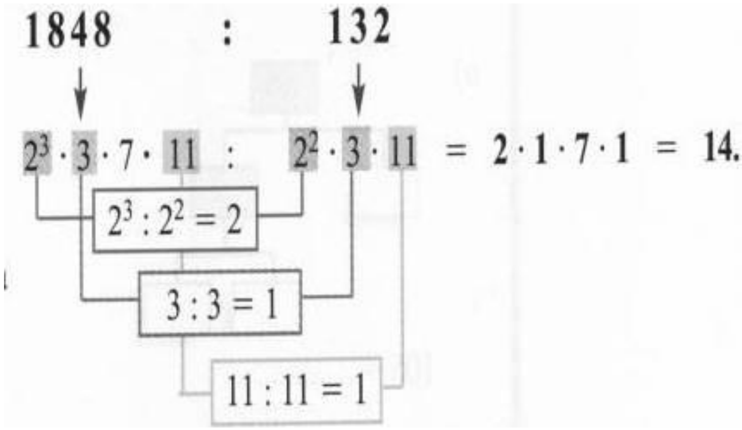
CRITERIO GENERALE DI DIVISIBILITA'

- **Due numeri sono divisibili se, nella scomposizione in fattori primi del dividendo (primo numero) compaiono tutti i fattori del divisore (secondo numero), con esponente maggiore o uguale rispetto a quello con cui compaiono nel divisore stesso.**
- Il quoziente di due numeri divisibili, scomposti in fattori primi, è dato dal prodotto di tutti i fattori del dividendo, aventi come esponente la DIFFERENZA tra gli esponenti di dividendo e divisore

Supponiamo di voler stabilire se 1848 è divisibile per 132. Scomponiamo i due numeri in fattori primi con il metodo delle divisioni successive



Osserviamo che i due numeri hanno in comune i divisori 2, 3, 22. Inoltre nel dividendo il 2 compare con esponente maggiore (3) rispetto a quello presente al divisore (2)



Siccome 1848 contiene tutti i fattori presenti in 132, possiamo concludere che 1848 è divisibile per 132 e il risultato della divisione è 14.

Massimo comune divisore

Il massimo comune divisore (M.C.D.) di due o più numeri naturali, *diversi da* 0, è il più grande fra i divisori comuni.
Il **M.C.D.** di due o più numeri è il **prodotto dei soli fattori primi comuni, ognuno preso una sola volta con l'esponente più piccolo**.
Esso si indica con la scrittura

M.C.D. (a,b)

REGOLA PER IL CALCOLO DI M.C.D.

- Scomponiamo i numeri in fattori primi.
- Prendiamo SOLO i fattori comuni con l'esponente più piccolo
- Calcoliamo il loro prodotto

■ Il minimo comune multiplo

Il minimo comune multiplo (m.c.m.) di due o più numeri naturali, *diversi da* 0, è il più piccolo fra i multipli comuni, *diversi da* 0.

Il m.c.m. di due o più numeri è il prodotto di tutti i fattori primi, comuni e non comuni, ognuno preso una sola volta con l'esponente più grande.
Il m.c.m. di due numeri primi fra loro è il loro prodotto. Per esempio: m.c.m.(8, 9)= 72.

ESERCIZIO 1 : SCRIVI TUTTI I DIVISORI DEI SEGUENTI NUMERI, POI RISPONDI.

- 15 ____
- 35 ____
- 20 ____

- 30 ____
- 48 ____
- 63 ____

Avresti potuto scrivere tutti i multipli? _____________________________
Perché? ____

ESERCIZIO 2 : COMPLETA COME INDICATO, POI RISPONDI.

- Scrivi i multipli di 5 compresi tra 0 e 50.

  ____
- Scrivi i multipli di 3 compresi tra 0 e 30.

  ____
- Esiste qualche numero che è multiplo sia di 5 sia di 3?

  ____

ESERCIZIO 3 : Completa come indicato.

- Scrivi un numero multiplo sia di 3 sia di 5. ______
- Scrivi un numero multiplo sia di 4 sia di 7. ______
- Scrivi un numero multiplo sia di 10 sia di 3. ______
- Scrivi un numero divisore sia di 15 sia di 20. ______
- Scrivi un numero divisore sia di 100 sia di 30. ______
- Scrivi un numero divisore sia di 21 sia di 49. ______

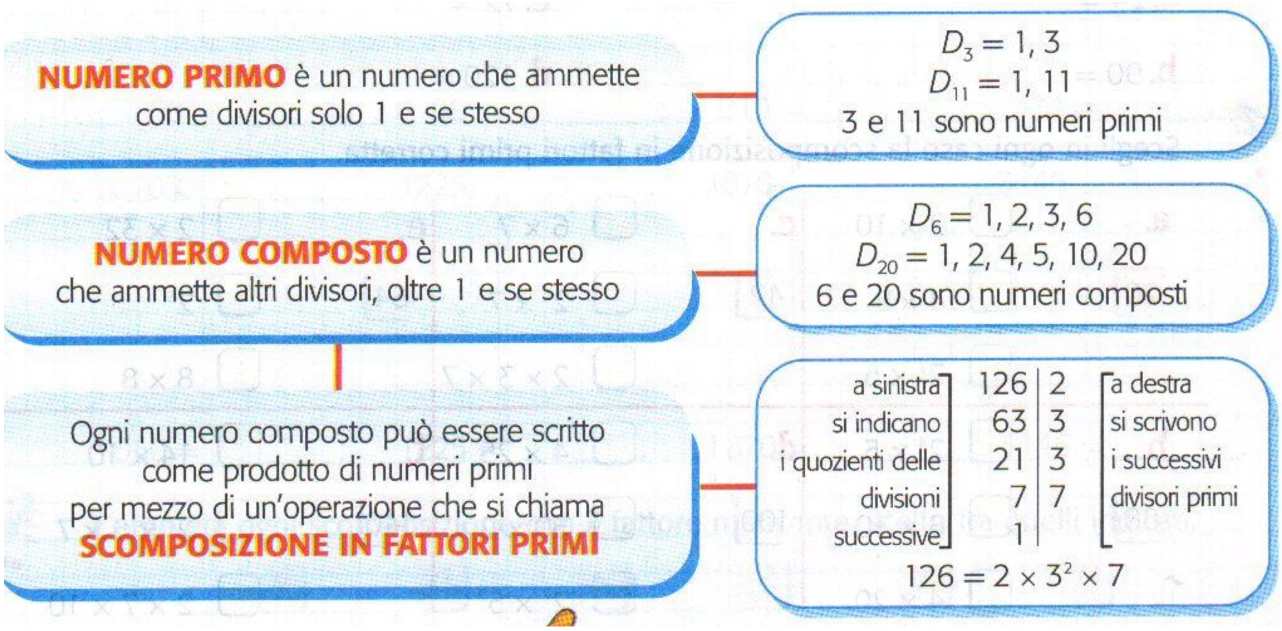
ESERCIZIO 4 : Completa

- 8 x 8 = 8^2 = 64
- 5 x 5 x 5 = ______ = ______
- 10 x 10 x 10 = ______ = ______
- 3 x 3 x 3 x 3 = ______ = ______
- 6 x 6 x 6 = ______ = ______
- 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = ______ = ______
- 4^3 = 4 x 4 x 4 = 64
- 100^2 = __________________ = _____
- 7^3 = __________________ = _____
- 2^5 = __________________ = _____
- 1^6 = __________________ = _____

ESERCIZIO 5 : Inserisci >, <, =.

- 10^3 ___ 10 x 3
- 3^2 ___ 3 x 3
- 5^4 ____20 x 1
- 2^4 ___4 x 4
- 1^9 ___9 x 1
- 1^9 ____1

NUMERI PRIMI E COMPOSTI



ESERCIZIO 1 : completa la tabella, come nell'esempio della prima riga

DIVISIBILE PER	2	3	4	5	9	10
250	X			X		X
100						
900						
189						
3360						
125						
732						
4000						
585						
612						

ESERCIZIO 2 : Completa segnando con un X.

- I numeri primi sono:

❑ i primi 10 numeri della linea dei numeri
❑ quelli che hanno come divisori solo se stessi e 1
❑ quelli che hanno come divisori se stessi, 1 e solo un altro numero

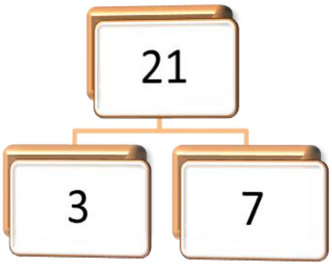
- I numeri composti sono:

❑ quelli che hanno più di due divisori
❑ quelli che hanno cifre decimali
❑ quelli che si ottengono solo moltiplicando due numeri primi

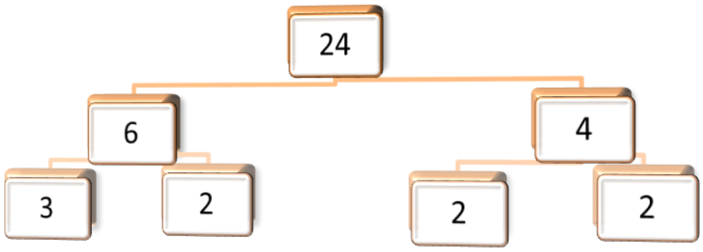
ESERCIZIO 3 : Circonda in rosso i numeri primi e in blu i numeri composti.

4 - 272 - 3 - 17 - 128 - 5 - 135 - 15 - 30 - 31 – 310

ESERCIZIO 4 : Scomponi in fattori primi, come negli esempi.



21 = 3 x 7



24 = 2 x 2 x 2 x 3 = 2^3 x 3

- 15 =
- 30 =
- 70 =
- 63 =
- 45 =
- 99 =

Divisibilità

- M.C.D.(21; 35) e m.c.m.(21; 35)
- M.C.D.(120; 30) e m.c.m.(120; 30)
- M.C.D.(45; 75) e m.c.m.(45; 75)
- M.C.D.(42; 12) e m.c.m.(42; 12)
- M.C.D.(8; 6; 15) e m.c.m.(8; 6; 15)
- M.C.D.(24; 34; 14) e m.c.m.(24; 34; 14)
- M.C.D.(18; 16; 9) e m.c.m.(18; 16; 9)
- M.C.D.(40; 50; 35) e m.c.m.(40; 50; 35)