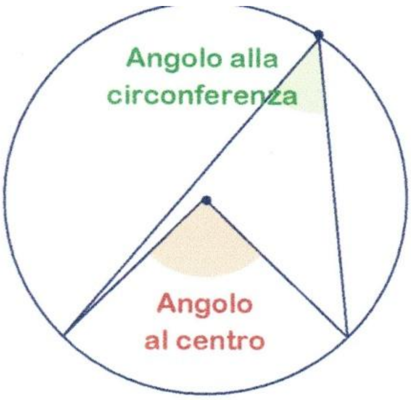
CIRCONFERENZA E CERCHIO : RIPASSO 1

gli esercizi da pag 3

- La circonferenza è l'insieme dei punti del piano equidistanti da un punto detto centro.
- Il raggio è la distanza tra un punto qualsiasi della circonferenza e il centro.
- Il cerchio è la parte di piano delimitata da una circonferenza.
- La corda è il segmento che unisce due punti della circonferenza.
- Il diametro è una corda passante per il centro ed è la corda più lunga per una circonferenza
- L'**arco** è la parte di circonferenza delimitata da due punti
- **settore circolare** è la parte di cerchio delimitata da due raggi.
- Un **angolo al centro** è un angolo che ha il vertice nel centro della circonferenza.
- Un **angolo alla circonferenza** è un angolo avente il vertice in un punto della circonferenza e i lati passanti per altri due punti della circonferenza.
- L'angolo al centro è il doppio di un angolo alla circonferenza che insiste sullo stesso arco



FORMULE

Il rapporto tra la circonferenza e il suo diametro è costante e corrisponde a un numero irrazionale chiamato pi greco π, usualmente approssimato alla seconda cifra decimale: 3,14

	FORMULE DIRETTE	FORMULE INVERSE
Lunghezza della circonferenza C *il diametro è il doppio del raggio*	$C = \pi d$ $C = 2\pi r$	$d = C/\pi$ $r = C/(2\pi)$
Lunghezza dell'arco l_a *Ricorda che la lunghezza dell'arco è proporzionale all'ampiezza del corrispondente angolo al centro*	$l_a : \alpha = C : 360°$ $l_a = \frac{C \cdot \alpha}{360°}$	$C = \frac{l_a \cdot 360°}{\alpha°}$ $\alpha° = \frac{l_a \cdot 360°}{C}$
Area del cerchio A_c	$A_c = \pi r^2$	$r = \sqrt{\frac{A_c}{\pi}}$
Area del settore circolare A_s *Ricorda che l'area del settore circolare è proporzionale all'ampiezza del corrispondente angolo al centro α*	$A_s : A_c = \alpha : 360°$ $A_s = \frac{\alpha \cdot A_c}{360°}$	$A_c = \frac{360° \cdot A_S}{\alpha°}$ $\alpha = \frac{360° \cdot A_S}{A_c}$
Area della corona circolare A_{cc} ***R è il raggio della circonferenza maggiore*** ***r il raggio della circonferenza minore***	$A_{cc} = \pi(R^2 - r^2)$	$R^2 - r^2 = A_{cc} / \pi$

ESERCIZI per cominciare

1) Considera una circonferenza di raggio 2 cm e rispondi.

- Quanto è lungo il diametro?
- Potresti disegnare una corda di 4 cm ? .... Perché?

2) Un angolo alla circonferenza è ampio 42° 30'. Quanto misura il corrispondente angolo al centro?

....

3) La somma di un angolo alla circonferenza e del suo corrispondente angolo al centro è di 126°. Quanto è l'ampiezza di ogni angolo?

[42°; 84°]

4) In una circonferenza di raggio 13 cm si trova una corda lunga 24 cm. Quanto è lunga la sua distanza dal centro? (Ricorda che la distanza dimezza la corda.)

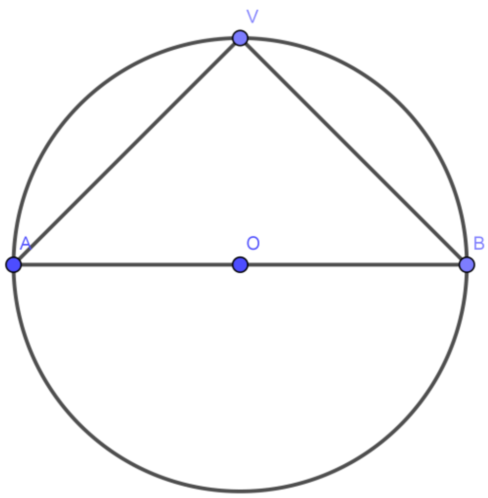
[5 cm]

5) Una corda lunga 80 cm dista dal centro 9 cm. Trova il diametro della circonferenza a cui appartiene

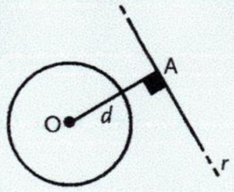
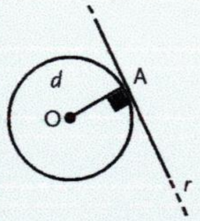
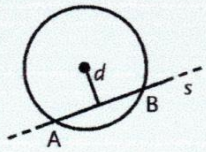
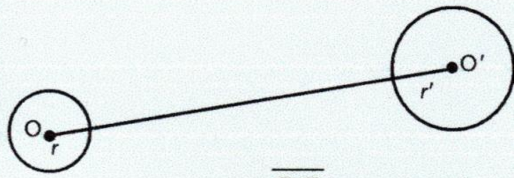
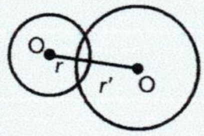
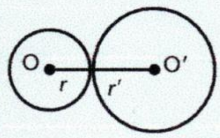
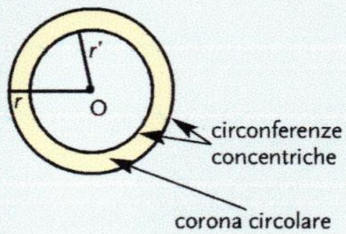
[82 cm]

6) Osserva il disegno e completa le frasi.

- L'angolo al centro $\widehat{AOB}$ è un angolo piatto, perciò misura ....
- L'angolo $\widehat{AVB}$ è un corrispondente angolo alla ...., pertanto la sua ampiezza è di ....
- Di che tipo di triangolo si tratta? ………..................................…………..
- Calcola la lunghezza del diametro, sapendo che AV = 6 cm e BV = 8 cm.
- Trova quanto misurano perimetro e area del triangolo AVB.



[10 cm; 24 cm;24 cm²]

Posizioni reciproche di rette e circonferenze	**Definizione**	**Rappresentazione**
Retta esterna a una circonferenza	Non ha alcun punto in comune con la circonferenza	 $d > r$
Retta tangente a una circonferenza	Ha un solo punto in comune con la circonferenza **(punto di tangenza)**	 $d = r$
Retta secante a una circonferenza	Ha due punti in comune con la circonferenza	 $d < r$
Circonferenze esterne	Non hanno alcun punto in comune e la distanza tra i due centri è maggiore dei due raggi	 $\overline{OO'} > r + r'$
Circonferenze secanti	Hanno due punti in comune	 $\overline{OO'} < r + r'$
Circonferenze tangenti esterne	Hanno un solo punto in comune e la distanza tra i centri è uguale alla somma dei raggi	 $\overline{OO'} = r + r'$
Caso particolare **Circonferenze concentriche**		

1) Disegna sul piano cartesiano:

- una circonferenza di centro C(3, 4) e raggio R =3 cm ;
- una circonferenza di centro C'(8, 4) e raggio r = 2 cm;
- una retta p passante per i punti A(0, 6) e B(8, 6).

a) Qual è la posizione reciproca delle due circonferenze?

....

....

b) Qual è la posizione reciproca della retta p e della circonferenza di raggio r?

....

....

c) Qual è la posizione reciproca della retta p e della circonferenza di raggio r_?

....

....

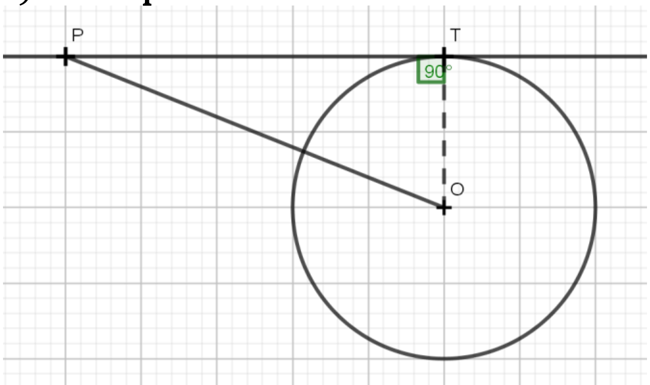
2) Due circonferenze hanno i centri che distano tra loro 20 cm. Se i rispettivi raggi misurano 12 cm e 9 cm, qual è la posizione reciproca delle due circonferenze?

3) Due circonferenze hanno i centri che distano 25 cm e i raggi che sono lunghi rispettivamente 12 cm e 10 cm.
Come sono le due circonferenze?

....

4) **Due circonferenze tangenti esterne hanno i centri che distano 48 cm. Se i due raggi sono uno il triplo dell'altro, quanto è lungo ogni raggio?**
[12 cm; 36 cm]

5) **Da un punto P esterno alla circonferenza si traccia una retta tangente ad essa. Se la distanza del punto dal centro è di 48 cm e il raggio misura 14 cm, quanto dista il punto P dal punto di tangenza T?**



POLIGONI INSCRITTI E CIRCOSCRITTI

Si dice che un **poligono è inscritto in una circonferenza** quando i suoi vertici appartengono tutti a quella stessa circonferenza.

- Ciò è possibile per tutti i triangoli: il centro della circonferenza circoscritta si chiama **circocentro** ed è il punto di incontro degli assi.
- I quadrilateri sono inscrivibili in una circonferenza solo se gli angoli opposti sono supplementari. Il rettangolo e il trapezio isoscele sono sempre inscrivibili in una circonferenza.

Si dice che un **poligono è circoscritto a una circonferenza** quando tutti i suoi lati sono tangenti a quella stessa circonferenza.

- Ciò è possibile per tutti i triangoli: il centro della circonferenza inscritta si chiama **incentro** ed è il punto di incontro delle bisettrici.
- I quadrilateri sono circoscrivibili in una circonferenza quando sono uguali le somme dei lati opposti.
- Se un poligono è circoscritto a una circonferenza si può calcolarne l'area moltiplicando il semiperimetro per il raggio della circonferenza inscritta, detto anche **apotema**.
- Tutti i poligoni regolari sono inscrittibili e circoscrittibili.

Poligoni inscritti e circoscritti
Un **poligono inscritto** in una circonferenza ha tutti i vertici sulla circonferenza.
Un **poligono circoscritto** a una circonferenza ha tutti i lati tangenti alla circonferenza.
Tutti i **triangoli** sono inscrittibili e circoscrittibili a una circonferenza.
I **quadrilateri** sono

- inscrittibili se gli angoli opposti sono supplementari
- circoscrittibili se la somma dei lati opposti è uguale alla somma degli altri due.

I **poligoni regolari** sono sempre inscrittibili e circoscrittibili.

ESERCIZI

1) Un quadrilatero ha gli angoli opposti che misurano rispettivamente 103° e 77°. È possibile inscrivere il quadrilatero in una circonferenza? (Motiva la risposta.)

....
....
....

2) Stabilisci se il quadrilatero ABCD può essere circoscritto a una circonferenza, sapendo che:
AB =12 cm BC =8 cm CD =7 cm AD =11cm

………
…………………………………………………………………………………………

3) Risolvi i problemi.

a) Un quadrato è circoscritto a una circonferenza con il raggio di 13 cm. Calcola perimetro e area del quadrato.

[104 cm; 676 cm^2]

b) Un quadrato è inscritto in una circonferenza. Sapendo che l'area del quadrato è di 324 cm^2, trova la lunghezza del diametro.

[18 $\sqrt{2}$ cm]

c) Un esagono regolare è inscritto in una circonferenza di raggio 20 cm. Calcola perimetro e area dell'esagono.

[120 cm;1038 cm^2]

d) Un rettangolo è inscritto in una circonferenza con il diametro di 8,2 cm. Sapendo che la base del rettangolo misura 1,8 cm, trova la lunghezza dell'altezza, il perimetro e l'area del rettangolo.

[8 cm; 19,6 cm; 14,4 cm^2]

LUNGHEZZA DELLA CIRCONFERENZA E AREA DEL CERCHIO
In ogni circonferenza il rapporto tra la lunghezza della circonferenza e quella del diametro è costante; questo valore è un numero irrazionale e viene indicato con π (pi-greco):

$$\frac{C}{d} = \pi$$

il valore di π approssimato a meno di 0,01 è 3,14
Essendo $r = d/2$
risulta quindi :

$$C = 2\pi r$$

$$r = \frac{C}{2\pi}$$

L'area del cerchio si calcola moltiplicando il quadrato del raggio per π:

$$A = \pi r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

La lunghezza dell'arco di una circonferenza è direttamente proporzionale all'ampiezza del
corrispondente angolo al centro:

$$l : \alpha = C : 360°$$

L'area del settore circolare è direttamente proporzionale all'ampiezza del corrispondente
angolo al centro:

$$A_s : \alpha = A_c : 360°$$

ESERCIZI
1) Completa la tabella seguente

r	d	C	A
5			
	16		
		28π	
	12		
			900 π

2) Risolvi i problemi.
a) Trova la lunghezza di una circonferenza con il raggio di 17 cm (utilizza π = 3,14).

……

b) Un cerchio ha l'area di 169π cm². Calcola la lunghezza della circonferenza.

……

c) Un triangolo inscritto in una semicirconferenza ha i cateti che misurano rispettivamente 8 cm e 15 cm. Calcola la lunghezza della circonferenza e l'area del cerchio.

[17π cm; $72{,}25\pi$ cm^2]

d) Un quadrato è circoscritto a una circonferenza. Sapendo che l'area del cerchio è 625π cm^2, calcola area e perimetro del quadrato.

[2500 cm^2; 200 cm]

e) Un arco insiste su un angolo al centro di 30°. Se il raggio della circonferenza è lungo 9 cm, quanto è lungo l'arco?

[$1{,}5\pi$ cm]

f) Un settore circolare ha l'area di 9π cm^2. Se il cerchio a cui appartiene ha l'area di 36π cm^2, quanto è ampio l'angolo al centro corrispondente a quel settore?

[90°]

3) Completa la tabella relativa all'angolo al centro α e al corrispondente angolo alla circonferenza β.

α	β
50°	
	36°
120°	
	25°

4) Per ogni affermazione scrivi se è vera (V) o falsa (F).

- In un quadrato inscritto in una circonferenza il lato è uguale al diametro ☐
- In un quadrato circoscritto a una circonferenza il lato è uguale al diametro. ☐
- L'apotema di un esagono regolare coincide con il raggio della circonferenza inscritta. ☐
- In un rettangolo inscritto in una circonferenza la diagonale coincide con il diametro. ☐

5) Unisci con una freccia la domanda con la risposta esatta

Se α e β sono angoli opposti di un quadrilatero inscritto in una circonferenza, qual è la somma di $\alpha + \beta$?	120°
α è un angolo al centro di 80° e l'angolo β è il corrispondente angolo alla circonferenza. Qual è la somma di $\alpha + \beta$?	180°
Quanto misura l'angolo maggiore di un triangolo inscritto in una semicirconferenza?	60°
d) Qual è l'ampiezza di un settore circolare di area 1/6 dell'area del cerchio?	90°