

Calcolo letterale

Monomi e polinomi

**ESPRESSIONI
LETTERALI**

MONOMI

POLINOMI

FORMATI DA

**Somma algebrica
Moltiplicazione
Divisione
Elevamento a potenza**

**Somma algebrica
Moltiplicazione
PRODOTTI NOTEVOLI**

segno
del

$$-8 a^2 b c^3$$

monomio

coefficiente

parte
letterale

$$-6a^2b^4c$$

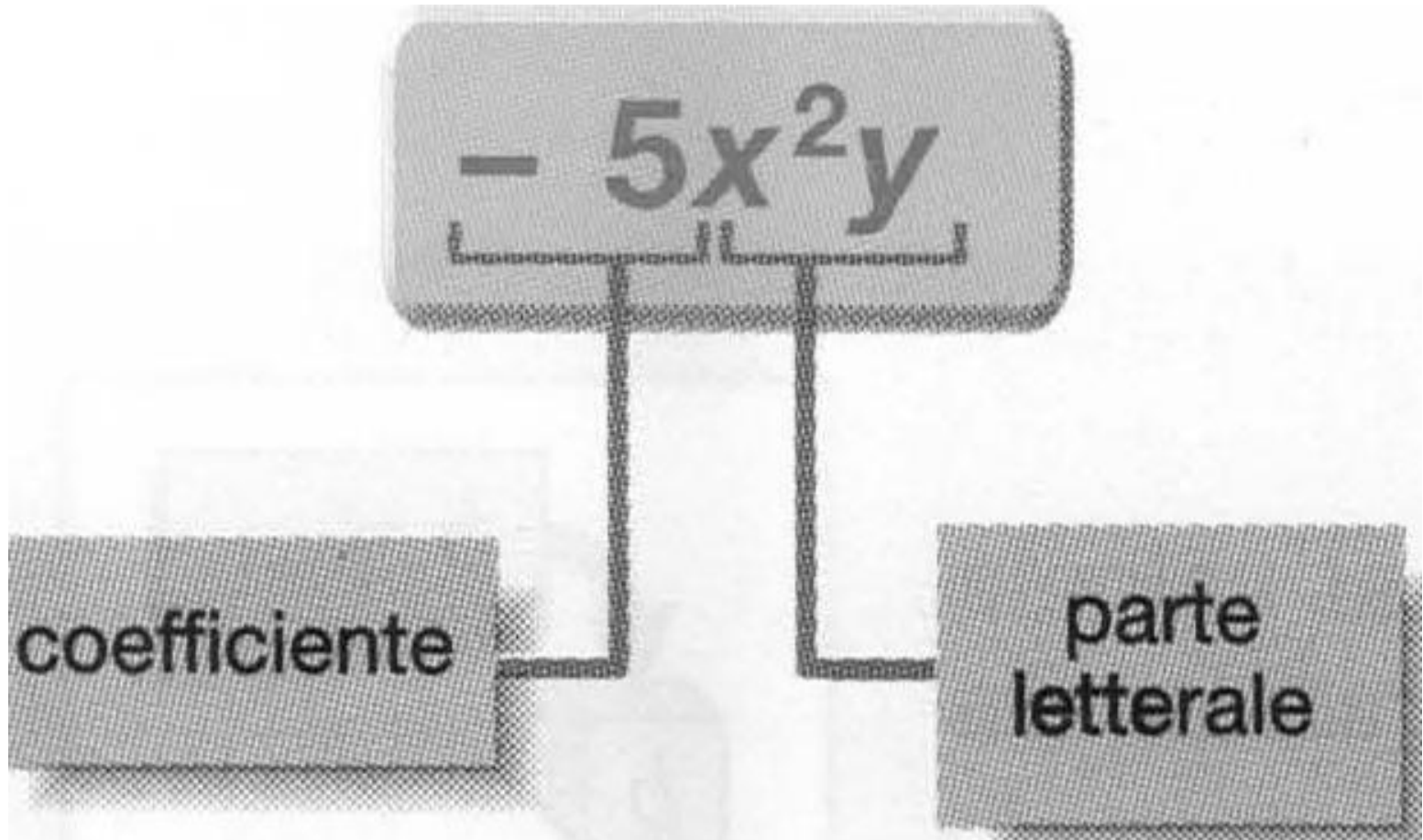
2 è il grado rispetto
alla lettera a

4 è il grado rispetto
alla lettera b

1 è il grado rispetto
alla lettera c

$2 + 4 + 1 = 7$
è il grado assoluto
del monomio

MONOMI : LA FORMA NORMALE



MONOMIO : FORMA NORMALE

Per scrivere un monomio in forma normale

$$-(8 - 3 + 2) \cdot 5 \cdot b^2 \cdot a^3 \cdot a =$$

1° $= -7 \cdot 5 \cdot b^2 \cdot a^3 \cdot a =$

2° $= -35 \cdot b^2 \cdot a^3 \cdot a =$

3° $= -35 \cdot b^2 \cdot a^4 =$

$$= -35 a^4 b^2$$

monomio scritto in
forma normale

1° passo

Si devono svolgere eventuali operazioni presenti nella parte numerica;

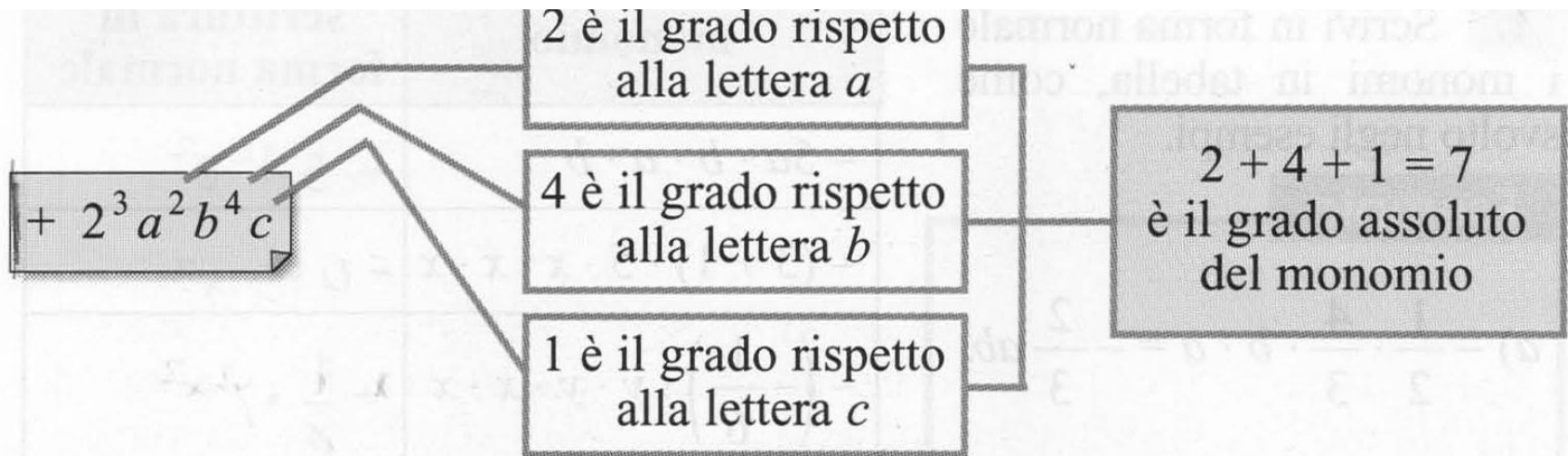
2° passo

si devono determinare i risultati di eventuali moltiplicazioni fra lettere uguali applicando le proprietà delle potenze;

3° passo

preferibilmente dare un ordine alfabetico alle lettere ed eliminare i segni di moltiplicazione fra esse.

MONOMIO : grado di un MONOMIO ASSOLUTO E RELATIVO



Il grado assoluto di un monomio è la somma degli esponenti di tutte le lettere che in esso compaiono.

MONOMI OPPOSTI, SIMILI E UGUALI

$$-5xy^2; +3xy^2; +5xy^2$$

monomi simili

hanno uguale
parte letterale

$$-5xy^2; +5xy^2$$

monomi opposti

differiscono soltanto
nel segno

$$-5xy^2; -5xy^2$$

monomi uguali

hanno uguale sia la parte
letterale che il coefficiente

OPERAZIONI CON I MONOMI : LA SOMMA

- La **somma algebrica** di monomi **simili** è un monomio che ha come parte letterale la stessa parte letterale e come coefficiente la somma algebrica dei coefficienti dei monomi dati.
- Se non sono presenti monomi simili non è possibile procedere oltre nel calcolo, quindi l'addizione algebrica fra monomi rimane indicata.
- La **somma algebrica** di monomi opposti è un **monomio nullo**.

1° caso:**monomi simili**

$$1 \quad a + a + a + a + a = + 5 a.$$

$$2 \quad ab + (+ 2ab) - (- 3ab) + (- 4ab) = \\ = ab + 2ab + 3ab - 4ab = \\ (1 + 2 + 3 - 4) ab = + 2ab.$$

La somma algebrica di monomi simili è un monomio che ha

- per parte letterale la stessa parte letterale
- per coefficiente la somma algebrica dei coefficienti dei monomi dati.

2° caso: monomi non simili

1 $3a + (-5ab) + (-7b) =$

$$3a - 5ab - 7b$$

In questo caso, invece, i monomi non sono simili: l'unica operazione possibile è quella di eliminare le parentesi tonde.

L'espressione letterale che si ottiene è un **polinomio**.

Se nessuno dei monomi è simile ad un altro non è possibile procedere oltre nel calcolo, quindi l'addizione algebrica fra monomi rimane indicata.

MONOMIO : RIDUZIONE DI MONOMI SIMILI

1 $\underline{x} + \underline{x} + \underline{y} + \underline{x} + \underline{y} = \underline{3x} + \underline{2y}$

2 $-5ac + (-8ab) + (-5a^2b) +$
 $+ (+7ac) + (-4ba^2) =$
 $= \underline{-5ac} - \underline{8ab} - \underline{5a^2b} + \underline{7ac} - \underline{4ba^2} =$
 $= \underline{(-5+7)ac} + \underline{(-5-4)a^2b} - \underline{8ab} =$
 $= \underline{2ac - 9a^2b - 8ab}$

3 $-\underline{2abc} - 7a + \underline{2abc} = \underline{-7a}$

1 Alcuni dei monomi da aggiungere sono simili fra loro; in questo caso sono di due diversi tipi: nel risultato sono quindi presenti due diversi monomi.

2 Alcuni dei monomi da aggiungere sono simili fra loro; in questo caso sono di tre tipi diversi; per ciascun gruppo (in figura evidenziato dallo stesso colore) raccogliamo a fattor comune la parte letterale ed eseguiamo l'addizione algebrica delle parti numeriche raccolte nelle parentesi.

3 La somma algebrica di monomi opposti è un monomio nullo.

OPERAZIONI CON I MONOMI : LA MOLTIPLICAZIONE

Per eseguire la moltiplicazione di due o piú monomi si calcolano i prodotti dei coefficienti e delle lettere presenti nei monomi, avendo cura di applicare le proprietá delle operazioni giú studiate per i numeri relativi.

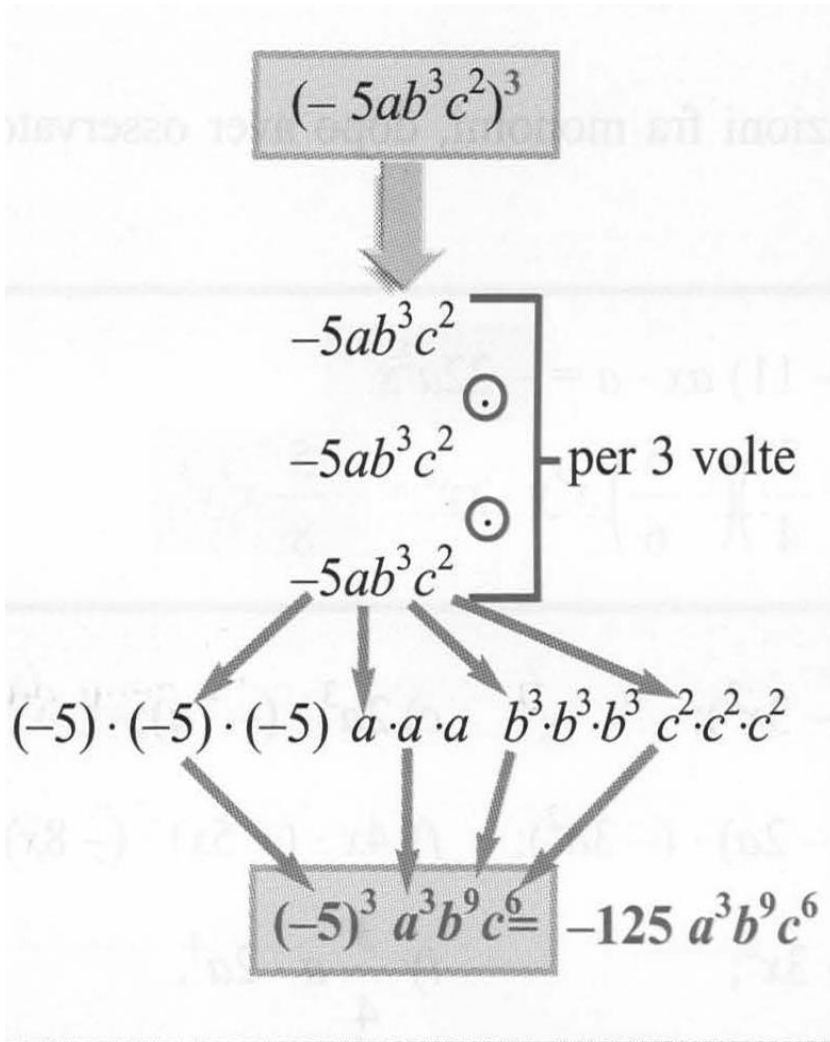
$$3a^3b^2 (-2a^2b) (-3a^5c) =$$

per la proprietá commutativa
della moltiplicazione:

$$= (+3) \cdot (-2) \cdot (-3) a^3 \cdot a^2 \cdot a^5 \cdot b^2 \cdot b \cdot c =$$

$$= +18 a^{10} b^3 c.$$

OPERAZIONI CON I MONOMI : ELEVAMENTO A POTENZA



La potenza di un monomio si ottiene elevando a potenza

- il coefficiente
- la parte letterale del monomio.

OPERAZIONI CON I MONOMI : LA DIVISIONE

Il quoziente di due monomi (in cui il divisore sia diverso da zero) è il monomio che ha

- come **coefficiente** il quoziente fra i coefficienti
- come **parte letterale** il quoziente delle parti letterali.

a)

$$-15a^3b^2 : 3a^2b = -5ab$$

b)

$$\frac{-15a^3b^2}{3a^2b} = \frac{\overset{-5}{\cancel{15}} \overset{1}{\cancel{a}} \overset{1}{\cancel{a}} \overset{1}{\cancel{a}} \overset{1}{\cancel{b}} \overset{1}{\cancel{b}}}{\cancel{3} \overset{1}{\cancel{a}} \overset{1}{\cancel{a}} \overset{1}{\cancel{b}}} = -5ab$$

Polinomio = somma di monomi **NON SIMILI**

GRADO DI UN POLINOMIO = maggiore fra i gradi dei monomi che lo compongono

OMOGENEO = polinomio in cui **TUTTI** i monomi hanno lo stesso grado

POLINOMIO ORDINATO in senso CRESCENTE o DECRESCENTE rispetto ad una lettera :

le potenze di quella lettera si presentano ordinate in senso crescente o decrescente rispetto a quella lettera

Un polinomio si dice completo rispetto ad una data lettera quando di quella lettera compaiono *tutte le potenze*, da quella con esponente zero a quella con esponente maggiore.

In caso contrario il polinomio si dice **incompleto**.

$$+12x^4y^2 - 15x^3y - 2x^2y^4z + 16xz^2 + 35$$

$\boxed{4}$
 $\boxed{3}$
 $\boxed{2}$
 $\boxed{1}$
 $\boxed{0}$

→ è **ordinato e completo** rispetto alla lettera x;

$$-2x^2y^4z + 12x^4y^2 - 15x^3y + 16xz^2 + 35$$

$\boxed{4}$
 $\boxed{2}$
 $\boxed{1}$
 $\boxed{0}$

→ è **ordinato e incompleto** rispetto alla lettera y;

$$+16xz^2 - 2x^2y^4z - 15x^3y + 12x^4y^2 + 35$$

$\boxed{2}$
 $\boxed{1}$
 $\boxed{0}$

→ è **ordinato e completo** rispetto alla lettera z.

OPERAZIONI CON I POLINOMI : LA SOMMA

ADDIZIONE

 $P(a; b)$ \oplus $Q(a; b)$ $(-3a^2b + 2a + 3b)$ \oplus $(+2ab - 5a - 2a^2b)$

procediamo all'eliminazione delle parentesi

 $-3a^2b$ $+2a$ $+3b + 2ab$ $-5a$ $-2a^2b$

riduciamo i termini simili

 $(-3 - 2)a^2b$ $+ (+2 - 5)a$ $+ 3b + 2ab =$ $-5a^2b - 3a + 3b + 2ab$

Per indicare l'addizione dei polinomi $P(a; b)$ e $Q(a; b)$ si scrive il segno di addizione (+) fra i due polinomi scritti tra parentesi tonde.

Si procede poi all'*eliminazione delle parentesi*, tenendo presenti le regole dei segni (il segno (+) davanti a parentesi lascia invariati tutti i segni dei termini all'interno delle parentesi).

Si procede poi alla *riduzione dei termini simili*.

SOTTRAZIONE

 $P(a; b)$ \ominus $Q(a; b)$ $(-3a^2b + 2a + 3b)$ \ominus $(+2ab - 5a - 2a^2b)$

procediamo all'eliminazione delle parentesi

 $-3a^2b$ $+2a$ $+3b - 2ab$ $+5a$ $+2a^2b$

riduciamo i termini simili

 $(-3 + 2)a^2b + (+2 + 5)a + 3b - 2ab =$ $-a^2b + 7a + 3b - 2ab$

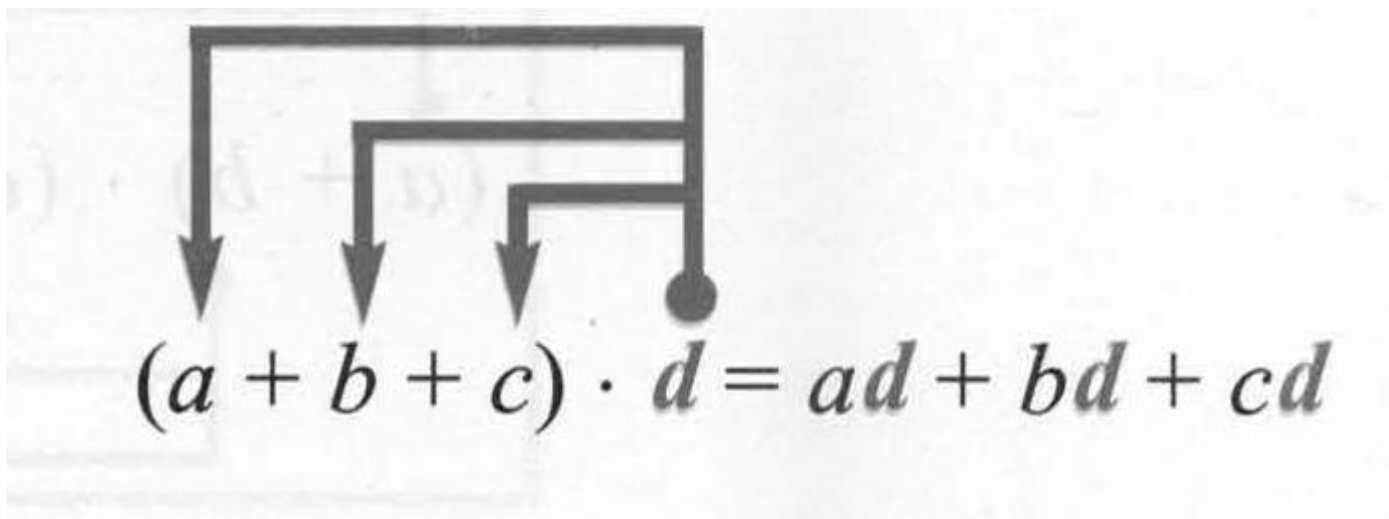
Per indicare la sottrazione dei polinomi $P(a; b)$ e $Q(a; b)$ si scrive il segno di sottrazione (\ominus) fra i due polinomi scritti tra parentesi tonde.

Si procede poi all'*eliminazione delle parentesi*, tenendo presenti le regole dei segni (il segno (\ominus) davanti a parentesi cambia tutti i segni dei termini all'interno delle parentesi).

Si procede poi alla *riduzione dei termini simili*.

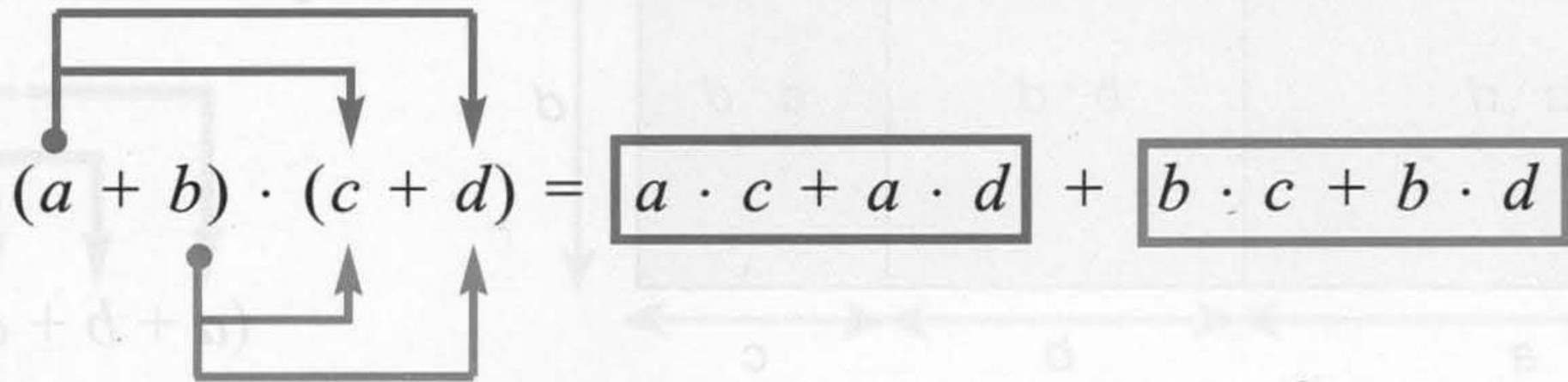
OPERAZIONI CON I POLINOMI : MOLTIPLICAZIONE PER UN MONOMIO

per moltiplicare un polinomio per un monomio, si moltiplica il monomio per ciascun termine del polinomio e si addizionano i prodotti così ottenuti.


$$(a + b + c) \cdot d = ad + bd + cd$$

OPERAZIONI CON I POLINOMI : MOLTIPLICAZIONE TRA POLINOMI

Per moltiplicare fra loro due polinomi si addizionano algebricamente i prodotti ottenuti moltiplicando ciascun termine del primo polinomio per ciascun termine del secondo


$$(a + b) \cdot (c + d) = \boxed{a \cdot c + a \cdot d} + \boxed{b \cdot c + b \cdot d}$$

I PRODOTTI NOTEVOLI

Nei calcoli algebrici ricorrono, più spesso di altri, alcuni tipi di moltiplicazioni i cui risultati vengono detti prodotti notevoli.

Per evitare di eseguire ogni volta calcoli inutili, è bene conoscere i procedimenti abbreviati :

- Quadrato di un binomio,
- prodotto della somma di due monomi per la loro differenza
- cubo di un binomio.