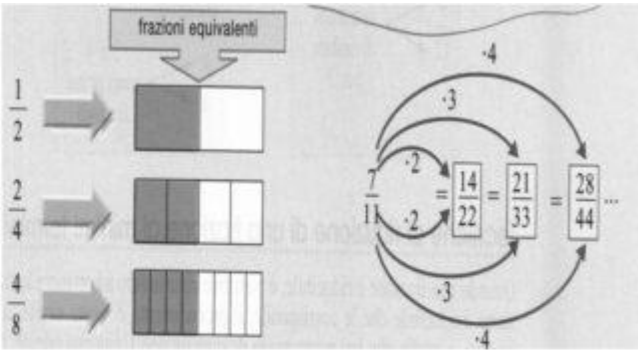
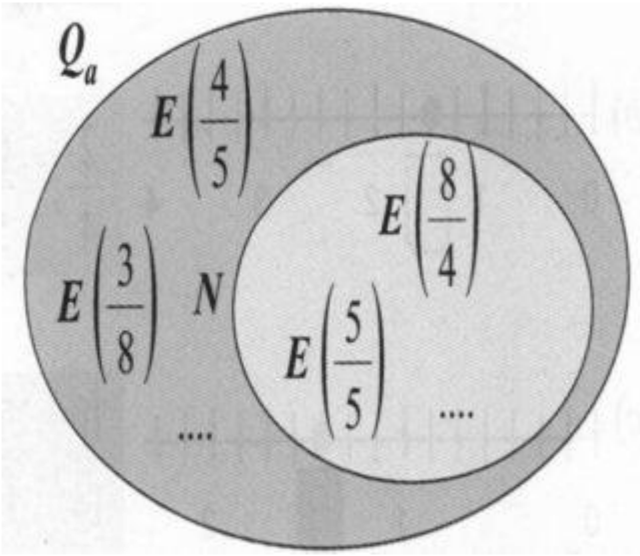
ESERCIZI CON NUMERI RAZIONALI E FRAZIONI: ripassiamo un po'

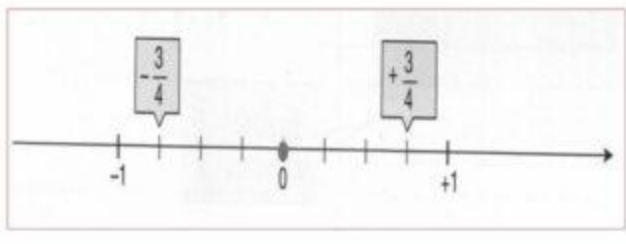
Abbiamo associato alle frazioni i numeri razionali, grazie al concetto di "classe di equivalenza".



Detto piuttosto grossolanamente, abbiamo raggruppato tutte le frazioni equivalenti in una "classe" e abbiamo visto che tutte sono associate allo stesso numero, ottenuto dividendo numeratore e denominatore

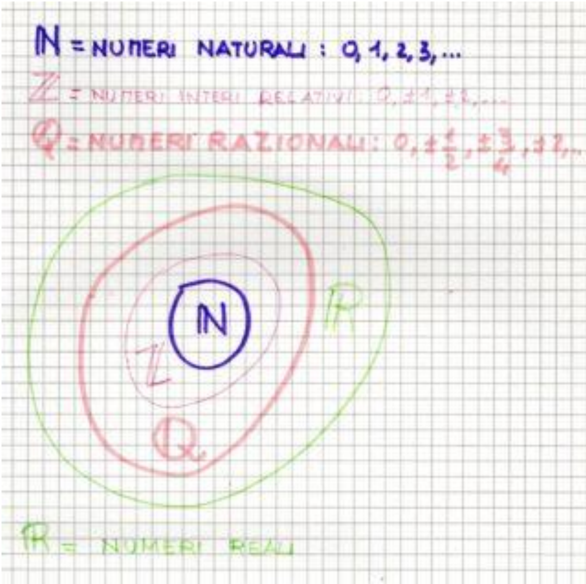


Sulla retta dei numeri, le funzioni equivalenti occupano tutte lo stesso posto:



Abbiamo anche visto che l'insieme dei numeri razionali, che indichiamo con $\mathbb{Q}$, sono un ampliamento dell'insieme dei numeri interi relativi $\mathbb{Z}$, che a sua volta è un ampliamento dell'insieme dei numeri naturali.

A ciascuna frazione con denominatore 1 corrisponde un numero intero



Come vedete

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Scopriremo tra poco che l'insieme $\mathbb{Q}$ non comprende tutti i numeri. Esistono infatti dei numeri, detti IRRAZIONALI, per comprendere i quali è stato "inventato" l'insieme dei reali.

Insomma, chiamiamo RAZIONALI quei numeri che si possono scrivere sotto forma di frazione.

DALLA FRAZIONE AL NUMERO RAZIONALE

Per passare dalla frazione al numero razionale corrispondente, ci basta effettuare la divisione tra numeratore e denominatore. Da questa operazione possiamo ottenere TRE DIVERSI RISULTATI:

⇒Se la frazione da trasformare è apparente, otterremo un NUMERO INTERO. Ad esempio :

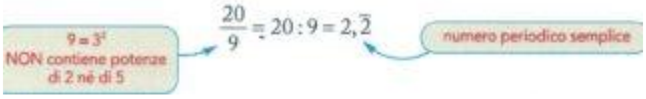
$$-\frac{10}{5} = -2$$

⇒ Otterremo un NUMERO DECIMALE LIMITATO o FINITO, se la frazione da trasformare, ridotta ai minimi termini, presenta al denominatore solo potenze di 2 e/o di 5. Per esempio :

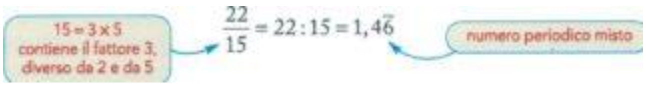
$$\frac{15}{4} = 3{,}75$$

⇒ Possiamo ottenere un numero decimale ILLIMITATO PERIODICO, semplice o misto.

- otterremo un numero periodico semplice se il denominatore, scomposto in fattori primi, NON contiene potenze di 2 e/o di 5

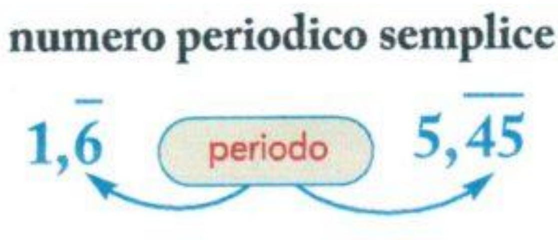


- la frazione, ridotta ai minimi termini, darà invece un numero periodico MISTO, se il denominatore, scomposto in fattori primi, contiene altri fattori insieme a potenze di 2 e/o di 5



RICORDA: si chiama numero decimale ILLIMITATO un numero in cui il numero delle cifre della parte decimale è illimitato.

Se nella parte decimale si ripete sempre la stessa cifra o lo stesso gruppo di cifre, abbiamo un numero decimale periodico semplice e le cifre che si ripetono si chiamano periodo:



Se tra la virgola e il periodo sono presenti altre cifre, allora abbiamo un numero decimale periodico MISTO. LE cifre tra la virgola e il periodo costituiscono l'ANTIPERIODO

FRAZIONI GENERATRICI

Frazioni e numeri decimali generati	
Consideriamo una frazione ridotta ai minimi termini	
Se il denominatore, scomposto in fattori primi, contiene:	**la frazione genera un numero decimale:**
SOLO potenze di 2 e/o di 5	finito
SOLO fattori DIVERSI da potenze di 2 e di 5	periodico semplice
fattori diversi da potenze di 2 o di 5 e *ANCHE* potenze di 2 e/o di 5	periodico misto

Come detto, dato un numero, possiamo sempre trovare la frazione da cui ha avuto origine, detta FRAZIONE GENERATRICE.

Si chiama FRAZIONE GENERATRICE quella frazione che dà origine a un numero decimale.

⇒Nel caso di un numero decimale FINITO o LIMITATO, la frazione generatrice è una frazione che ha

- per **numeratore** il numero stesso senza virgola
- come **denominatore** una potenza di 10 con esponente uguale al numero delle cifre decimali del numero considerato

$$5{,}4=\frac{54}{10} \qquad 5{,}44=\frac{544}{100} \qquad 5{,}444=\frac{5444}{1000}$$

⇒ La frazione generatrice di un numero decimale PERIODICO SEMPLICE è una frazione che ha

- al numeratore il numero ottenuto dalla differenza tra tutto il numero senza virgola, comprensivo quindi della parte intera e del periodo, e la sua parte intera
- come denominatore tanti 9 quante sono le cifre del periodo

numero senza la virgola

parte intera

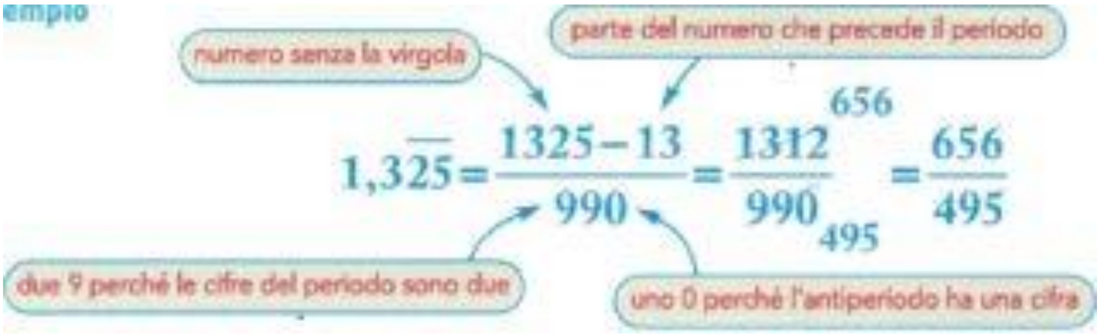
$$5{,}\overline{76}=\frac{576-5}{99}=\frac{571}{99}$$

due 9 perché le cifre del periodo sono due

⇒Nel caso di un numero decimale PERIODICO MISTO, la frazione generatrice è una frazione che ha

- al numeratore il numero ottenuto dalla differenza tra tutto il numero senza virgola, comprensivo quindi di periodo e antiperiodo, e il numero che precede il periodo, compreso l'antiperiodo e senza virgola;

- come denominatore tanti 9 quante sono le cifre del periodo e tanti ZERI quante sono le cifre dell'antiperiodo



RICORDA:

⇒ Un numero naturale ha come frazione generatrice una frazione avente

- per numeratore il numero stesso
- come denominatore 1

Ad esempio $5 = 5/1$

⇒ Un numero decimale periodico semplice di periodo uguale a 9 dà origine ad una frazione generatrice apparente, a cui corrisponde un numero intero.

Ad esempio :

$$4,\overline{9} = \frac{49-4}{9} = 45:9 = 5$$

⇒ un numero decimale PERIODICO MISTO, di periodo uguale a 9, dà origine ad una frazione generatrice corrispondente ad un numero decimale finito. Ad esempio

$$\mathbf{4,3\overline{9}} = \frac{439-43}{90} = 396:90 = \mathbf{4,4}$$

OPERAZIONI ED ESPRESSIONI CON I NUMERI DECIMALI

Vi ricordo che, se le espressioni da calcolare contengono ESCLUSIVAMENTE numeri decimali finiti, si possono eseguire i calcoli in due modi diversi:

- senza trasformare i numeri nelle corrispondenti frazioni generatrici, applicando le regole del calcolo con i numeri decimali
- trasformando prima i numeri decimali finiti nelle corrispondenti frazioni generatrici e poi usando le regole relative al calcolo con le frazioni

Se invece sono presenti numeri decimali FINITI E PERIODICI, allora dovremo prima trasformare i numeri in frazioni e poi applicare le regole relative al calcolo con le frazioni