

FRAZIONI IN BREVE

numeratore

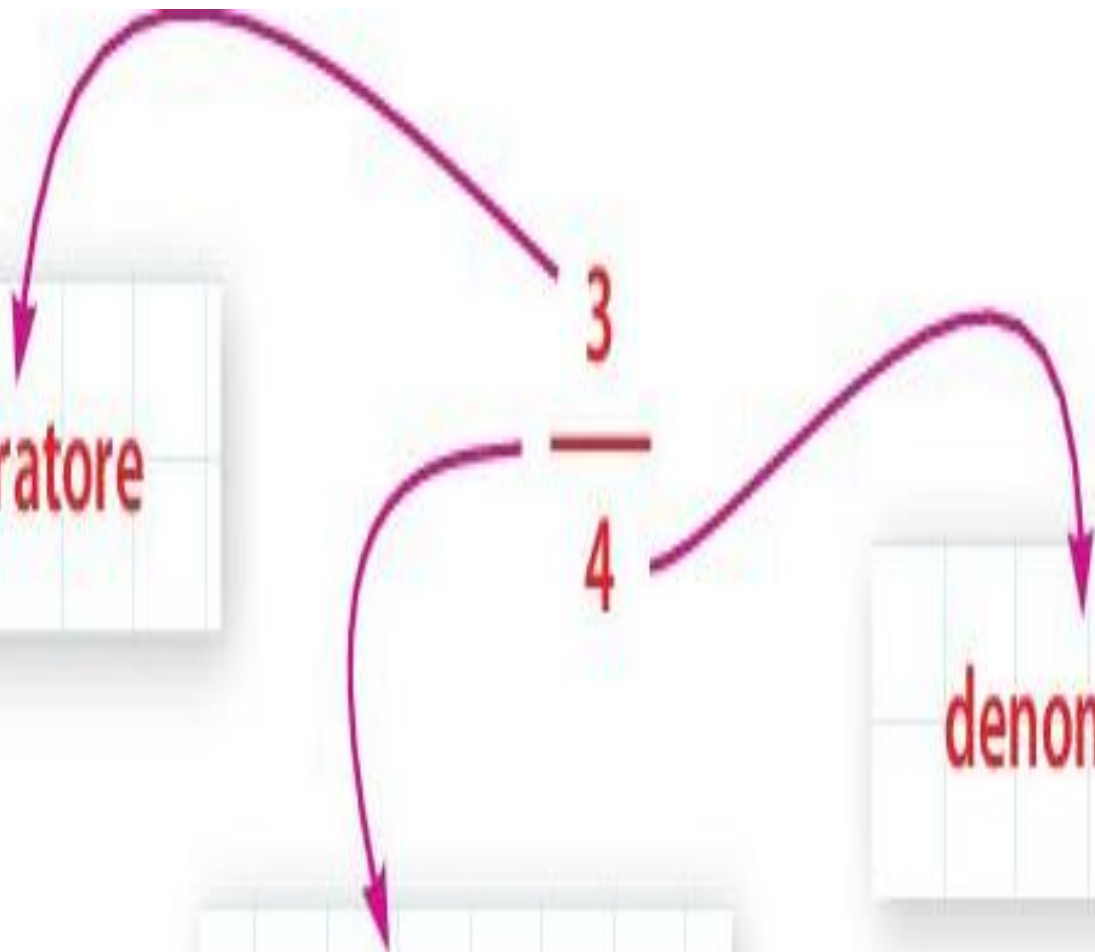
3

—

4

denominatore

linea di frazione



**FRAZIONE = rapporto di numeri
naturali a e b, con $b \neq 0$**

a

—

b

$$\frac{0}{a} = 0 \text{ per } a \neq 0$$

$$\frac{a}{a} = 1$$

$$\frac{a}{1} = a$$

Frazioni equivalenti

$$a \times d = b \times c$$

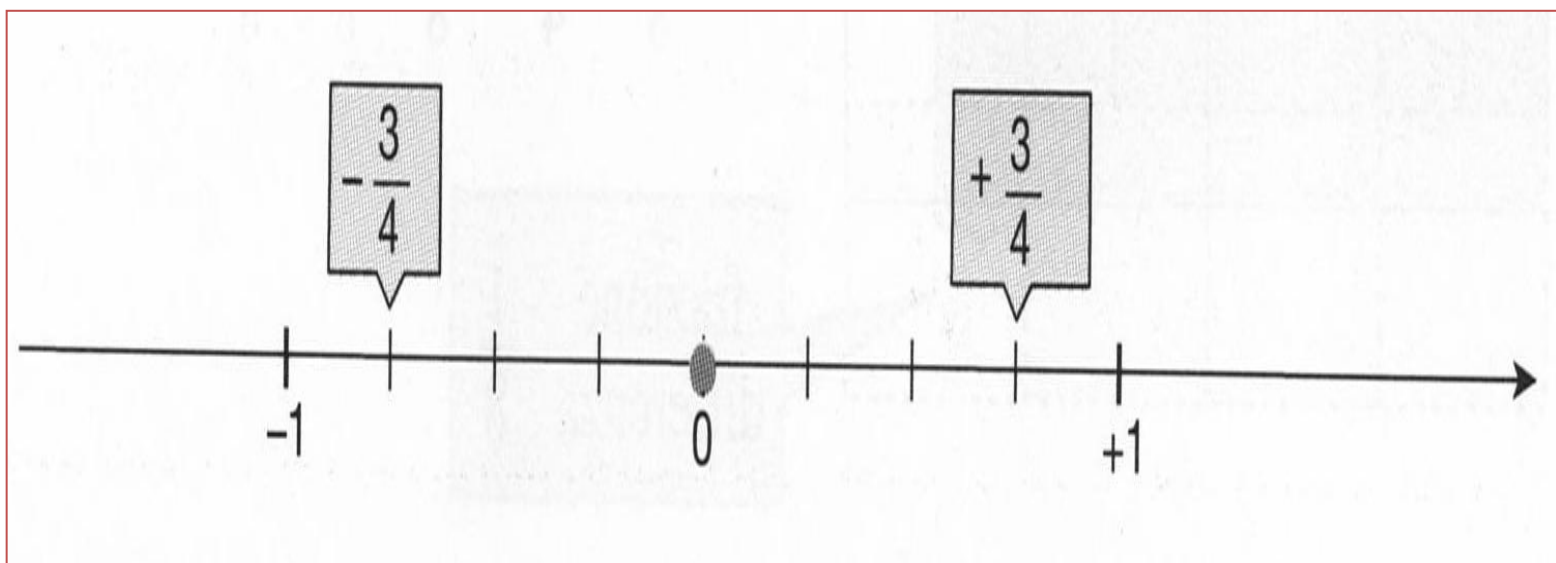
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$$

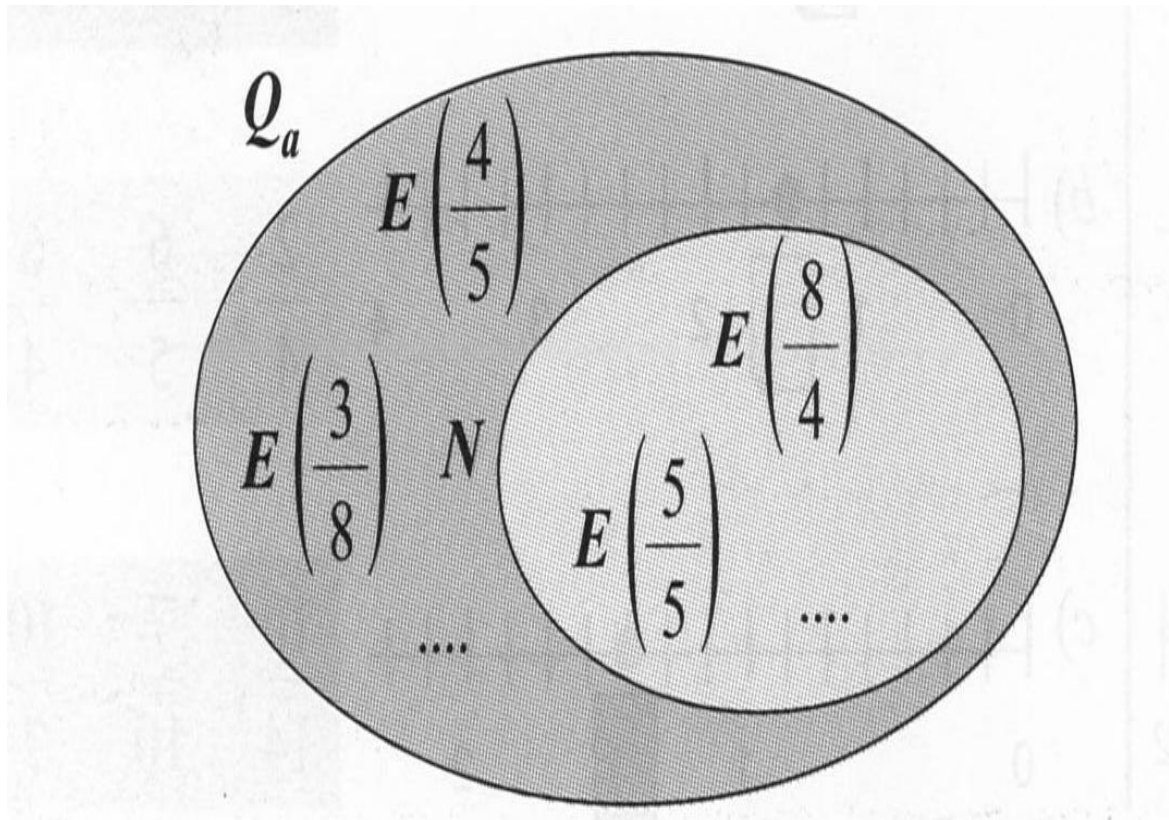
Proprietà invariante

anche le frazioni possono essere rappresentate sulla retta dei numeri. Nello stesso punto trovano collocazione tutte le frazioni equivalenti, che formano una CLASSE DI EQUIVALENZA.



OGNI CLASSE DI EQUIVALENZA rappresenta un numero, che viene detto RAZIONALE ASSOLUTO.

L'insieme di tutte le classi di equivalenza costituisce l'INSIEME DEI NUMERI RAZIONALI ASSOLUTI \mathbb{Q}_a



$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc$$

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad > bc$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

CONFRONTO TRA FRAZIONI

Se dobbiamo confrontare

$$-\frac{1}{5} \text{ e } -\frac{2}{7}$$

ci basta scrivere :

$$\frac{-1}{5} \text{ e } \frac{-2}{7}$$

Effettuando il prodotto in croce otteniamo (-7) e (-10). Siccome $(-7) > (-10)$ abbiamo

$$-\frac{1}{5} > -\frac{2}{7}$$

Ovviamente, se i due numeri sono DISCORDI, ovvero uno è positivo e l'altro è negativo, allora sarà maggiore quello positivo:

$$-\frac{a}{b} < +\frac{a}{b}$$

$$-\frac{2}{3} < +\frac{5}{11}$$

$$-\frac{4}{5} < -\frac{3}{4} \quad \text{poiché} \quad \left| -\frac{4}{5} \right| > \left| -\frac{3}{4} \right|$$

OPPOSTO DI $\frac{a}{b} \Rightarrow -\frac{a}{b}$

ADDIZIONE E SOTTRAZIONE

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm c \cdot b}{b \cdot d}$$

SOMMA DI FRAZIONI OPPOSITE

$$\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0, b \neq 0$$

MOLTIPLICAZIONE

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

RECIPROCO DI $\frac{a}{b} \rightarrow \frac{b}{a}$

DIVISIONE DI FRAZIONI

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

PRODOTTO DI FRAZIONI RECIPROCHE

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1, a \neq 0 \text{ e } b \neq 0$$

POTENZA DI FRAZIONI

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

POTENZA N-ESIMA DI UN NUMERO
RELATIVO $a \neq 0$ CON ESPONENTE
INTERO NEGATIVO:

$$(a)^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

POTENZE CON ESPONENTE NEGATIVO

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n} \text{ con } a, b \neq 0$$

Frazione

```
graph TD; A[Frazione] --> B[NUMERO DECIMALE]; B --> C[LIMITATO]; B --> D[PERIODICO]; C --> C1[Al denominatore solo potenze di 2 e/o di 5]; D --> E[SEMPLICE]; D --> F[MISTO]; E --> E1[Al denominatore NON POTENZE di 2 e/o di 5]; F --> F1[Al denominatore insieme ad altri fattori anche potenze di 2 e/o di 5];
```

NUMERO DECIMALE

LIMITATO

Al denominatore solo potenze di 2 e/o di 5

PERIODICO

SEMPLICE

Al denominatore NON POTENZE di 2 e/o di 5

MISTO

Al denominatore insieme ad altri fattori anche potenze di 2 e/o di 5

NUMERI PERIODICI SEMPLICI

$$1, \mathbf{123123123} \dots, = 1, \overline{123}$$

MISTI

$$8, 765\mathbf{232323} \dots, = 8,765\overline{23}$$

SCOMPOSIZIONE POLINOMIALE NUMERO DECIMALE

$$8,75 = 8 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100}$$

$$a, \overline{bcd} = \frac{abcd - a}{999}$$

$$a, \overline{bcd} = \frac{abcd - ab}{990}$$

$$0,\overline{237} = \text{una cifra dell'antiperiodo e due del periodo}$$

$$= \frac{237 - 2}{990}$$

DUE CIFRE DEL PERIODO e UNA dell'antiperiodo

$$1,\overline{37} = \text{il periodo è di due cifre} = \frac{137 - 1}{99} = \frac{136}{99}$$

DUE CIFRE DEL PERIODO

Frazioni e numeri decimali generati

Consideriamo una frazione ridotta ai minimi termini.

Se il denominatore, scomposto in fattori primi, contiene:

la frazione genera un numero decimale:

SOLO potenze di 2 e/o di 5

finito

SOLO fattori DIVERSI da potenze di 2 e di 5

periodico semplice

fattori diversi da potenze di 2 o di 5 *e ANCHE* potenze di 2 e/o di 5

periodico misto