PROBLEMI CON M.C.D. e m.c.m.

Utilizzando i concetti di massimo comune divisore (M.C.D.) e di minimo comune multiplo (m.c.m.) possiamo risolvere particolari problemi, che può capitarci di incontrare nella realtà

PROBLEMI CON M.C.D. e m.c.m. : PROBLEMI CON M.C.D.

si ricorre al M.C.D. nei problemi nei quali ci viene richiesto di SUDDIVIDERE quantità in PARTI INTERE della MASSIMA GRANDEZZA POSSIBILE.

Vediamo con alcuni esempi

ESEMPIO 1

Con 18 gladioli e 24 tulipani, Tiziana vuole preparare dei vasi contenenti solo gladioli o solo tulipani in uguale numero, che sia il maggiore possibile. Quanti tulipani o gladioli conterrà ciascun vaso?

RISOLUZIONE

Per suddividere rose e tulipani nello stesso numero, questo numero deve essere necessariamente un divisore comune di 18 e 24. Inoltre, dovendo essere il maggiore possibile, esso dovrà essere il divisore comune più grande. Dobbiamo quindi calcolare

M.C.D.(18,24)

Scomponiamo i due numeri in fattori primi:

$18 = 3^2 \times 2$

$24 = 2^3 \times 3$

M.C.D.(18,24) $= 3 \times 2 = 6$

Ogni vaso conterrà quindi 6 rose oppure 6 tulipani

ESEMPIO 2

Per traslocare, Luigia vuole sistemare i suoi libri in scatoloni contenenti tutti uno stesso numero di volumi dello stesso tipo, che sia il massimo possibile. Sapendo che i libri sono 90 romanzi di autori stranieri, 54 di autori italiani e 72 di argomento scientifico, quanti libri conterrà ogni scatolone? Inoltre, quanti scatoloni serviranno a Luigia?

RISOLUZIONE

Anche in questo caso, la parola chiave è SUDDIVIDERE. Siccome dobbiamo distribuire i libri in NUMERO UGUALE negli scatoloni, dobbiamo calcolare un DIVISORE COMUNE tra 90, 54 e 72.

Questo divisore deve essere il MAGGIORE POSSIBILE. Per definizione, tale divisore è il M.C.D. tra i tre numeri.

Scomponiamo i tre numeri in fattori primi:

$90 = 9 \times 10 = 3^2 \times 2 \times 5$

$54 = 6 \times 9 = 2 \times 3 \times 3^2 = \mathbf{2} \times 3^3$

$72 = 8 \times 9 = 2^3 \times \mathbf{3^2}$

Risulta quindi :

M.C.D. $(54, 72,90) = 2 \times 3^2 = 18$

Calcoliamo ora quanti scatoloni serviranno a Luigia per il trasloco:

$90 : 18 = 5$

$54 : 18 = 3$

$72 : 18 = 4$

In tutto serviranno $5 + 3 + 4 = 12$ scatoloni

risposta

In ciascuno scatolone Luigia dovrà mettere 18 libri ed avrà bisogno di 12 scatoloni.

PROBLEMI CON M.C.D. e m.c.m. : PROBLEMI CON m.c.m.

Utilizziamo spesso il m.c.m. nel caso di problemi che richiedono di valutare eventi che si ripetono PERIODICAMENTE.

Cerchiamo di capire che cosa significa quest'affermazione con degli esempi:

ESEMPIO 1

Isa, Mara e Angelo vanno in piscina **periodicamente**. Isa vi si reca ogni 4 giorni, Mara ogni 6 giorni e Angelo ogni 9 giorni.

Se oggi sono tutti e tre insieme in piscina, tra quanti giorni si incontreranno di nuovo?

RISOLUZIONE

Ecco che cosa significa l'affermazione fatta in precedenza: il m.c.m. ci permette di stabilire ogni quanto tempo uno stesso evento si ripeterà uguale a se stesso.

Infatti perché i tre amici si incontrino nuovamente in piscina, il numero di giorni che dovrà passare deve essere un multiplo comune tra 4, 6 e 9. Inoltre tale numero deve essere il più piccolo possibile.

Per definizione questo multiplo comune "più piccolo possibile" è il minimo comune multiplo tra i numeri indicati.

Scomponiamo velocemente 4,6 e 9 in fattori primi:

$4 = \mathbf{2^2}$

$6 = 2 \times 3$

$9 = \mathbf{3^2}$

La regola ci dice che il m.c.m. si ottiene moltiplicando tra loro tutti i fattori, comuni e non, presi una sola volta e con il **più grande** esponente.

In questo caso esso risulta quindi pari a :

m.c.m. $(4,6,9) = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

RISPOSTA:

I tre amici si incontreranno nuovamente in piscina tra 36 giorni

ESEMPIO 2

Tre aerei fanno scalo all'aeroporto di Milano Malpensa rispettivamente ogni 6, 15 e 20 giorni. Se fanno contemporaneamente scalo a Milano il 1 giugno, quale sarà la data del prossimo scalo contemporaneo a Milano?

SVOLGIMENTO

La parola chiave di questo tipo di problemi è "CONTEMPORANEAMENTE" (e suoi sinonimi). Infatti perché i tre aerei facciano nuovamente scalo tutti e tre nello stesso giorno, il numero di giorni deve essere un multiplo comune tra 6, 15 e 20. Dovendo poi determinare lo scalo contemporaneo più vicino, dobbiamo trovare il multiplo comune a 6, 20 e 15 che sia il più piccolo possibile.

Scomponiamo quindi i tre numeri in fattori primi e poi calcoliamo il loro m.c.m.

Abbiamo :

$15 = \mathbf{3 \times 5}$

$20 = 4 \times 5 = \mathbf{2^2} \times 5$

$6 = 2 \times 3$

Prendiamo tutti i fattori, comuni e non, una sola volta e con l'esponente maggiore. Abbiamo quindi :

m.c.m. (15, 20, 28) = $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ giorni

RISPOSTA

I tre aerei faranno di nuovo scalo insieme a Malpensa tra due mesi, ovvero il PRIMO AGOSTO.

PROBLEMI CON M.C.D. e m.c.m. : RICAPITOLANDO

Attraverso i concetti di M.C.D. e m.c.m. possiamo risolvere particolari tipi di problemi:

- utilizziamo il M.C.D. quando ci serve SUDDIVIDERE delle quantità in PARTI UGUALI

- ricorriamo al m.c.m. quando dobbiamo valutare eventi che si ripetono PERIODICAMENTE

PROBLEMI CON M.C.D. e m.c.m. : ESERCIZI con il M.C.D.

1) con 30 pennarelli blu e 24 rossi vogliamo ottenere il maggior numero possibile di pacchetti uguali, ciascuno contenente uno stesso numero di pennarelli blu e rossi. Quanti pacchetti possiamo confezionare? In ciascun pacchetto, quanti pennarelli blu e quanti rossi dovremo mettere?

Dobbiamo calcolare il MCD tra i due numeri. Scomponiamoli in fattori primi:

$30 = 5 \times 6 = 2 \times 3 \times 5$

$24 = 2^3 \times 3$

Risulta quindi

M.C.D. (30, 24) = 2 x 3 = 6

In ogni pacchetto andranno quindi :

30 : 6 = 5 blu

24 : 6 = 4 rossi

RISPOSTA

Riusciremo a confezionare 6 pacchetti, ciascun con 5 pennarelli blu e 4 rossi

2) Dobbiamo disegnare su un foglio rettangolare lungo 42 cm e largo 56 cm dei quadrati di lato uguale, che sia il più lungo possibile. Quale dovrà essere la lunghezza del lato di ogni quadrato?

Dobbiamo calcolare il MCD tra le misure di lunghezza e larghezza

Scomponendo in fattori primi abbiamo

42 = 6 x 7 = 2 x 3 x 7

56 = 8 x 7 = 2^3 x 7

Risulta quindi

M.C.D. (42, 56) = 2 x 7 = 14

Ogni quadrato dovrà avere un lato lungo 14 cm.

CURIOSITA'

Quanti quadrati riusciamo a disegnare? Dividiamo l'area totale per l'area di ciascun quadrato.

Calcoliamo l'area di rettangolo e quadrato:

A_R = (42 x 56) = 2352 cm

A_Q = (14 x 14) = 196 cm

A_R : A_Q = 12

3) quante parti otteniamo se tagliamo 4 corde lunghe 144 cm, 1, 8 m, 126 cm e 10, 8 dm in parti uguali e della massima lunghezza possibile?

Innanzitutto riportiamo tutto in cm:

1,8 m = 180 cm

10,8 dm = 108 cm

Dobbiamo calcolare il MCD tra i 4 numeri. Scomponiamo in fattori primi

- $144 = 12^2 = (2^2 \times 3)^2 = 2^4 \times 3^2$
- $180 = 18 \times 10 = 9 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
- $126 = 2 \times 63 = 2 \times 9 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$
- $108 = 2 \times 54 = 2 \times 6 \times 9 = 2^2 \times 3^3$

MCD (144,180,126,108) = $2 \times 3^2 = 18$

Ogni pezzo dovrà essere lungo 18 cm.

Abbiamo quindi

- 144 : 18 = 8 pcs
- 180 : 18 = 10 pcs
- 126 : 18 = 7 pcs
- 108 : 18 = 6 pcs

In tutto otterremo quindi

8 + 10 + 7 + 6 = 31 pezzi

Luisa ha a disposizione 54 cioccolatini fondenti, 90 al latte e 108 alla gianduia. Vuole preparare il maggior numero possibile di sacchetti regalo, tutti uguali e tutti contenenti lo stesso numero di cioccolatini di ciascun tipo. Quanti sacchetti potrà confezionare? e quanti cioccolatini di ciascun tipo conterrà ogni sacchetto?

Come sempre, calcoliamo il MCD tra 54. 90 e 108, dopo averli scomposti in fattori primi:

$54 = 3^3 \times 2$

$90 = 3^2 \times 2 \times 5$

$108 = 2 \times 54 = 2 \times 6 \times 9 = 2^2 \times 3^3$

Risulta quindi

M.C.D. (54, 90, 108) = $2 \times 9 = 18$

In tutto Luisa confezionerà 18 sacchetti. In ogni sacchetto metterà

- 54 : 18 = 3 cioccolatini fondenti
- 90 : 18 = 5 Cioccolatini al latte
- 108 : 18 = 6 cioccolatini al gianduia

Con 21 kg di farina di un certo tipo e 10,8 kg di un altro il panettiere vuole preparare dei sacchetti, tutti dello stesso peso, e che siano nel maggior numero possibile, senza mescolare le due farine. Quanti pacchetti otterrà rispettivamente? E quale sarà il peso di ciascun pacchetto?

SUGGERIMENTO : Per lavorare con numeri interi, trasformiamo i kg in hg, moltiplicando per 10.

Procediamo con le equivalenze, per disporre di numeri interi

21 kg = 210 hg

10,8 kg = 108 hg

Scomponiamo in fattori primi e poi calcoliamo il MCD:

210 = 21 x 10 = 3 x 7 x 2 x 5

108 = 2^2 x 3^3

M.C.D. (108,210) = 2 x 3 = 6

Ogni pacchetto peserà quindi 6 hg = 600 g

In tutto avremo quindi

210 : 6 = 35

108 : 6 = 18

18 + 35 = 53 pacchetti

PROBLEMI CON M.C.D. e m.c.m. : ESERCIZI con il m.c.m

Quattro autobus partono contemporaneamente dal capolinea alle ore 6 e vi ritornano rispettivamente ogni 60, 90, 45 e 120 minuti. A che ora saranno di nuovo insieme al capolinea?

In caso di eventi periodici dobbiamo calcolare il m.c.m. tra i numeri dati per scoprire quando lo stesso evento si ripeterà uguale.

Scomponiamo i 4 numeri in fattori primi:

$60 = 6 \times 10 = 2^2 \times 3 \times 5$

$45 = 3^2 \times 5$

$90 = 2 \times 45 = 2 \times 3^2 \times 5$

$120 = 60 \times 2 = 2^3 \times 3 \times 5$

m.c.m. $(45,60,90, 120) = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$ minuti

Trasformiamo i minuti in ore, dividendo per 6 :

$360 : 6 = 6$ ore

Quindi i quattro autobus si ritroveranno tutti e quattro al capolinea alle ore 12

Se una cometa compare ogni 15 anni, un'altra ogni 12 anni ed un'altra ancora ogni 21, ogni quanti anni è possibile ammirarle tutte e tre contemporaneamente?

Come prima, calcoliamo il mcm tra i tre numeri:

$15 = 3 \times 5$

$12 = 3 \times 4 = 2^2 \times 3$

$21 = 3 \times 7$

Risulta quindi :

m.c.m. $= 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ anni

Le tre comete compaiono tutte e tre insieme ogni 420 anni

Le campane delle tre chiese di un paesino battono i loro rintocchi la prima ogni 20 minuti, la seconda ogni 30 minuti e la terza ogni 40 minuti. Se suonano contemporaneamente alle 8 del mattino, a che ora batteranno di nuovo allo stesso momento?

Calcoliamo il mcm tra 20, 30 e 40:

$20 = 2 \times 10 = 2^2 \times 5$

$30 = 3 \times 10 = 2 \times 3 \times 5$

$40 = 4 \times 10 = 2^3 \times 5$

mcm (20, 30, 40) = 2^3 x 3 x 5 = 120 minuti

Le tre campane suonano contemporaneamente ogni 120 minuti = 2 ore. Se quindi hanno suonato alle 8 del mattino, suoneranno di nuovo alle ore 10

In un allevamento, i recinti di polli, conigli e tacchini vengono puliti ogni 4,5 e 6 giorni. Ogni quanti giorni i tre cortili vengono puliti contemporaneamente?

Siccome :

4 = 2^2

6 = 2 x 3

5 = 1 x 5

calcoliamo direttamente

m.c.m.(4,5,6) = 2^2x 3 x 5 = 60 giorni

Giulia, Andrea e Giorgia si recano a Roma per lavoro ogni 5, 12 e 15 giorni. Se si incontrano a Roma il 5 aprile, quale sarà la data del loro prossimo incontro?

Scomponiamo 12 e 15 in fattori primi

12 = 2^2 x 3

15 = 3 x 5

Calcoliamo ora

m.c.m. (5, 12, 15) = 2^2 x 3 x 5 = 60 giorni

I tre amici si incontreranno a Roma due mesi dopo, ovvero il 4 giugno (Maggio ha 31 giorni!)

PROBLEMI CON M.C.D. e m.c.m. : ESERCIZI

Applicando il concetto di M.C.D. e di m.c.m., risolvi i seguenti problemi

ESERCIZIO 1

Tre amiche lavorano in ospedale e condividono lo stesso appartamento. Maria ha un turno di riposo ogni 8 giorni, Luisa ogni 24 giorni e Paola ogni 16 giorni.

Oggi sono tutte e tre a casa. Tra quanti giorni saranno nuovamente tutte e tre di riposo per la prima volta?

Ci sono giorni in cui riposano Maria e Luisa ma non Paola? E giorni in cui riposano Luisa e Paola mentre Maria lavora?

Nel caso di eventi periodici, ci viene in aiuto il m.c.m. Dobbiamo quindi calcolare

m.c.m. (8, 24, 16)

Scomponiamo in fattori primi:

$8 = 2^3$

$16 = 2^4$

$24 = 2^3 \times 3$

Risulta

m.c.m. (8, 24, 16) $= 2^4 \times 3 = 48$

le tre amiche saranno tutte e tre in casa tra 48 giorni.

Per vedere se ci sono giorni in cui Maria e Luisa riposano mentre Paola lavora ci basta osservare che risulta

m.c.m. (8, 24) = 24

mentre

m.c.m. (16, 24) = 48

Quindi non ci sono giorni in cui Maria lavora e le altre due riposano

ESERCIZIO 2

Urano e Nettuno impiegano rispettivamente circa 84 e 165 anni per compiere un giro completo intorno al Sole. Supponiamo che si trovino allineati rispetto al Sole quest'anno, Dopo quanti anni saranno di nuovo entrambi allineati?

Come prima, abbiamo a vedere con un evento periodico, per cui dobbiamo calcolare il m.c.m. tra 84 e 165.

Scomponiamo in fattori primi

84	4
21	3
7	7
1	

$$
\begin{array}{r|l}
\mathbf{165} & 5 \\
33 & 3 \\
11 & 11 \\
1 &
\end{array}
$$

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$

$165 = 3 \times 5 \times 11$

Abbiamo quindi

m.c.m. (84, 65) = $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 4620$ anni

ESERCIZIO 3

Vogliamo piastrellare una stanza rettangolare, avente dimensioni di 3,6 m e 2,8 m, con il MINOR NUMERO possibile di mattonelle quadrate uguali, senza tagliare alcuna mattonella. Quale sarà il lato di queste piastrelle? Quante mattonelle saranno necessarie?

Trasformiamo i m in dm :

- 3,6 m = 36 dm
- 2,8 m = 28 dm

Calcoliamo il M.C.D. tra 36 e 28

- $36 = 2^2 \times 3^2$
- $28 = 2^2 \times 7$

Risulta quindi

M.C.D. (36, 28) = 4 dm

Le mattonelle che dovremo usare hanno quindi un lato di 40 cm.

Per stabilire di quante mattonelle abbiamo bisogno ci basta dividere l'area totale della stanza per l'area di ogni mattonella. Risulta

- $P_R = 36 \times 28 = 1008$ dm^2
- $P_Q = 4 \times 4 = 16$ dm^2

Avremo quindi bisogno di

1008 : 16 = 63 mattonelle

ESERCIZIO 4

Vogliamo riempire completamente un parallelepipedo, con spigoli di 60,80 e 120 cm, con dei cubetti indeformabili uguali. Determina il minimo numero di cubetti necessario e il loro spigolo

Dobbiamo calcolare il MCD tra le dimensioni degli spigoli del parallelepipedo

- $60 = 6 \times 10 = 2^2 \times 3 \times 5$
- $80 = 8 \times 10 = 2^4 \times 5$
- $120 = 12 \times 10 = 2^3 \times 3 \times 5$

Risulta quindi

MCD $(60,80,120) = 2^2 \times 5 = 20$

I cubetti avranno quindi spigolo di 20 cm.

Per sapere quanti cubetti ci serviranno dobbiamo dividere il volume totale per il volume di un cubetto.

$V_{tot} = 60 \times 80 \times 120 = 576\,000 \text{ cm}^3$

$V_c = 20^3 = 8\,000 \text{ cm}^3$

Abbiamo quindi:

$V_{tot} : V_c = 72$ cubetti

ESERCIZIO 5

Disponiamo di tre rotoli di carta, larghi 1 m e lunghi rispettivamente 48 m, 16 m e 60 m. Dobbiamo tagliare questi rotoli per ricavare dei fogli larghi 1 m ed aventi tutti la stessa lunghezza, che sia la massima possibile senza che avanzi carta.

Quale sarà la lunghezza di ciascun foglio e quanti fogli otterremo?

Calcoliamo il MCD tra i tre valori dati:

$48 = 2^4 \times 3$

$16 = 2^4$

$60 = 6 \times 10 = 2^2 \times 3 \times 5$

Risulta quindi:

MCD (16,48,60) = 2^2 = 4

I fogli dovranno essere quindi lunghi 4 m. In tutto otterremo, sommando tutte le lunghezze

124 : 4 = 31 fogli

ESERCIZIO 6

Tre orologi suonano uno ogni 4 ore, un altro ogni 12 ore e l'altro ogni 5 ore. Oggi è lunedì e suonano tutti contemporaneamente alle 18. In quale giorno e a quale ora suoneranno di nuovo contemporaneamente?

Nel caso di problemi di "ricorrenza" dobbiamo utilizzare il concetto di m.c.m. Calcoliamo quindi

m.c.m. (4,5,12) = 60

(infatti 4 e 5 sono primi tra loro e 12 = 3 x 4)

Significa che i tre orologi suoneranno nuovamente insieme tra 60 ore, cioè tra due giorni e 12 ore.

Di conseguenza, giovedì mattina alle 6

ESERCIZIO 7

Ogni mese, un grossista spedisce ad un negoziante 24 litri, 32 litri e 40 litri di tre diversi tipi di vini, utilizzando il minimo possibile di recipienti, tutti uguali e tutti completamente pieni, ovviamente senza mescolare i tre tipi di vini.

Quanti recipienti riceverà in un anno il negoziante?

In questo caso dobbiamo calcolare il MCD tra 24, 32 e 40

Abbiamo

- 24 = 2^3 x 3
- 32 = 2^5
- 40 = 2^3 x 5

Risulta quindi

MCD (24, 32, 40) = 23 = 8

Significa che i contenitori hanno una capacità di 8 litri. Il commerciante spedisce quindi ogni mese :

- 24 : 8 = 3
- 32 : 8 = 4
- 40 : 8 = 5

per ogni tipo di vino. In totale

5 +4+3 = 12 contenitori al mese

In un anno, quindi, verranno spediti

12 x 12 = 144 contenitori di vino

ESERCIZIO 8

un agricoltore deve spedire 315 limoni e 240 arance, confezionandoli in cestini, contenenti ciascuno solo arance oppure solo limoni nello stesso numero, in modo da utilizzare il minor numero possibile di cestini. Quanti cestini occorrono all'agricoltore e quanti frutti metterà in ciascun cestino?

Calcoliamo il MCD tra 315 e 240. Scomponiamo i due numeri in fattori primi

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{315} & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{240} & 2\text{x}5 \\ 24 & 2^3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$

MCD (315, 240) = 3 x 5 = 15

Ogni cestino conterrà quindi **15 frutti**. Il nostro contadino dovrà quindi confezionare :

240 : 15 = **16** cestini di arance

315 : 15 = **21** cestini di limoni

ESERCIZIO 9

un terreno di 200 m x 140 m va diviso in lotti uguali, di forma quadrata e di area massima, da destinare gratuitamente alla coltivazione di ortaggi da parte di pensionati. Stabilisci quanti orti si possono ricavare (70 orti)

Calcoliamo il MCD tra 200 e 140, per conoscere il lato dell'appezzamento

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{200} & 2^2 \times 5^2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$200 = 2^3 \times 5^2$

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{140} & 2 \times 5 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$

Risulta quindi

$$\text{M.C.D.}(200, 140) = 2^2 \times 5 = 20$$

Ogni orto avrà quindi un lato di 20 m.

Per sapere quanti orti potranno essere ricavati, ci basta calcolare l'area totale del rettangolo e dividerla per l'area di ciascun orto. Abbiamo:

$A_{tot} = 200 \times 140 = 28\,000 \text{ m}^2$

$A_{orto} = 20 \times 20 = 400 \text{ m}^2$

$n_{orti} = A_{tot} : A_{orto} = 28\,000 : 400 = 70$ orti

In tutto verranno ricavati 70 orti, ciascuno di 400 m^2

ESERCIZIO 10

Un Comune vuole illuminare tre strade parallele lunghe 150 m, 210 m e 300 m, con dei lampioni posti ad intervalli regolari sui due lati di ogni strada. Inoltre, il Comune vuole che la distanza tra due lampioni consecutivi sia la stessa in tutte e tre le strade e che sia all'inizio che alla fine di ogni strada ci siano due lampioni (uno per ogni lato). Qual è il minimo numero di lampioni occorrenti? A che distanza andranno posti?

Calcoliamo il MCD tra le lunghezze delle strade:

150	2x5
15	3
5	5
1	

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$

300	$2^2 \times 5^2$
3	3
1	

$300 = 2^2 \times 5^2 \times 3$

210	2 x 5
21	3
7	7
1	

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$

Risulta quindi

$$M.C.D.\ (150, 300, 210) = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

I lampioni andranno posizionati ogni 30 m. Per ogni strada avremo :

150 : 30 = 5 +3 (due all'inizio e uno in più alla fine)

300 : 30 = 10 +3

210 : 30 = 7 + 3

In totale serviranno quindi 31 lampioni, posti a 30 m di distanza

ESERCIZIO 11

si vuole recintare un campo di forma rettangolare con una rete, sostenuta da paletti, in modo che in ogni vertice del rettangolo venga posto un paletto. I lati del campo sono lunghi 72 m e 48 m e la distanza tra un paletto e il successivo deve sempre essere la stessa.

- **Quale deve essere questa distanza, per fare in modo che il numero di paletti necessari sia il minimo possibile?**
- **Quanti paletti saranno necessari in tal caso per la recinzione del campo?**

Calcoliamo MCD (72, 48)

$72 = 9 \times 8 = 2^3 \times 3^2$

$48 = 6 \times 8 = 2^4 \times 3$

Risulta quindi :

MCD (72, 48) = 2^3 x 3 = 24 m

I paletti dovranno essere posti a 24 m di distanza l'uno dall'altro.

Per sapere quanti paletti occorrono, dobbiamo calcolare il perimetro del campo:

P = (72 + 48) x 2 = 240 m

Dividendo il perimetro per la distanza tra i paletti otterremo il numero di paletti necessari:

240 : 24 = 10 paletti

Ci serviranno quindi 10 paletti, posti a 24 m di distanza l'uno dall'altro

ESERCIZIO 12

Vuoi piastrellare la tua cucina, avente dimensioni di 300 cm e 360 cm, utilizzando il minore numero possibile di mattonelle quadrate intere. Quante ne occorrono se le vuoi della stessa dimensione?

Calcoliamo MCD (300, 360) per sapere quale dovrà essere la lunghezza del lato delle mattonelle.

Abbiamo

300 = 3 x 100 = 2^2 x 3 x 5^2

360= 36 x 10 = 2^3 x 3^2 x 5

Risulta quindi :

MCD (300, 360) = 2^2 x 3 x 5 = 60 cm

Ogni mattonella dovrà avere un lato di 60 cm.

Quante ne occorrono? Dobbiamo dividere l'area totale della cucina per l'area di ciascuna mattonella.

Abbiamo :

A_{tot} = 300 x 360 = 108 000 m^2

$A_{mattonella}$ = 60 x 60 = 3600 m^2

$n_{mattonelle} = A_{tot} : A_{mattonelle} = 108\,000 : 3\,600 = 30$ mattonelle

In tutto ci serviranno 30 mattonelle quadrate, ciascuna con un lato di 60 m