

PROPORZIONI E RAPPORTI

Si chiama **RAPPORTO** il quoziente (il risultato cioè della divisione) tra due numeri a e b , con $b \neq 0$.

I numeri che compongono un rapporto hanno un loro nome:

- 6 e 2 sono i **TERMINI DEL RAPPORTO**
- 6 è l'**ANTECEDENTE** - 2 è il **CONSEQUENTE**

1. Proporzioni

Quattro variabili si dicono **in proporzione** e si scrive $a : b = c : d$ se vale la seguente uguaglianza

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

dove k è il rapporto di proporzionalità.

Nella proporzione:

- a e c sono detti **ANTECEDENTI**
- b e d sono detti **CONSEQUENTI**
- b e c sono detti **MEDI**
- a e d sono detti **ESTREMI**

PROPRIETA' FONDAMENTALE

il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi

$$a \cdot d = b \cdot c$$

Le proporzioni godono delle seguenti proprietà:

- proprietà dell'*invertire*: $b : a = d : c$
- proprietà del *comporre*: $(a + b) : a = (c + d) : c$ e $(a + b) : b = (c + d) : d$
- proprietà dello *scomporre*:
 - $\Rightarrow (a - b) : a = (c - d) : c$ se $a > b$ e $c > d$
 - $\Rightarrow (a - b) : b = (c - d) : d$ se $a > b$ e $c > d$
- proprietà del *permutare i medi*: $a : c = b : d$
- proprietà del *permutare gli estremi*: $d : b = c : a$

RICERCA DEL TERZO PROPORZIONALE

Nel caso di una proporzione continua, in cui cioè i medi sono uguali tra loro, la ricerca dell'elemento mancante prende il nome di ricerca del terzo proporzionale. Dobbiamo infatti determinare il terzo elemento di una terna di numeri. Per esempio, consideriamo la seguente proporzione continua incompleta:

$$12 : 18 = 18 : x$$

l'estremo mancante prende il nome di terzo proporzionale.

$$x = \frac{18 \cdot 18}{12} = 27$$

Sappiamo come procedere se a mancare è il medio comune

COMPLETA LA TABELLA SEGUENTE:

PROPORZIONE	ANTECEDENTE	CONSEQUENTE	MEDI	ESTREMI
5:10 = 3:6				
7:21 = 1:3				
5:4 = 25:20				
3:7 = 30:70				
1:8 = 5:40				
10:3 = 20:6				

Verifica se i numeri nell'ordine dato formano una proporzione

numeri	rapporto tra 1° e 2°	rapporto tra 3° e 4°	formano una proporzione?
6,9,2,3	$6/9 = 2/3$	$2/3$	si
1,2,3,4			
1,2,6,12			
14,8,7,4			
100,16,25,4			
4,9,8,18			
$1/2, 1, 1/7, 7/2$			

Applicando la proprietà fondamentale delle proporzioni, stabilisci se i numeri nell'ordine dato formano una proporzione

5,4,8,16

9,15,3,5

4,3,36,27

6,2,9,3

1,2,5,10

6,4,3,2

2,7,6,21

12,20,9,15

6,8,4,2

18,3,6,1

44,11,8,2

25,5,15,7

42,6,21,2

1,6 - 0,8 - 1-0,5

$\frac{5}{14}, \frac{5}{18}, \frac{6}{7}, \frac{2}{3}$

$\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{5}{10}, \frac{20}{25}$

$\frac{3}{4}, \frac{1}{7}, \frac{9}{8}, \frac{1}{7}$

$\frac{6}{8}, \frac{2}{10}, \frac{3}{4}, \frac{2}{10}$

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$

$\frac{3}{2}, 6, \frac{5}{2}, 10$

$\frac{4}{5}, \frac{2}{3}, 18, \frac{1}{15}$

Ricerca il quarto proporzionale, indicato con la lettera x, nelle seguenti proporzioni

$$2:3 = 6 : x$$

$$5: x = 15 : 6$$

$$21:15 = 7:x$$

$$3:2 = 6:x$$

$$6:x = 8:12$$

$$27:x = 9:7$$

$$21:14 = 9:x$$

$$10:x = 8:5$$

$$12:15 = x:6$$

$$5:6 = x:7$$

$$5:x = 18:2$$

$$3:5 = x:45$$

$$18:48 = 15:x$$

$$\frac{2}{3}:x = \frac{4}{5}:\frac{6}{75}$$

$$\frac{1}{2}:\frac{13}{8} = x:\frac{52}{3}$$

$$8:4,5 = 40:x$$

$$1,2:x = 0,4:0,25$$

$$1,\bar{3}:x = 0,1\bar{6}:0,75$$

$$1,2:0,\bar{3} = x:0,5$$

$$1,2\bar{6}:x = 6:10$$

$$3,\bar{5}:1,\bar{6} = 5,\bar{3}:x$$

$$x:\frac{1}{3} = \frac{9}{11}:\frac{4}{11}$$

$$\frac{7}{5}:1 = x:5$$

$$\frac{11}{6}:\frac{2}{9} = \frac{33}{5}:x$$

$$x:\frac{2}{3} = \frac{6}{5}:\frac{1}{6}$$

$$8 : \frac{8}{9} = \frac{4}{9} : x$$

$$\frac{15}{8} : \frac{7}{10} = \frac{5}{2} : x$$

$$x : \frac{3}{4} = 2 : \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{9} : \frac{1}{2} = x : \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{15} : \frac{3}{30} = x : \frac{9}{4}$$

$$\frac{11}{3} : \frac{6}{4} = x : \frac{15}{16}$$

$$\frac{11}{6} : \frac{2}{9} = \frac{33}{5} : x$$

$$\frac{9}{10} : x = \frac{5}{7} : \frac{5}{7}$$

$$x : \frac{5}{12} = \frac{4}{15} : \frac{4}{9}$$

$$\frac{5}{4} : 2 = x : \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{3} : \frac{5}{7} = x : \frac{1}{9}$$

$$x : \frac{4}{5} = \frac{10}{5} : \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{5} : \frac{7}{5} = x : \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{9} : x = \frac{11}{3} : 3$$

Trova il valore della x dopo aver svolto i calcoli indicati

$$\left(3 + \frac{1}{5}\right) : x = \left(1 - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) \quad R : \frac{32}{9}$$

$$\left(1 + \frac{2}{3}\right) : x = \frac{25}{7} : \left(1 - \frac{2}{3}\right) \quad R : \frac{7}{45}$$

$$\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}\right) : x = \left(2 - \frac{7}{8}\right) : \left(1 + \frac{1}{4}\right) \quad R : \frac{5}{6}$$

$$\left(1 - \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{7}\right) : \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{21} \cdot \frac{14}{5}\right) = \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{5} : 9\right) : x \quad R : \frac{6}{25}$$

$$x : \left(\frac{3}{4} : \frac{1}{2} + \frac{3}{7}\right) = \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{5} - \frac{1}{10}\right) : \left(\frac{5}{7} + \frac{1}{4}\right) \quad R : \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{5} : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{3} : x$$

$$\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{15}\right) : x = \frac{3}{4} : \frac{1}{8}$$

$$\left(2 - \frac{1}{2}\right) : \frac{7}{2} = x : \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)$$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) : x = \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{12}\right) : \left(\frac{7}{15} + 1\right) \quad R : \frac{14}{15}$$

$$\left(1 - \frac{1}{9}\right) : \left(1 + \frac{1}{9}\right) = \left(1 - \frac{1}{5}\right) : x \quad R : 1$$

$$\left(\frac{9}{4} - \frac{1}{2}\right) : x = \left(2 - \frac{3}{2}\right) : \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12}\right) \quad R : \frac{7}{8}$$

$$x : \left(1 + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right) : \left(2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}\right) \quad R : \frac{11}{16}$$

$$x : \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{12}\right) = \left(\frac{7}{9} - \frac{11}{18} + \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{21}\right) \quad R : \frac{7}{24}$$

$$\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) : \left(1 - \frac{3}{4}\right) = x : \left(1 - \frac{2}{17}\right) \quad R : 1$$

$$\left(2 - \frac{1}{7}\right) : x = \left(2 + \frac{1}{7}\right) : \left(1 + \frac{2}{13}\right) \quad R : 1$$

$$\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) : x = \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{16}\right) : \left(\frac{46}{51} - \frac{7}{51}\right) \quad R : \frac{4}{3}$$

$$x : \left(2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \left(1 - \frac{5}{9}\right) : \left(2 - \frac{1}{5}\right) \quad R : \frac{5}{9}$$

$$\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3}\right) : x = \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{15}{8} + 1\right) : \left(9 - \frac{1}{2}\right) \quad R : 5$$

$$\left(2 + \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{7}\right) : x = \left(\frac{5}{9} - \frac{1}{18}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right) \quad R : \frac{74}{21}$$

$$\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{12}{5} + \frac{3}{5} : \frac{3}{2} + \frac{2}{15}\right) : \left(4 : \frac{29}{9}\right) = \left(\frac{11}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{4}{9}\right) : x \quad R: 3$$

$$x: \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1 + \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} : 1 \quad R: \frac{10}{3}$$

Completa la seguente tabella per la ricerca del MEDIO PROPORZIONALE

PROPORZIONE DA COMPLETARE	MEDIO PROPORZIONALE
$25 : x = x : 16$	$x =$
$4 : x = x : 25$	$x =$
$90 : x = x : 40$	$x =$
$8 : x = x : 18$	$x =$
$x : 1 = 169 : x$	$x =$
$x : 72 = 18 : x$	$x =$

Risolvi le seguenti proporzioni continue

- $2 : x = x : 72$
- $32 : x = x : 8$
- $4/9 : x = x : 36/25$
- $9 : x = x : 16$
- $20 : x = x : 5$
- $x : 50 = 2 : x$
- $6 : x = x : 150$
- $1 : x = x : 81$
- $14 : x = x : 224$
- $x : 2 = 32 : x$
- $x : 36 = 4 : x$
- $x : 128 = 2 : x$
- $48 : x = x : 27$
- $x : 98 = 8 : x$
- $81 : x = x : 9$
- $x : 16 = 144 : x$
- $250 : x = x : 10$
- $x : 1024 = 4 : x$

Applicando la proprietà fondamentale verifica se i numeri formano, nell'ordine dato, una proporzione.

Es.: 3, 5, 27, 45

$$5 \circ 27 = 135$$

$$3 \circ 45 = 135$$

Si, i numeri formano una proporzione; infatti $3 : 5 = 27 : 45$

- 5, 18, 55, 198
- 36, 20, 72, 40
- 16, 12, 15, 11