RIPASSIAMO RAPPORTI E PROPORZIONI

ESERCIZI LIVELLO 1 : pag 3-8

ESERCIZI LIVELLO 2 : pag 9- 15

ESERCIZI LIVELLO 3 : pag 16 - 19

A conclusione del ciclo di lezioni dedicato a proporzioni, rapporti, percentuali, ecc, rivediamo insieme alcuni concetti.

I RAPPORTI

RAPPORTO tra due valori numerici è semplicemente il loro quoziente

IL PRIMO TERMINE DEL RAPPORTO SI CHIAMA ANTECEDENTE

IL SECONDO TERMINE PRENDE IL NOME DI CONSEGUENTE

moltiplicando o dividendo antecedente e conseguente per uno stesso numero, diverso da zero, si ottiene un rapporto EQUIVALENTE a quello dato

IL RAPPORTO tra due GRANDEZZE OMOGENEE è il quoziente tra le loro misure, espresse con la stessa unità di misura ed è un NUMERO PURO

Il rapporto tra due grandezze NON OMOGENEE origina una grandezza DERIVATA, diversa cioè da quelle date, il cui valore dipende dalla scelta delle unità di misura delle due grandezze date.

Due grandezze sono COMMENSURABILI se il loro rapporto è un numero INTERO O RAZIONALE e quindi ammettono un sottomultiplo comune

Due grandezze sono INCOMMENSURABILI se il loro rapporto è un numero IRRAZIONALE e quindi NON ammettono un sottomultiplo comune

SCALA DI RIDUZIONE è il rapporto tra la misura di una distanza sulla carta e la misura della stessa distanza nella realtà

LE PROPORZIONI

PROPORZIONE è l'uguaglianza tra due rapporti

si chiamano proporzioni CONTINUE quelle che hanno i MEDI uguali

PROPRIETÀ FONDAMENTALE DELLE PROPORZIONI: in ogni proporzione, il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi

PROPRIETÀ dell'INVERTIRE : se in una proporzione scambio ogni antecedente con il proprio conseguente, ottengo ancora una proporzione

PROPRIETÀ DEL PERMUTARE : se in una proporzione scambio di posto i due medi (oppure i due estremi, oppure entrambi), ottengo ancora una proporzione

PROPRIETÀ del COMPORRE : in una proporzione la **somma** del primo e del secondo termine sta al primo termine (o al secondo) come la somma del terzo e del quarto termine sta al terzo (o al quarto) termine

PROPRIETÀ dello SCOMPORRE : in una proporzione la **differenza** del primo e del secondo termine sta al primo termine (o al secondo) come la somma del terzo e del quarto termine sta al terzo (o al quarto) termine

In una proporzione in cui compare un termine IGNOTO, per calcolare il valore

- di un estremo, dobbiamo moltiplicare i due medi e dividere il prodotto ottenuto per il valore dell'estremo noto
- di un medio, dobbiamo moltiplicare i due estremi e dividere il prodotto ottenuto per il valore del medio noto
- del medio proporzionale, dobbiamo moltiplicare i due estremi tra loro ed estrarre la radice quadrata del prodotto ottenuto

In una proporzione in cui conosco la somma e il rapporto tra due termini INCOGNITI, devo applicare la proprietà del COMPORRE

Se in una proporzione conosco la DIFFERENZA e il RAPPORTO tra due termini incogniti, per poterli determinare devo applicare la proprietà dello SCOMPORRE

RIPASSIAMO LA TEORIA

ESERCIZIO 1 : COMPLETA LE FRASI SEGUENTI

- Il rapporto tra due numeri è costituito dal loro QUOZIENTE
- Il rapporto INVERSO tra due numeri è il quoziente tra il SECONDO e il primo numero
- Moltiplicando o dividendo l'antecedente E IL CONSEGUENTE per uno stesso numero non nullo, otteniamo UN RAPPORTO UGUALE a quello dato
- Due grandezze omogenee che hanno per rapporto un numero intero e che quindi ammettono un SOTTOMULTIPLO comune, si dicono COMMENSURABILI
- Il rapporto tra due grandezze non omogenee è il risultato della DIVISIONE tra le loro misure e dà origine ad una grandezza DERIVATA
- due grandezze che hanno per rapporto un numero INTERO O RAZIONALE e che quindi ammettono un SOTTOMULTIPLO COMUNE si dicono COMMENSURABILI
- due grandezze che hanno per rapporto un numero IRRAZIONALE e che quindi NON ammettono un sottomultiplo comune, si dicono INCOMMENSURABILI
- La scala di riduzione rappresenta il RAPPORTO tra la misura di una MISURA DI UNA DISTANZA sulla carta e la MISURA della stessa DISTANZA nella realtà.
- Una proporzione si dice CONTINUA se I MEDI sono uguali
- In una proporzione il PRODOTTO dei medi è sempre uguale al PRODOTTO DEGLI ESTREMI

- In una serie di rapporti uguali, la SOMMA degli antecedenti sta alla somma dei CONSEGUENTI come ogni antecedente sta al proprio CONSEGUENTE
- In una proporzione CONTINUA il valore del medio proporzionale si ottiene MOLTIPLICANDO tra loro i due ESTREMI ed estraendo la RADICE QUADRATA del prodotto ottenuto

ESERCIZIO 2: INDICA COME SI DEFINISCONO I TERMINI DELLA PROPORZIONE :

$$80 : 40 = 100 : 50$$

- 80 e 100 si chiamano ANTECEDENTE E CONSEGUENTE
- 40 e 100 si chiamano MEDI
- 80 e 50 si chiamano ESTREMI
- 40 e 50 si chiamano CONSEGUENTI

ESERCIZIO 3 : INDICA LA SCELTA CORRETTA:

- In una proporzione il valore di un estremo incognito si ricava

a) moltiplicando l'estremo noto per il primo medio e dividendo il prodotto ottenuto per l'altro medio
b) moltiplicando il valore dell'estremo noto per il prodotto dei due medi
c) dividendo il valore dell'estremo noto per il prodotto dei due medi

- In una proporzione il valore di un MEDIO incognito si ricava

a) moltiplicando i due estremi e dividendo il prodotto ottenuto per l'altro medio
b) moltiplicando il valore dell'estremo noto per il prodotto dei due medi
c) dividendo il valore dell'estremo noto per il prodotto dei due medi

ESERCIZI LIVELLO 1

1) Calcola il rapporto tra i seguenti gruppi di numeri

- 34 e 17 = 2
- 15 e 4 = 3,75
- 21 e 7 = 3
- 22 e 5 = 4,4
- $\sqrt{5}$ e 3 = 2,236: 3 = 0,7453
- $\sqrt{3}$ e 4 = 0,43301

2) Calcola il rapporto inverso tra le seguenti coppie di numeri

- 25 e 4 → 4/25
- 5/6 e ¼ → 3/10
- 13 e 25 → 23/13
- ¾ e 2/7 → 14 /3
- 5/8 e 5/4 → 2

3) Calcola l'antecedente di un rapporto, sapendo che

- il conseguente è 4 e il rapporto vale 12

Chiamiamo x il termine da calcolare. Otteniamo :

$x : 4 = 12 \Rightarrow x = 12 \circ 4 = 48$

In pratica, ci basta moltiplicare il conseguente per il rapporto

- il conseguente è 3 e il rapporto vale 11

Come prima

$x : 3 = 11 \Rightarrow x = 11 \circ 3 = 33$

- il conseguente è 5 e il rapporto vale 18

$x: 5 = 18 \Rightarrow x = 18 \circ 5 = 90$

- il conseguente è 8 e il rapporto vale 16

$x : 8 = 16 \Rightarrow x = 16 \circ 8 = 128$

4) Calcola il conseguente di un rapporto, sapendo che

- l'antecedente è 15 e il rapporto vale 3

Come nel precedente esercizio, chiamiamo x il termine da calcolare. Abbiamo

$15 : x = 3 \Rightarrow x = 15 : 3 = 5$

Se dobbiamo calcolare il conseguente di un rapporto, ci basta dividere l'antecedente per il rapporto

- l'antecedente è 20 e il rapporto vale 4

$20 : x = 4 \Rightarrow x = 20 : 4 = 5$

- l'antecedente è 30 e il rapporto vale 15

Applichiamo direttamente la regola trovata :

$x = 30 : 15 = 2$

- l'antecedente è 9 e il rapporto vale 18

$x = 9/18 = 1/2$

5) calcola il rapporto tra le seguenti coppie di grandezze omogenee

a) 5 ℓ e 2 ℓ $\Rightarrow$ 2,5

b) 4 m e 2 cm ➔ dobbiamo prima trasformare i m in cm e poi possiamo effettuare il rapporto:

4 m = 400 cm ➔ 400 : 2 = 200

c) 1 kg e 20 hg

Anche in questo caso, per poter effettuare il rapporto, dobbiamo trasformare i kg in hg. Abbiamo

1 kg = 10 hg e di conseguenza

10/ 20 = ½ = 0,5

d) 300 cm e 2 m

dobbiamo prima trasformare i m in cm e poi possiamo effettuare il rapporto:

2 m = 200 cm ➔ 300 : 200 = 3/2 = 1,5

e) 7 ℓ e 2 ℓ

7 : 2 = 3,5

f) 1 g e 10 dg

Trasformiamo i g in dg :

1 g = 10 dg

di conseguenza

10 : 10 = 1

6) calcola il valore del rapporto tra i due segmenti dati e stabilisci se le due grandezze sono commensurabili

AB = 10 cm

CD = 5 cm

Abbiamo

10: 5 = 2

Siccome le due grandezze sono omogenee e il loro rapporto è un numero intero, le due grandezze sono commensurabili

7) Calcola il rapporto tra le superfici di due rettangoli aventi le dimensioni lunghe rispettivamente 20 cm e 5 cm il primo e 20 cm e 2 cm il secondo. Le due grandezze sono commensurabili?

Calcoliamo le aree dei due rettangoli, che dalla Geometria sappiamo essere

A = b x h

Otteniamo :

$A_1 = 20 \times 5 = 100\ cm^2$

$A_2 = 20 \times 2 = 40\ cm^2$

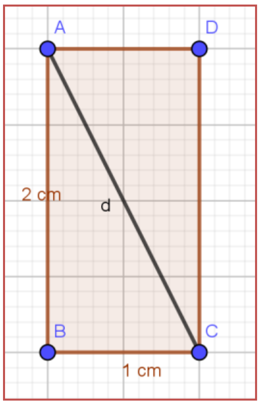
Calcoliamo il rapporto

$A_1 : A_2 = 100 : 40 = 5/2$

Siccome le due grandezze sono omogenee e il loro rapporto è un numero razionale, le due grandezze sono commensurabili

8) Calcola il rapporto tra la diagonale e la base di un rettangolo, sapendo che la base misura 1 cm e l'altezza vale 2 cm. Stabilisci se le due grandezze sono commensurabili

Applichiamo il teorema di Pitagora per calcolare la diagonale



Dalla Geometria sappiamo che

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

Calcoliamo ora il rapporto richiesto

$AC : BC = \sqrt{5} : 1 = \sqrt{5}$

Siccome il rapporto tra le due grandezze è un numero irrazionale, le due grandezze sono INCOMMENSURABILI

9) Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 10 cm misurata su una cartina geografica avente una scala di riduzione di 1 : 300 000

Dobbiamo impostare una semplice proporzione :

$10 : x = 1 : 300\,000$

$x = 10 \circ 300\,000 = 3\,000\,000\ cm = 30\ km$

10) calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 7 cm misurata su una cartina geografica in scala 1 : 100 000

La scala ci dice che un cm sulla scala corrisponde a 100 000 cm nella realtà (100 000 = 1 km)

Ci basta quindi impostare la proporzione

$7 : x = 1 : 100\,000$

e calcolare il quarto proporzionale

$x = 7 \circ 100\,000 = 700\,000 = 7$ km

11) Calcola a quanto corrisponde su una cartina geografica in scala 1 : 200 000 la distanza reale di 25 km

Dobbiamo innanzi tutto trasformare i km in cm

25 km = 2 500 000

Impostiamo poi la proporzione

$x : 2\,500\,000 = 1 : 200\,000$

Otteniamo

$x = 2\,500\,000 : 200\,000 = 12{,}5$ cm

12) Calcola a quanto corrisponde su una cartina geografica la distanza reale di 12 km se la scala di riduzione è di 1 : 300 000

Trasformiamo i km in cm

12 km = 1 200 000 cm

Dividiamo ora la distanza reale per la scala di riduzione e ricaviamo il valore della distanza ridotta:

$x = 1\,200\,000 : 300\,000 = 4$ cm

13) Applicando la proprietà fondamentale delle proporzioni, verifica se le seguenti scritture costituiscono una proporzione

- 20:10= 24:12

Dobbiamo verificare che il prodotto dei medi sia uguale al prodotto degli estremi

$$\left.\begin{array}{l} 20 \times 12 = 240 \\ 10 \times 24 = 240 \end{array}\right\}$$

Siccome il prodotto dei medi è uguale a quello degli estremi, quella data è una proporzione

- 32 : 16 = 80 : 42

$32 \times 42 \stackrel{?}{=} 16 \times 80$

$1344 \neq 1280 \Rightarrow$ quella data non è una proporzione

- 15 : 45 = 12 : 36

$15 \times 36 \stackrel{?}{=} 12 \times 45$

$540 = 540 \Rightarrow$ quella data è una proporzione

- $22 : 15 = 56 : 40$

$22 \times 40 \stackrel{?}{=} 15 \times 56$

$880 \neq 840$ ⇨ quella data NON è una proporzione

- $32 : 50 = 48 : 75$

$32 \times 75 \stackrel{?}{=} 50 \times 48$

$2400 = 2400$ ⇨ quella data è una proporzione

14) applica la proprietà dell'invertire alle seguenti proporzioni e verifica che costituiscono ancora una proporzione

- $3 : 7 = 9 : 21$

La PROPRIETÀ dell'INVERTIRE ci dice che, se in una proporzione scambio ogni antecedente con il proprio conseguente, ottengo ancora una proporzione

In questo caso abbiamo

$7 : 3 = 21 : 9$

Controlliamo che il prodotto dei medi sia uguale al prodotto degli estremi. Abbiamo

$7 \times 9 = 63 = 21 \times 3$

- $8 : 16 = 9 : 18$

Scambiamo gli antecedenti con i loro conseguenti:

$16 : 8 = 18 : 9$

Verifichiamo ora che il prodotto dei medi sia uguale al prodotto degli estremi

$16 \times 9 = 144 = 18 \times 8$

- $12 : 5 = 24 : 10$

Scambiamo gli antecedenti con i loro conseguenti:

$5 : 12 = 10 : 24$

Verifichiamo ora che il prodotto dei medi sia uguale al prodotto degli estremi

$5 \times 24 = 120 = 12 \times 10$

15) applica la proprietà del permutare alle seguenti proporzioni e verifica che costituiscono ancora una proporzione (ricorda che puoi permutare solo i medi oppure solo gli estremi, oppure entrambi)

a) 8 : 24 = 3 : 9

- permutando i medi ottengo : 8: 3 = 24 : 9
- permutando gli estremi: 9:24 = 3 : 8
- permutando medi ed estremi, infine: 9:3= 24 : 8

b) 20 : 26 = 30 :39

- **permutando i medi ottengo**

  20 : 30 = 26 : 39

- **permutando gli estremi:**

  39:26 = 30 : 20

- **permutando medi ed estremi, infine:**

  39:30= 26 : 20

c) 15 : 18 = 20 : 24

- **permutando i medi ottengo**

  15 : 20 = 18 : 24

- **permutando gli estremi:**

  24 :18 = 20 : 15

- **permutando medi ed estremi, infine:**

  24:20= 18 : 15

16) Applica la proprietà del comporre alle seguenti proporzioni

a) 8 : 18 = 12 : 27

- (8 + 18) : 8 = (12+27) : 12
- (8 + 18) : 18 = (12+27) : 27

b) 7 : 2 = 14 : 4

- (7+2) : 7 = (14 + 4) : 14
- (7+2) : 2 = (14 + 4) : 4

17) Applica la proprietà dello scomporre alle seguenti proporzioni

- 10 : 2 = 35 : 7
  - (10 - 2) : 10 = (35 - 7) : 35

- **(10 - 2) : 2 = (35 - 7) : 7**
- 5 : 3/2 = 15/2 : 9/4
  - **(5 – 3/2) : 5 = (15/2 – 9/4) : 15/2**
  - **(5 – 3/2) : 3/2 = (15/2 – 9/4) : 9/4**

18) calcola il valore del termine incognito nelle seguenti proporzioni

- 14 : x = 4 : 28

x = (14 ∘ 28) : 4 = 98

- $\boldsymbol{x : \frac{1}{3} = \frac{3}{2} : \frac{5}{4}}$ ⇨ $\boldsymbol{x = \frac{3}{5}}$
- $27 : 18 = x : 24$

x = 36

- $48 : 16 = 60 : x$

x = 20

- $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} : x$ ⇨ $\boldsymbol{x = \frac{4}{9}}$

19) calcola il valore del termine incognito nelle seguenti proporzioni

A. **x : (30 + x) = 3 : 4**

Applichiamo innanzitutto la proprietà dell'invertire, scambiando ogni antecedente con il proprio conseguente:

(30 + x) : x = 4 : 3

Per eliminare l'incognita dalla parentesi, applichiamo la proprietà dello scomporre:

(30 + x – x) : x = (4 -3) : 3

30 : x = 1 : 3

Infine, per la proprietà fondamentale, otteniamo :

x = (30 x3) : 1 = 90

La proporzione è quindi

90 : 120 = 3 : 4

B. **x : (120 – x) = 21 : 35**

Applichiamo innanzitutto la proprietà dell'invertire, scambiando ogni antecedente con il proprio conseguente:

(120 - x) : x = 35 : 21

Per eliminare l'incognita dalla parentesi, applichiamo la proprietà del comporre:

(120 - x + x) : x = (35+21) : 21

120 : x = 56 : 21

Infine, per la proprietà fondamentale, otteniamo :

x = (120 x21) : 56 = 45

La proporzione è quindi

$45 : \underbrace{(120-45)}_{\boxed{75}} = 21 : 35 \quad \Rightarrow \quad 45 : 75 = 21 : 35$

20) calcola il valore del termine incognito nelle seguenti proporzioni

a) (18 + x) : x = 14 : 2

Applicando la proprietà dello scomporre otteniamo :

(18 + x -x) : x = (14 -2) : 2

18 : x = 12 : 2

x = 3

$\boldsymbol{b})\frac{3}{4}:\frac{1}{14}=\left(\frac{5}{2}+\ x\right):x$

Applichiamo la proprietà dello scomporre alla proporzione data:

$$\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{14}\right):\frac{1}{14}=\left(\frac{5}{2}+\ x-x\right):x$$

$$\frac{19}{28}:\frac{1}{14}=\frac{5}{2}:x\ \Rightarrow x=\frac{5}{19}$$

c) (36 –x) : x = 7 : 11

Applichiamo la proprietà del comporre alla proporzione data:

(36 –x +x) : x = (11+7) : 11

36 : x = 18 : 11

x = (36 ∘ 11) : 18 = 22

$\boldsymbol{d})x:\left(\frac{1}{2}-\ x\right)=\frac{8}{11}:\frac{1}{2}$

Dobbiamo innanzitutto applicare la proprietà dell'invertire alla proporzione data, scambiando ogni antecedente con il proprio conseguente:

$$\left(\frac{1}{2}-\ x\right):x=\frac{1}{2}:\frac{8}{11}$$

Possiamo ora applicare la proprietà del comporre

$$\left(\frac{1}{2}-\ x+x\right):x=\left(\frac{1}{2}+\frac{8}{11}\right):\frac{8}{11}$$

$$\frac{1}{2}:x=\frac{27}{22}:\frac{8}{11}\ \Rightarrow x=\frac{8}{27}$$

$\boldsymbol{e})\left(\frac{3}{4}+\ x\right):x\ =\frac{3}{5}:\frac{1}{2}$

Applichiamo la proprietà dello scomporre alla proporzione data:

$$\left(\frac{3}{4}+\ x-x\right):x\ =\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{2}\right):\frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4}:x\ =\frac{1}{10}:\frac{1}{2}\ \Rightarrow x=\frac{15}{4}$$

$\boldsymbol{f})\left(\frac{7}{15}-\ x\right):x\ =\frac{1}{3}:\frac{4}{5}$

Possiamo applicare la proprietà del comporre

$$\left(\frac{7}{15}-\ x+x\right):x\ =\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{5}\right):\frac{4}{5}$$

$$\frac{7}{15}:x\ =\frac{17}{15}:\frac{4}{5}\ \ \Rightarrow x=\frac{28}{85}$$

21) calcola il valore del medio proporzionale nelle seguenti proporzioni continue

$\boldsymbol{a})\ \ \frac{9}{4}:x\ =x:\frac{1}{4}$

ci basta moltiplicare gli estremi ed estrarre la radice quadrata al prodotto ottenuto. Abbiamo

$$x=\sqrt{\frac{9}{4}\cdot\frac{1}{4}}=\frac{3}{4}$$

$\boldsymbol{b})\ \ 25:x\ =x:16$

x = 20

$\boldsymbol{c})$ $45 : x = x : 5$

x = 15

$\boldsymbol{d})$ $\frac{2}{5} : x = x : \frac{8}{5}$

x = 4/5

22) Trova due numeri tali che la loro somma sia 39 e il loro rapporto sia 8/5

Abbiamo

- x + y = 39
- x : y = 8 : 5

Applichiamo la proprietà del comporre:

(x + y) : x = (8 + 5) : 8

Sostituendo a (x + y) il valore che ci viene dato, otteniamo la proporzione:

39 : x = 13 : 8

Per la proprietà fondamentale delle proporzioni è quindi :

x = (39 x 8) : 13 = 24

Di conseguenza:

y = 39 -24 = 15

23) Trova due numeri tali che la loro somma sia 20 e il loro rapporto sia 7/3

Come prima abbiamo

x + y = 20

x : y = 7 : 3

Applicando la proprietà del comporre alla proporzione scritta, abbiamo

(x + y) : x = (7 + 3) : 7

ovvero :

20 : x = 10 : 7

x =(20 ∘ 7) : 10 = 14

24) Trova due numeri tali che la loro differenza sia 63 e il loro rapporto sia 9/2

Questa volta risulta:

$x - y = 63$

$x : y = 9 : 2$

Applichiamo la proprietà dello scomporre, essendo nota la differenza tra i due numeri:

$(x-y) : x = (9 -2) : 9$

Abbiamo

$63 : x = 7 : 9$

ovvero:

$x = (63 \times 9) : 7 = 81$

Di conseguenza:

$y = 81 - 63 = 18$

25) Trova due numeri tali che la loro differenza sia 21 e il loro rapporto sia ¾

$y - x = 21$

$x : y = 3 : 4$

Innanzitutto applichiamo la proprietà dell'invertire, altrimenti non possiamo determinare i due numeri

$y : x = 4 : 3$

Applichiamo la proprietà dello scomporre, essendo nota la differenza tra i due numeri:

$(y - x) : x = (4-3) : 3$

Abbiamo

$21 : x = 1 : 3$

ovvero:

$x = (21 \circ 3) : 1 = 63$

Di conseguenza:

$y = 21+63 = 84$

26) Calcola la misura di due segmenti, sapendo che la loro somma misura 46 cm e che uno è i 19/4 dell'altro

a + b = 46 cm

a : b = 19 : 4

(a +b) : a = (19 + 4) : 19

46 : a = 23 : 19

a = (46 ∘ 19) : 23 = 38 cm

b = 46 – 38 = 8 cm

27) Calcola la misura di due segmenti, sapendo che la loro differenza misura 15 cm e che uno è i 4/5 dell'altro

b - a = 15 cm

a : b = 4 : 5

b : a = 5 : 4

(b-a) : a = (5-4) : 4

15 : a = 1 : 4

a = 60 cm

b = 15 + 60 = 75 cm

28) Calcola l'ampiezza di due angoli, sapendo che la loro somma misura 150° e che uno è i 2/3 dell'altro

α + β = 150°

α : β = 2 : 3

(α + β) : α = (2 + 3) : 2

150° : α = 5 : 2

α = 60°

β = 150 – 60 = 90°

29) Calcola l'ampiezza di due angoli, sapendo che la loro differenza misura 30° e che uno è i 4/7 dell'altro

ESERCIZI LIVELLO 2

1) calcola il rapporto tra le seguenti coppie di numeri

a) 22 e 11 ➔ **22 : 11 = 2**

$b)\ 0,\overline{3}\ e\ 0,2\overline{3}$ ➔ **trasformiamo innanzitutto i numeri periodici nelle corrispondenti frazioni generatrici:**

$$0,\overline{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$0,2\overline{3} = \frac{23-2}{90} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$$

$$\frac{1}{3} : \frac{7}{30} = \frac{1}{3} \circ \frac{30}{7} = \frac{10}{7}$$

c) √5 e √7 ➔ **√5 : √7 = 0,8451….**

$d)\ \frac{4}{3} e \frac{16}{5}$ ⇨ $\frac{4}{3} : \frac{16}{5} = \frac{4}{3} \circ \frac{5}{16} = \frac{5}{12}$

e) √15 e √2 ➔ **√15 : √2 = 2,738…**

$f)\ 0,\overline{2}\ e\ 1,\overline{3}$

$$0,\overline{2} = \frac{2}{9}$$

$$1,\overline{3} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$0,\overline{2} :\ 1,\overline{3} = \frac{2}{9} \circ \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$$

2) calcola il rapporto inverso tra le seguenti coppie di numeri

a) 8 e 4 ➔ **4 : 8 = 0,5**

b) 4/7 e 5/2 ➔ ***5/2 : 4/7 = 5/2 ∘ 7/4 = 35/8***

c) 7 e 14 ➔ **14: 7 = 2**

d) 3/2 e 4/9 ➔ **4/9 : 3/2 = 4/9 ∘ 2/3 = 8/27**

e) 1,2 e 4,2 ➔ **4,2:1,2 = 3,5**

3) calcola l'antecedente o il conseguente conoscendo il rapporto e l'altro termine

a) x : 7/3 = 2 ⇨ **x = 2 ∘ 7/3 = 14/3**
b) 4/3 : x = 8/5 ⇨ **x = 4/3 : 8/5 = 4/3 ∘ 5/8 = 5/6**
c) x : 3/2 = 5/7 ⇨ **x = 5/7∘ 3/2 = 10/21**
d) x : 0,4 =2,3 ⇨ **x = 2,3 ∘ 0,4 = 0,92**
e) $x : 1,\overline{6} = 2,5$ ⇨ $x = 2,5 \circ 1,\overline{6} = \frac{25}{10} \circ \frac{15}{9} = \frac{5}{2} \circ \frac{5}{3} = \frac{25}{6}$
f) 12 : x = 4 ⇨ **x = 12:4 = 3**
g) ¼ : x = 3/8 ⇨ **x = ¼ : 3/8 = ¼ ∘ 8/3 = 2/3**
h) $0,2 : x = 1,\overline{3}$ ⇨ $x = 0,2 : 1,\overline{3} = \frac{2}{10} : \frac{12}{9} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$

4) calcola il valore del rapporto tra le seguenti coppie di grandezze omogenee:

a) 7 kg e 5 kg ⇨ **7 : 5 = 1,4**

b) 125 ℓ e 10 daℓ ⇨ **Trasformiamo i dal in litri :**

10 daℓ = 100 ℓ

il rapporto è quindi

125 : 100 = 1,25

c) 7 km e 10 000 m

⇨ Trasformiamo i km in m :

7 km = 7 000 m

Il rapporto è quindi

7 000 : 10 000 = 7 / 10 = 0,7

d) 3 ℓ e 5 cℓ

⇨ Trasformiamo i litri in centilitri:

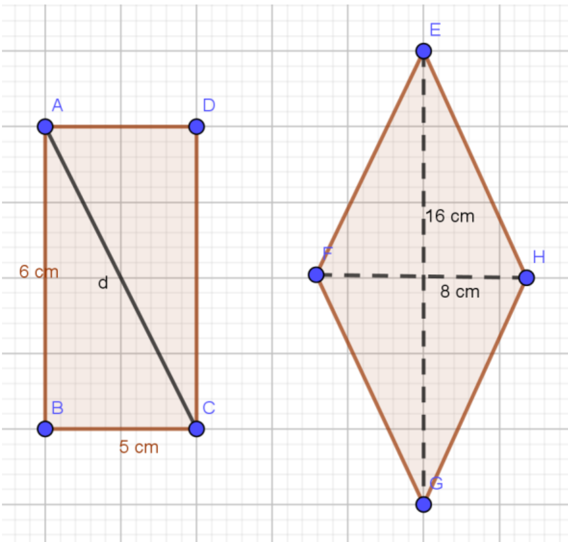
3 ℓ = 300 cℓ

Il rapporto vale quindi

300 : 5 = 60

e) 14 g e 9 g ⇨ **14: 9 = 1,444… = $1,\overline{4}$**

5) Calcola il valore del rapporto tra le superfici di un rettangolo avente dimensioni di 5 cm e 6 cm e di un rombo avente le diagonali di 16 cm e 8 cm. Stabilisci se le due grandezze sono commensurabili



Calcoliamo innanzi tutto le due aree richieste.

A_{rett} = AB ∘ BC = 6 ∘ 5 = 30 cm²

$$A_{rombo} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{16 \cdot 8}{2} = 64\ cm^2$$

Possiamo ora calcolare il rapporto tra le due grandezze omogenee:

$$A_{rett} : A_{rombo} = 30 : 64 = \frac{15}{32}$$

Siccome il loro rapporto è un numero razionale, le due grandezze sono commensurabili

6)il lato e la diagonale di un quadrato sono lunghi rispettivamente √15 cm e √30 cm. Calcola il valore del loro rapporto e stabilisci se sono commensurabili

Siccome

√15 : √30 = √0,5 che è un numero irrazionale, le due grandezze sono INCOMMENSURABILI

7) Calcola il valore del rapporto tra le seguenti grandezze:

- peso di un oggetto di rame P = 178 g
- volume stesso oggetto V = 20 cm^3

Il rapporto tra due grandezze non omogenee è una grandezza derivata. In questo caso, il rapporto tra peso e volume prende in nome di PESO SPECIFICO :

P_S= PESO : VOLUME = 178 : 20 = 8,9 g/ cm^3

Una precisazione : in realtà quella che abbiamo appena introdotto è la densità, essendo il rapporto tra massa e volume. Il peso specifico invece è il rapporto tra una forza, il peso, e il volume su cui questa forza agisce. Nella pratica spesso le due grandezze vengono confuse, ma è bene cominciare a "mettere i puntini" sopra le i!

La densità è una grandezza derivata ed è definita dalla seguente relazione:

d = m / V

con m massa (Kg) e V volume (m^3).

L'unità di misura della densità è il Kg/m^3.

Si definisce Peso Specifico di un corpo il rapporto tra il suo peso P ed il suo volume V:

Ps = P / V

L'unità di misura nel S.I. è il N/m^3.

Ricordando che tra il peso e la massa esiste la relazione:

$P = m \circ g$

possiamo determinare il legame esistente tra densità e peso specifico:

$$P_S = \frac{m \cdot g}{V}$$

$Ps = g \circ d = 9{,}8 \circ d$

8) Calcola la velocità media di un corpo che percorre 10 km in 2 ore

La velocità è una grandezza derivata ed è il rapporto tra spazio percorso e tempo impiegato a percorrerlo. In questo caso:

v = 10 km : 2 ore = 5 km/h

9) Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 0,2 dm misurata su una cartina geografica avente una scala di riduzione di 1: 200 000

Siccome

0,2 : x = 1 : 200 000

per calcolare il valore della distanza reale ci basta moltiplicare il valore della distanza misurata sulla scala per il fattore di riduzione della scala:

distanza reale = 0,2 x 200 000 = 40 000 dm = 4 km

10) Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 15 cm misurata su una cartina geografica avente una scala di riduzione di 1: 100 000

Ci basta moltiplicare i 15 cm per la scala di riduzione

x = distanza reale = 15 x 100 000 = 1 500 000 cm = 15 km

11) Calcola a quanto corrisponde su una mappa la distanza reale di 4 km, se la scala di riduzione è di 1: 20 000

La proporzione da impostare in questo caso è

x : 4 = 1 : 20 000

x = 4 : 20 000 = 0,0002 km = 20 cm

12) Verifica, applicando la proprietà fondamentale, se la scrittura

22 : 34 = 33 : 51

costituisce una proporzione. Se la risposta è affermativa, applica alla proporzione le proprietà dell'invertire, del permutare, del comporre e dello scomporre

RISOLUZIONE

Per la proprietà fondamentale, il prodotto dei medi (34 e 33) deve essere uguale al prodotto degli estremi (22 e 51). Risulta

34 x 33 = 1122

22 x 51 = 1122

Quindi qella data costituisce una proporzione.

Possiamo allora applicare le proprietà delle proporzioni.

⇨ PROPRIETÀ DELL'INVERTIRE : Scambiamo ciascun antecedente con il proprio conseguente:

34 : 22 = 51 : 33

⇨ PROPRIETÀ DEL PERMUTARE

- scambiando i medi otteniamo : 22 : 33 = 34 : 51

- scambiando gli estremi, invece, otteniamo : 51 : 34 = 33 : 22

- scambiando sia i medi che gli estremi, infine, abbiamo :

51 : 33 = 34 : 22

⇨ PROPRIETÀ del COMPORRE

Applicando la proprietà del comporre, abbiamo due possibili proporzioni:

(22 +34) : 22 = (33 +51) : 33

oppure

(22 +34) : 34 = (33 +51) : 51

⇨ PROPRIETÀ dello SCOMPORRE

Siccome l'antecedente è MINORE del conseguente, per poter applicare la proprietà dello scomporre dobbiamo prima applicare la proprietà dell'invertire:

34 : 22 = 51 : 33

applicando la proprietà dello scomporre a questa proporzione, otteniamo

(34 -22) : 34 = (51 – 33) : 51

oppure

(34 -22) : 22 = (51 – 33) : 33

13) **applica la proprietà del comporre alle seguenti proporzioni**

- **11: 121 = 7 : 77**

(11 +121) : 11 = (7 + 77) : 7 ⇨ 132 : 11 = 84 : 7

(11 +121) : 121 = (7 + 77) : 77 ⇨ 132 : 121 = 84 : 77

- **15 : 6 = 20 : 8**

(15+6) : 15 = (20+8) : 20 ⇨ 21 : 15 = 28 : 20

(15+6) : 6 = (20+8) : 8 ⇨ 21 : 6 = 28 : 8

14) applica alle seguenti proporzioni la proprietà dello scomporre:

- **49 : 35 = 14 : 10**

(49 – 35) : 49 = (14-10) : 14

(49 – 35) : 35 = (14-10) : 10

- **123 : 75 = 82 : 50**

(123 – 75) : 123 = (82-50) : 82

(123 – 75) : 75 = (82-50) : 50

15) Calcola il quarto proporzionale nelle seguenti proporzioni:

- 7 : x = 10 : 80 **⇨ x = (7 ∘ 80) : 10 = 56**

- $\frac{3}{2}:\frac{1}{3}=\frac{2}{3}:x \rightarrow \boldsymbol{x}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}}{\frac{3}{2}}=\frac{4}{27}$
- 5 : 15 = x : 20 ⇨ **x = (5 ∘ 20) : 15 = 20/3**
- $x:\frac{7}{2}=\frac{1}{6}:\frac{1}{3} \rightarrow \boldsymbol{x}=\frac{\frac{7}{2}\cdot\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}}=\frac{7}{4}$
- $0{,}6 : x = 1,\overline{3} : 0{,}8\overline{3}$

Dobbiamo innanzitutto trasformare i numeri periodici nelle corrispondenti frazioni generatrici. Abbiamo

$$1,\overline{3}=\frac{13-1}{9}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$$

$$0,8\overline{3}=\frac{83-8}{90}=\frac{75}{90}=\frac{5}{6}$$

Inoltre :

$$0,6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

La proporzione data diventa quindi:

$$\frac{3}{5}:\boldsymbol{x}=\frac{4}{3}:\frac{5}{6} \rightarrow \boldsymbol{x}=\frac{\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{6}}{\frac{4}{3}}=\frac{3}{8}$$

16) Calcola il termine incognito nelle seguenti proporzioni

a) (12 + x) : x = 32 : 8

Applicando la proprietà dello scomporre otteniamo:

(12 + x – x) : x = (32 – 8) : 8

ovvero 12: x = 24 : 8

da cui

x = (12 x 8) : 24 = 4

b) $\left(\frac{3}{4}-\boldsymbol{x}\right):\boldsymbol{x}=\frac{3}{4}:\frac{1}{2}$

In questo caso ci conviene applicare la proprietà del comporre. Otteniamo perciò

$$\left(\frac{3}{4}-x+x\right):x=\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right):\frac{1}{2}$$

ovvero:

$\frac{3}{4} : x = \frac{1}{4} : \frac{1}{2}$

da cui ricaviamo :

$$x = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$$

c) x : (2+x) = 2 : 7

Innanzitutto applichiamo la proprietà dell'invertire, scambiando tra loro antecedente e conseguente:

(2+x) : x = 7 : 2

Applichiamo ora la proprietà dello scomporre:

(2 + x – x) : x = (7-2) : 2

ovvero

2 : x = 5 : 2

x = 4/5

d) $\left(\frac{1}{2} - x\right) : x = \frac{7}{4} : \frac{1}{2}$

Applichiamo direttamente la proprietà del comporre :

$$\left(\frac{1}{2} - x + x\right) : x = \left(\frac{7}{4} - \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{2}$$

ovvero :

$$\frac{1}{2} : x = \left(\frac{7-2}{4}\right) : \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} : x = \frac{5}{4} : \frac{1}{2}$$

x = 1/5

17) Calcola il medio proporzionale nelle seguenti proporzioni continue

a) 0,3 : x = x : 1,2 **⇨ x = √(0,3 ∘1,2) = √0,36 = 0,6**

b) $1,\overline{3} : x = x : 0,\overline{3}$

Trasformiamo i numeri periodici in frazioni:

$$1,\overline{3} = \frac{13-1}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$0,\overline{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

L'equazione data diventa:

$$\frac{4}{3} : x = x : \frac{1}{3} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

c) $\frac{5}{4} : x = x : 5 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{5}{4} \circ 5} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$

d) $50 : x = x : 32 \Rightarrow x = \sqrt{50 \circ 32} = 40$

e) $\frac{1}{2} : x = x : \frac{25}{2} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{2} \circ \frac{25}{2}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$

f) $2,\overline{3} : x = x : 9,\overline{3}$

Trasformiamo i numeri periodici in frazioni:

$$2,\overline{3} = \frac{23-2}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

$$9,\overline{3} = \frac{93-9}{9} = \frac{84}{9} = \frac{28}{3}$$

L'equazione data diventa:

$$\frac{7}{3} : x = x : \frac{28}{3}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{7}{3} \cdot \frac{28}{3}} = \sqrt{\frac{196}{9}} = \frac{14}{3}$$

18) Calcola due numeri tali che la loro somma sia 56 e il loro rapporto sia 5:3

RISOLUZIONE

Indichiamo con x e y i due numeri e scriviamo le due relazioni che ci fornisce il problema:

x + y = 56

x : y = 5 : 3

Per poter trovare i due numeri, conoscendo la loro somma, possiamo applicare la proprietà del comporre. Ricaviamo :

(x +y) : x = (5 +3) : 5

oppure

(x +y) : y = (5+3) : 3

Sostituendo alla somma il valore fornito nel problema, abbiamo

56 : x = 8 : 5

56 : y = 8 : 3

da cui

x = (56 x 5) : 8 = 35

y = (56 x3) : 8 = 21

Possiamo anche ricavare y in altro modo. Infatti

y = 56 – x = 56 -35 = 21

19) Trova due numeri tali che la loro somma sia 72 e il loro rapporto sia 5/4

Indichiamo con x e y i due numeri e scriviamo le due relazioni che ci fornisce il problema:

x + y = 72

x : y = 5 : 4

Per poter trovare i due numeri, conoscendo la loro somma, possiamo applicare la proprietà del comporre. Ricaviamo :

(x + y) : x = (5 +4) : 5

oppure

(x + y) : y = (5+4) : 3

Sostituendo alla somma il valore fornito nel problema, abbiamo

72 : x = 9 : 5

Di conseguenza, per la proprietà fondamentale delle proporzioni:

x = (72 ∘ 5) : 9 = 40

y = 72 – 40 = 32

20) Calcola due numeri sapendo che la loro differenza è 16 e il loro rapporto è 7:5

Indichiamo con x e y i due numeri e scriviamo le due relazioni che ci fornisce il problema:

x - y = 16

x : y = 7 : 5

Per poter trovare i due numeri, conoscendo la loro differenza, possiamo applicare la proprietà dello scomporre. Ricaviamo :

(x - y) : x = (7- 5) : 5

oppure

(x - y) : y = (7 - 5) : 5

Sostituendo alla differenza il valore fornito nel problema, abbiamo

$16 : x = 2 : 5$

Di conseguenza, per la proprietà fondamentale delle proporzioni:

$x = (16 \circ 5) : 2 = 40$

$y = 40+16 = 56$

21) Determina due numeri la cui somma sia 408 e il cui rapporto sia 6 : 11

Indichiamo con x e y i due numeri e scriviamo le due relazioni che ci fornisce il problema:

$x + y = 408$

$x : y = 6 : 11$

Per poter trovare i due numeri, conoscendo la loro somma, possiamo applicare la proprietà del comporre. Ricaviamo :

$(x + y) : x = (6+11) : 6$

oppure

$(x + y) : y = (6+11) : 11$

Sostituendo alla somma il valore fornito nel problema, abbiamo

$408 : x = 17 : 6$

Di conseguenza, per la proprietà fondamentale delle proporzioni:

$x = (408 \circ 6) : 17 = 144$

$y = 408 – 144 = 264$

22) Calcola la lunghezza dei lati di un rettangolo sapendo che il loro rapporto è 5/2 e che il perimetro misura 28 cm

Quando in un problema ci viene dato il perimetro è come se ci fosse fornita la somma di due grandezze. Siccome, nel caso del perimetro del rettangolo

$P = (b + h) \times 2$

Per disporre della somma di base e altezza dobbiamo dividere il valore del perimetro per 2. Risulta cioè:

$b + h = P : 2 = 28 : 2 = 14$ cm

Inoltre

$b : h = 5 : 2$

Applicando la proprietà del comporre, otteniamo

$(b + h) : b = (5 + 2) : 5$

ovvero

$14 : b = 7 : 5$

$b = 10$ cm

$h = 18 - 10 = 8$ cm

23) Gli angoli interni di un triangolo sono in rapporto ai numeri 5,6 e 4. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo

RISOLUZIONE

Anche nelle catene di rapporti possiamo applicare la proprietà del comporre. Chiamiamo x, y e z i tre angoli. Dalla geometria sappiamo che

$x + y + z = 180°$

inoltre il problema ci dice che

$x : y : z = 5 : 6 : 4$

abbiamo quindi

$(x+y+z) : x = (5+6+4) : 5$

$180 : x = 15 : 5$

$x = 60°$

$(x+y+z) : y = (5+6+4) : 6$

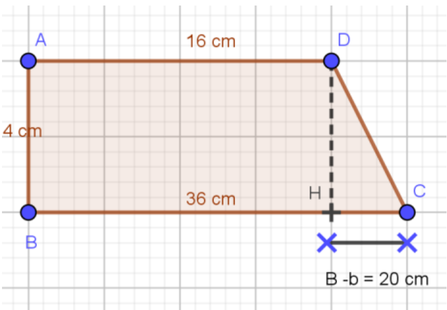
$180 : y = 15 : 6$

$y = 72°$

$(x + y + z) : z = (5+6+4) : 4$

$z = 48°$

24) In un trapezio rettangolo la differenza delle basi misura 20 cm e il loro rapporto vale 9/4. Sapendo che l'altezza misura 4 cm, calcola l'area del trapezio. Saresti in grado di calcolare il perimetro?



$B - b = 20$ cm

$B : b = 9 : 4$

Applicando la proprietà dello scomporre otteniamo

$(B - b) : B = (9 - 4) : 9$

ovvero :

$20 : B = 5 : 9$

$B = 36$ cm

b = 16 cm

Possiamo calcolare sia l'area che il perimetro. Infatti, applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo DHC, possiamo calcolare CD

$$CD \ = \sqrt{DH^2 \ + \ HC^2} = \sqrt{16 + 400} \cong 20{,}4\ cm$$

L'area misura

$$\boldsymbol{A = \frac{(B+b)^\circ\, h}{2} = \frac{(36+16)\ \cdot 4}{2} = 104\ cm^2}$$

P = 36 + 16 + 4 + 20,4 = 76,4 cm

25) In un trapezio l'altezza è media proporzionale tra le due basi. Calcola l'area del trapezio, sapendo che la differenza tra le basi misura 25 cm e il loro rapporto è 4/9

Innanzitutto ricaviamo le basi, scrivendo il rapporto corretto:

B : b = 9 : 4

B – b = 25 cm

Applicando la proprietà dello scomporre alla proporzione scritta otteniamo

(B-b) : B = (9 -4) : 9

ovvero :

25 : B = 5 : 9

da cui:

B = 45 cm

b = 45 – 25 = 20 cm

Possiamo ora calcolare l'altezza. Risulta infatti

45 : h = h : 20

di conseguenza:

h = √(45∘20) = 30 cm

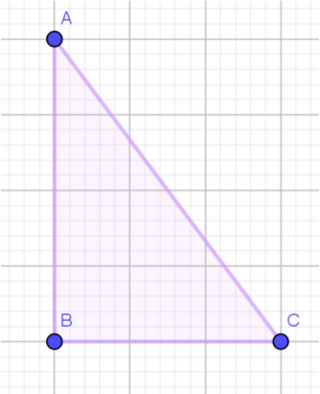
L'area misura

$$\boldsymbol{A = \frac{(B+b)^\circ\, h}{2} = \frac{(45+20)\ \cdot 30}{2} = 975\ cm^2}$$

26) Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo, sapendo che le misure dell'ipotenusa e del cateto minore differiscono di 16 cm e che il loro rapporto è 13/5

Dai dati del problema ricaviamo

AC – BC = 16 cm



AC : BC = 13 : 5

Applicando la proprietà dello scomporre otteniamo

(AC – BC) : AC = (13-5) : 13

ovvero :

16 : AC = 8 : 13

Di conseguenza:

AC = 26 cm

BC = 10 cm

Applicando il teorema di Pitagora possiamo calcolare ora AB

$$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24 \text{ cm}$$

Il perimetro è quindi

P = 26 + 24 + 10 = 60 cm

ESERCIZI LIVELLO 3

1) Calcola il rapporto diretto e quello inverso tra i seguenti termini di un'espressione aritmetica

$$antecedente\colon \left\{\left[\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{3}\right]-\frac{1}{4}\cdot 2\right\}^0+\frac{1}{3}-\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\cdot\frac{15}{2}$$

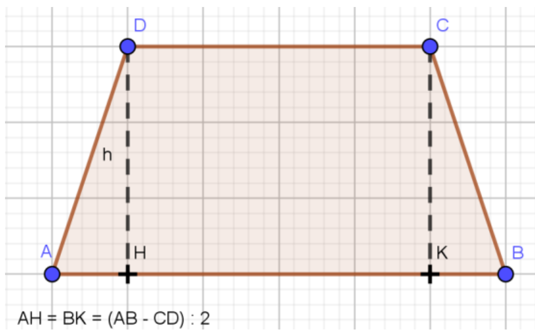
$$conseguente\ \colon \left[\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)\right]:\frac{2}{5}+\frac{1}{4}$$

2) Determina i rapporti tra i perimetri e le aree di un trapezio isoscele e di un triangolo equilatero. avente il lato lungo 4 cm, sapendo che le basi e il lato obliquo del trapezio misurano rispettivamente 10 cm, 6 cm e 4 cm.

Dobbiamo calcolare l'altezza di entrambe le figure, applicando il teorema di Pitagora. Nel caso del triangolo equilatero sappiamo che

$h = \frac{l}{2}\cdot\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ **cm**

Per il trapezio isoscele invece , essendo



AH = BK = ½ (AB – CD) = 2 cm

risulta

$$DH = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{16-4} = 2\sqrt{3}$$

Calcoliamo il perimetro delle due figure

$P_{\text{triangolo}} = 4 \times 3 = 12$ **cm**

$P_{\text{trapezio}} = 10 + 6 + 4 + 4 = 24$ **cm**

Il rapporto è quindi

$$P_{\text{trapezio}} : P_{\text{triangolo}} = 24 : 12 = 2$$

Calcoliamo l'area delle due figure

$A_{\text{triangolo}} = ½(4 \times 2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

$A_{\text{trapezio}} = \frac{(B+b)^{\circ}\, h}{2} = 16\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

Il rapporto tra le aree è quindi

$$A_{\text{trapezio}} : A_{\text{triangolo}} = 16\sqrt{3} : 4\sqrt{3} = 4$$

3) Sapendo che la superficie della Lombardia misura 23 887 km² e il numero di abitanti è di 10.027.602, mentre il Lazio ha una superficie di 17 232 km² e 5.755.700 abitanti, determina:

a. il rapporto tra gli abitanti della Lombardia e del Lazio
b. la densità di popolazione delle due regioni

RISOLUZIONE

a) Per calcolare il rapporto tra gli abitanti delle due regioni ci basta fare la divisione :

10.027.602: 5.755.700= 1,7424156025591 $\simeq$ 1,74

Per curiosità, calcoliamo anche il rapporto tra le superfici:

23 887 : 17 232 = 1,386703085 $\simeq$ 1.39

b) Calcoliamo la densità di popolazione delle due regioni, pari al rapporto tra numero di abitanti e superficie. Ricordiamo che si misura in abitanti per chilometro quadrato" (ab./km^2).

Per la Lombardia abbiamo :

10.027.602 : 23 887 = 419,79327 $\simeq$ 420 ab/km^2

Per il Lazio, invece:

5.755.700: 17 232 = 334,0123 $\simeq$ 334 ab/km^2

Come era prevedibile dai rapporti calcolati prima, la Lombardia è più densamente popolata del Lazio

Una curiosità: la Lombardia è la regione italiana più popolosa, seguita dalla Campania (418 ab/km^2) . La meno densamente popolata è la Valle d'Aosta, con soli 38 ab/km^2

L'Abruzzo, la mia regione, si colloca in 14° posizione, con 119 ab/km^2

4) Calcola il quarto proporzionale delle seguenti proporzioni, dopo aver risolto i calcoli indicati

$$x : \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) : \frac{7}{4}\right] = \left\{\left[\frac{5}{6} - \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + 3\right) \cdot \frac{2}{13}\right] + \frac{1}{3}\right\} : \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{7} + \frac{3}{5}\right)^3\right]^0$$

Risolvendo i calcoli arriviamo alla seguente proporzione:

$$\boldsymbol{x : \frac{1}{2} = \frac{7}{6} : 1}$$

da cui

x = 7/12

$$\left\{\left[\left(\frac{5}{2} - \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)\right] \cdot \frac{1}{3}\right\} : x = \left\{\frac{7}{2} - \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right] + \frac{1}{3}\right\} : \left[\left(1 + \frac{3}{7} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{7}{13}\right]$$

$$\left\{\left[\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{4}{3}\right]^2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right\} : x = x : \left\{\frac{6}{95} \cdot \left[2 + \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

$$\left(\frac{9}{10} - x\right) : x = \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{4} - 1\right) : \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3}\right)$$

(0,2 +3.5) : (1.2-0.3) = $(x + 0,\overline{3})$: x

5) In una classe ci sono 28 alunni. Sapendo che il rapporto tra maschi e femmine è di ¾, calcola il numero delle ragazze e quello dei ragazzi.

Indichiamo con x il numero dei ragazzi e con y il numero delle ragazze. Dai dati del problema ricaviamo

$$\begin{cases} x + y = 28 \\ x : y = 3 : 4 \end{cases}$$

Applicando la proprietà del comporre alla proporzione scritta otteniamo

$(x+y) : x = (3+4) : 3$

ovvero, essendo $x+y = 28$

$28 : x = 7 : 3$

Dalla proprietà fondamentale delle proporzioni otteniamo:

$x = (28 \circ 3) : 7 = 12$ = numero ragazzi

di conseguenza:

$y = 28 - 12 = 16$

6) Tre fratelli hanno insieme 66 anni. Calcola l'età di ciascun fratello, sapendo che le loro età sono in rapporto ai numeri 6,7 e 9

anche nelle catene di rapporti possiamo applicare la proprietà del comporre. Chiamiamo x, y e z le età dei tre fratelli. Dai dati del problema ricaviamo

$x + y + z = 66$

inoltre il problema ci dice che

$x : y : z = 6 : 7 : 9$

abbiamo quindi

$(x+y+z) : x = (6+7+9) : 6$

$66 : x = 22 : 6$

$x = (66 \circ 6) : 22 = 18$

$(x+y+z) : y = (6+7+9) : 7$

$66 : y = 22 : 7$

$y = (66 \circ 7) : 22 = 21$

$(x + y + z) : z = (6+7+9) : 9$

$z = (66 \circ 9) : 22 = 27$

7) quattro rotoli di carta hanno una lunghezza complessiva di 516 m. Calcola la lunghezza di ciascun rotolo, sapendo che le loro lunghezze sono in rapporto ai numeri 5,8,13 e 17

Come nel caso precedente, possiamo applicare la proprietà del comporre. Dai dati del problema abbiamo :

x : y : z : w = 5 : 8 : 13 : 17

x + y + z+ w = 516 m

Applicando la proprietà del comporre, abbiamo

(x + y + z+ w) : x = (5 + 8 + 13 + 17) : 5

516 : x = 43 : 5

x = (516 ∘ 5) : 43 = 60 m

516 : y = 43 : 8

y = 96 m

516 : z = 43 : 13

z = 156 m

516 : w = 43 : 17

w = 204 m

8) Un'automobile ha un costo complessivo di 15 000 €. Viene pagata con € 8 850 in contanti e il resto viene ripartito in sei rate, di importo diverso. Ciascuna rata è in rapporto con u numeri 3, 5, 6, 7, 9, 11. Calcola l'importo di ciascuna rata.

Come nel caso precedente, possiamo applicare la proprietà del comporre. Dai dati del problema abbiamo :

a : b : c : d : e : f = 3: 5 : 6 : 7 : 9 : 17

Risulta poi

a + b + c + d + e + f = (15 000 – 8 850) = 6 150 €

Applicando la proprietà del comporre, abbiamo

(a + b + c + d + e + f) : a = (3+5+6+7+9+11) : 3

6150 : a = 41 : 3

a = (6150 ∘ 3) : 41 = 450 €

6150 : b = 41 : 5

b = 750 €

6150 : c = 41 : 6

c = 900 €

$6150 : d = 41 : 7$

$d = 1050$ €

$6150 : e = 41 : 9$

$e = 1350$€

$6150 : f = 41 : 11$

$f = 1650$ €

9) un libro è costituito da 168 pagine. Se il rapporto tra le pagine lette e quelle che devo leggere è ¾ e devo restituire il libro tra 12 giorni, quante pagine al giorno dovrò leggere?

Innanzitutto calcoliamo quante pagine mi restano da leggere. Chiamiamo x le pagine lette e y le pagine non lette. Dai dati del problema otteniamo:

$x : y = 3 : 4$

$x + y = 168$

Applicando la proprietà del comporre otteniamo:

$x + y) : x = (3 + 4) : 3$

ovvero $168 : x = 7 : 3$

da cui ricaviamo

$x = (168 \circ 3) : 7 = 72 =$ pagine lette

Mi restano quindi da leggere

$y = 168 - 72 = 96$ pagine

Dividendo il numero di pagine per il numero di giorni, ricaviamo quante pagine dobbiamo leggere ogni giorno per terminare il libro e restituirlo in tempo:

$96 : 12 = 8$ pagine al giorno