

RIPASSIAMO RAPPORTI E PROPORZIONI

ESERCIZI LIVELLO 1 : pag 3-8

ESERCIZI LIVELLO 2 : pag 9- 15

ESERCIZI LIVELLO 3 : pag 16 -

A conclusione del ciclo di lezioni dedicato a proporzioni, rapporti, percentuali, ecc, rivediamo insieme alcuni concetti.

I RAPPORTI

RAPPORTO tra due valori numerici è semplicemente il loro quoziente

IL PRIMO TERMINE DEL RAPPORTO SI CHIAMA ANTECEDENTE

IL SECONDO TERMINE PRENDE IL NOME DI CONSEGUENTE

moltiplicando o dividendo antecedente e conseguente per uno stesso numero, diverso da zero, si ottiene un rapporto EQUIVALENTE a quello dato

IL RAPPORTO tra due GRANDEZZE OMOGENEE è il quoziente tra le loro misure, espresse con la stessa unità di misura ed è un NUMERO PURO

Il rapporto tra due grandezze NON OMOGENEE origina una grandezza DERIVATA, diversa cioè da quelle date, il cui valore dipende dalla scelta delle unità di misura delle due grandezze date.

Due grandezze sono COMMENSURABILI se il loro rapporto è un numero INTERO O RAZIONALE e quindi ammettono un sottomultiplo comune

Due grandezze sono INCOMMENSURABILI se il loro rapporto è un numero IRRAZIONALE e quindi NON ammettono un sottomultiplo comune

SCALA DI RIDUZIONE è il rapporto tra la misura di una distanza sulla carta e la misura della stessa distanza nella realtà

LE PROPORZIONI

PROPORZIONE è l'uguaglianza tra due rapporti

si chiamano proporzioni CONTINUE quelle che hanno i MEDI uguali

PROPRIETÀ FONDAMENTALE DELLE PROPORZIONI: in ogni proporzione, il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi

PROPRIETÀ dell'INVERTIRE : se in una proporzione scambio ogni antecedente con il proprio conseguente, ottengo ancora una proporzione

PROPRIETÀ DEL PERMUTARE : se in una proporzione scambio di posto i due medi (oppure i due estremi, oppure entrambi), ottengo ancora una proporzione

PROPRIETÀ del COMPORRE : in una proporzione la **somma** del primo e del secondo termine sta al primo termine (o al secondo) come la somma del terzo e del quarto termine sta al terzo (o al quarto) termine

PROPRIETÀ dello SCOMPORRE : in una proporzione la **differenza** del primo e del secondo termine sta al primo termine (o al secondo) come la somma del terzo e del quarto termine sta al terzo (o al quarto) termine

In una proporzione in cui compare un termine IGNOTO, per calcolare il valore

- di un estremo, dobbiamo moltiplicare i due medi e dividere il prodotto ottenuto per il valore dell'estremo noto
- di un medio, dobbiamo moltiplicare i due estremi e dividere il prodotto ottenuto per il valore del medio noto
- del medio proporzionale, dobbiamo moltiplicare i due estremi tra loro ed estrarre la radice quadrata del prodotto ottenuto

In una proporzione in cui conosco la somma e il rapporto tra due termini INCOGNITI, devo applicare la proprietà del COMPORRE

Se in una proporzione conosco la DIFFERENZA e il RAPPORTO tra due termini incogniti, per poterli determinare devo applicare la proprietà dello SCOMPORRE

RIPASSIAMO LA TEORIA

ESERCIZIO 1 : COMPLETA LE FRASI SEGUENTI

- Il rapporto tra due numeri è costituito dal loro _____
- Il rapporto INVERSO tra due numeri è il quoziente tra il _____ e il primo numero
- Moltiplicando o dividendo l'antecedente _____ per uno stesso numero non nullo, otteniamo _____ a quello dato
- Due grandezze omogenee che hanno per rapporto un numero intero e che quindi ammettono un _____ comune, si dicono _____
- Il rapporto tra due grandezze non omogenee è il risultato della _____ tra le loro misure e dà origine ad una grandezza _____
- due grandezze che hanno per rapporto un numero _____ e che quindi ammettono un _____, si dicono _____
- due grandezze che hanno per rapporto un numero _____ e che quindi _____ ammettono un sottomultiplo comune, si dicono _____
- La scala di riduzione rappresenta il _____ tra la misura di una _____ sulla carta e la _____ della stessa _____ nella realtà.
- Una proporzione si dice CONTINUA se _____ sono uguali

- In una proporzione il _____ dei medi è sempre uguale al _____
- In una serie di rapporti uguali, la _____ degli antecedenti sta alla somma dei _____ come ogni antecedente sta al proprio _____
- In una proporzione CONTINUA il valore del medio proporzionale si ottiene _____ tra loro i due _____ ed estraendo la _____ del prodotto ottenuto

ESERCIZIO 2: INDICA COME SI DEFINISCONO I TERMINI DELLA PROPORZIONE :

$$80 : 40 = 100 : 50$$

- 80 e 40 si chiamano _____ -
- 40 e 100 si chiamano _____ -
- 80 e 50 si chiamano _____ -
- 40 e 50 si chiamano _____

ESERCIZIO 3 : INDICA LA SCELTA CORRETTA:

- In una proporzione il valore di un estremo incognito si ricava
 - a) moltiplicando l'estremo noto per il primo medio e dividendo il prodotto ottenuto per l'altro medio
 - b) moltiplicando il valore dell'estremo noto per il prodotto dei due medi
 - c) dividendo il valore dell'estremo noto per il prodotto dei due medi
- In una proporzione il valore di un MEDIO incognito si ricava
 - a) moltiplicando i due estremi e dividendo il prodotto ottenuto per l'altro medio
 - b) moltiplicando il valore dell'estremo noto per il prodotto dei due medi
 - c) dividendo il valore dell'estremo noto per il prodotto dei due medi

ESERCIZI LIVELLO 1

1) Calcola il rapporto tra i seguenti gruppi di numeri

- 34 e 17
- 15 e 4
- 21 e 7
- 22 e 5
- $\sqrt{5}$ e 3
- $\sqrt{3}$ e 4

2) Calcola il rapporto inverso tra le seguenti coppie di numeri

- 25 e 4
- $\frac{5}{6}$ e $\frac{1}{4}$

- 13 e 25;
- $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{7}$;
- $\frac{5}{8}$ e $\frac{5}{4}$

3) Calcola l'antecedente di un rapporto, sapendo che

- il conseguente è 4 e il rapporto vale 12
- il conseguente è 3 e il rapporto vale 11
- il conseguente è 5 e il rapporto vale 18
- il conseguente è 8 e il rapporto vale 16

4) Calcola il conseguente di un rapporto, sapendo che

- l'antecedente è 15 e il rapporto vale 3
- l'antecedente è 20 e il rapporto vale 4
- l'antecedente è 30 e il rapporto vale 15
- l'antecedente è 9 e il rapporto vale 18

5) calcola il rapporto tra le seguenti coppie di grandezze omogenee

a) 5 ℓ e 2 ℓ

b) 4 m e 2 cm

c) 1 kg e 20 hg

d) 300 cm e 2 m

e) 7 ℓ e 2 ℓ

f) 1 g e 10 dg

6) calcola il valore del rapporto tra i due segmenti dati e stabilisci se le due grandezze sono commensurabili

AB = 10 cm

CD = 5 cm

7) Calcola il rapporto tra le superfici di due rettangoli aventi le dimensioni lunghe rispettivamente 20 cm e 5 cm il primo e 20 cm e 2 cm il secondo. Le due grandezze sono commensurabili?

8) Calcola il rapporto tra la diagonale e la base di un rettangolo, sapendo che la base misura 1 cm e l'altezza vale 2 cm. Stabilisci se le due grandezze sono commensurabili

9) Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 10 cm misurata su una cartina geografica avente una scala di riduzione di 1 : 300 000

10) calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 7 cm misurata su una cartina geografica in scala 1 : 100 000

11) Calcola a quanto corrisponde su una cartina geografica in scala 1 : 200 000 la distanza reale di 25 km

12) Calcola a quanto corrisponde su una cartina geografica la distanza reale di 12 km se la scala di riduzione è di 1 : 300 000

13) Applicando la proprietà fondamentale delle proporzioni, verifica se le seguenti scritture costituiscono una proporzione

- $20:10 = 24:12$
- $32 : 16 = 80 : 42$
- $15 : 45 = 12 : 36$
- $22 : 15 = 56 : 40$
- $32 : 50 = 48 : 75$

14) applica la proprietà dell'invertire alle seguenti proporzioni e verifica che costituiscono ancora una proporzione

- $3 : 7 = 9 : 21$
- $8 : 16 = 9 : 18$
- $12 : 5 = 24 : 10$

15) applica la proprietà del permutare alle seguenti proporzioni e verifica che costituiscono ancora una proporzione (ricorda che puoi permutare solo i medi oppure solo gli estremi, oppure entrambi)

a) $8 : 24 = 3 : 9$

- permutando i medi ottengo : $8 : 3 = 24 : 9$
- permutando gli estremi: $9 : 24 = 3 : 8$
- permutando medi ed estremi, infine: $9 : 3 = 24 : 8$

b) $20 : 26 = 30 : 39$

c) $15 : 18 = 20 : 24$

16) Applica la proprietà del comporre alle seguenti proporzioni

a) $8 : 18 = 12 : 27$

- $(8 + 18) : 8 = (12+27) : 12$
- $(8 + 18) : 18 = (12+27) : 27$

b) $7 : 2 = 14 : 4$

17) Applica la proprietà dello scomporre alle seguenti proporzioni

a) $10 : 2 = 35 : 7$

b) $5 : \frac{3}{2} = \frac{15}{2} : \frac{9}{4}$

18) calcola il valore del termine incognito nelle seguenti proporzioni

- $14 : x = 4 : 28$
- $x : \frac{1}{3} = \frac{3}{2} : \frac{5}{4}$
- $27 : 18 = x : 24$
- $48 : 16 = 60 : x$
- $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} : x$

19) calcola il valore del termine incognito nelle seguenti proporzioni

A. $x : (30 + x) = 3 : 4$

Applichiamo innanzitutto la proprietà dell'invertire, scambiando ogni antecedente con il proprio conseguente:

$$(30 + x) : x = 4 : 3$$

Per eliminare l'incognita dalla parentesi, applichiamo la proprietà dello scomporre:

$$(30 + x - x) : x = (4 - 3) : 3$$

$$30 : x = 1 : 3$$

Infine, per la proprietà fondamentale, otteniamo :

$$x = (30 \times 3) : 1 = 90$$

La proporzione è quindi

$$90 : 120 = 3 : 4$$

B. $x : (120 - x) = 21 : 35$

Applichiamo innanzitutto la proprietà dell'invertire, scambiando ogni antecedente con il proprio conseguente:

$$(120 - x) : x = 35 : 21$$

Per eliminare l'incognita dalla parentesi, applichiamo la proprietà del comporre:

$$(120 - x + x) : x = (35 + 21) : 21$$

$$120 : x = 56 : 21$$

Infine, per la proprietà fondamentale, otteniamo :

$$x = (120 \times 21) : 56 = 45$$

La proporzione è quindi

$$45 : (120 - 45) = 21 : 35 \quad \Rightarrow \quad 45 : 75 = 21 : 35$$

75

20) calcola il valore del termine incognito nelle seguenti proporzioni

a) $(18 + x) : x = 14 : 2$

b) $\frac{3}{4} : \frac{1}{14} = \left(\frac{5}{2} + x\right) : x$

c) $(36 - x) : x = 7 : 11$

d) $x : \left(\frac{1}{2} - x\right) = \frac{8}{11} : \frac{1}{2}$

e) $\left(\frac{3}{4} + x\right) : x = \frac{3}{5} : \frac{1}{2}$

f) $\left(\frac{7}{15} - x\right) : x = \frac{1}{3} : \frac{4}{5}$

21) calcola il valore del medio proporzionale nelle seguenti proporzioni continue

a) $\frac{9}{4} : x = x : \frac{1}{4}$

b) $25 : x = x : 16$

c) $45 : x = x : 5$

d) $\frac{2}{5} : x = x : \frac{8}{5}$

22) Trova due numeri tali che la loro somma sia 39 e il loro rapporto sia 8/5

Abbiamo

- $x + y = 39$
- $x : y = 8 : 5$

Applichiamo la proprietà del comporre:

$$(x+y) : x = (8 + 5) : 8$$

Sostituendo a $(x+y)$ il valore che ci viene dato, otteniamo la proporzione:

$$39 : x = 13 : 8$$

Per la proprietà fondamentale delle proporzioni è quindi :

$$x = (39 \times 8) : 13 = 24$$

Di conseguenza:

$$y = 39 - 24 = 15$$

23) Trova due numeri tali che la loro somma sia 20 e il loro rapporto sia $\frac{7}{3}$

24) Trova due numeri tali che la loro differenza sia 63 e il loro rapporto sia $\frac{9}{2}$

Questa volta risulta:

$$x - y = 63$$

$$x : y = 9 : 2$$

Applichiamo la proprietà dello scomporre, essendo nota la differenza tra i due numeri:

$$(x - y) : x = (9 - 2) : 9$$

Abbiamo

$$63 : x = 7 : 9$$

ovvero:

$$x = (63 \times 9) : 7 = 81$$

Di conseguenza:

$$y = 81 - 63 = 18$$

25) Trova due numeri tali che la loro differenza sia 21 e il loro rapporto sia $\frac{3}{4}$

26) Calcola la misura di due segmenti, sapendo che la loro somma misura 46 cm e che uno è $\frac{19}{4}$ dell'altro

27) Calcola la misura di due segmenti, sapendo che la loro differenza misura 15 cm e che uno è $\frac{4}{5}$ dell'altro

28) Calcola l'ampiezza di due angoli, sapendo che la loro somma misura 150° e che uno è $\frac{2}{3}$ dell'altro

29) Calcola l'ampiezza di due angoli, sapendo che la loro differenza misura 30° e che uno è $\frac{4}{7}$ dell'altro

ESERCIZI LIVELLO 2

1) calcola il rapporto tra le seguenti coppie di numeri

a) 22 e 11

b) $0,\bar{3}$ e $0,2\bar{3}$

c) $\sqrt{5}$ e $\sqrt{7}$

d) $\frac{4}{3}$ e $\frac{16}{5}$

e) $\sqrt{15}$ e $\sqrt{2}$

f) $0,\bar{2}$ e $1,\bar{3}$

2) calcola il rapporto inverso tra le seguenti coppie di numeri

a) 8 e 4

b) $\frac{4}{7}$ e $\frac{5}{2}$

c) 7 e 14

d) $\frac{3}{2}$ e $\frac{4}{9}$

e) 1,2 e 4,2

3) calcola l'antecedente o il conseguente conoscendo il rapporto e l'altro termine

a) $x : \frac{7}{3} = 2$

b) $\frac{4}{3} : x = \frac{8}{5}$

c) $x : \frac{3}{2} = \frac{5}{7}$

d) $x : 0,4 = 2,3$

e) $x : 1,\bar{6} = 2,5$

f) $12 : x = 4$

g) $\frac{1}{4} : x = \frac{3}{8}$

h) $0,2 : x = 1,\bar{3}$

4) calcola il valore del rapporto tra le seguenti coppie di grandezze omogenee:

a) 7 kg e 5 kg

b) 125 ℓ e 10 daℓ

c) 7 km e 10 000 m

d) 3 ℓ e 5 cℓ

e) 14 g e 9 g

5) Calcola il valore del rapporto tra le superfici di un rettangolo avente dimensioni di 5 cm e 6 cm e di un rombo avente le diagonali di 16 cm e 8 cm. Stabilisci se le due grandezze sono commensurabili

6) il lato e la diagonale di un quadrato sono lunghi rispettivamente $\sqrt{15}$ cm $\sqrt{30}$ cm. Calcola il valore del loro rapporto e stabilisci se sono commensurabili

7) Calcola il valore del rapporto tra le seguenti grandezze:

- peso di un oggetto di rame $P = 178$ g
- volume stesso oggetto $V = 20$ cm³

Il rapporto tra due grandezze non omogenee è una grandezza derivata. In questo caso, il rapporto tra peso e volume prende in nome di PESO SPECIFICO :

$$P_s = \text{PESO} : \text{VOLUME} = 178 : 20 = 8,9 \text{ g/cm}^3$$

8) Calcola la velocità media di un corpo che percorre 10 km in 2 ore

9) Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 0,2 dm misurata su una cartina geografica avente una scala di riduzione di 1: 200 000

Siccome

$$0,2 : x = 1 : 200\,000$$

per calcolare il valore della distanza reale ci basta moltiplicare il valore della distanza misurata sulla scala per il fattore di riduzione della scala:

$$\text{distanza reale} = 0,2 \times 200\,000 = 40\,000 \text{ dm} = 4 \text{ km}$$

10) Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 15 cm misurata su una cartina geografica avente una scala di riduzione di 1: 100 000

11) Calcola a quanto corrisponde su una mappa la distanza reale di 4 km, se la scala di riduzione è di 1: 20 000

12) Verifica, applicando la proprietà fondamentale, se la scrittura

$$22 : 34 = 33 : 51$$

costituisce una proporzione. Se la risposta è affermativa, applica alla proporzione le proprietà dell'invertire, del permutare, del comporre e dello scomporre

RISOLUZIONE

Per la proprietà fondamentale, il prodotto dei medi (34 e 33) deve essere uguale al prodotto degli estremi (22 e 51). Risulta

$$34 \times 33 = 1122$$

$$22 \times 51 = 1122$$

Quindi quella data costituisce una proporzione.

Possiamo allora applicare le proprietà delle proporzioni.

⇒ PROPRIETÀ DELL'INVERTIRE : Scambiamo ciascun antecedente con il proprio conseguente:

$$34 : 22 = 51 : 33$$

⇒ PROPRIETÀ DEL PERMUTARE

- scambiando i medi otteniamo : $22 : 33 = 34 : 51$

- scambiando gli estremi, invece, otteniamo : $51 : 34 = 33 : 22$

- scambiando sia i medi che gli estremi, infine, abbiamo :

$$51 : 33 = 34 : 22$$

⇒ PROPRIETÀ del COMPORRE

Applicando la proprietà del comporre, abbiamo due possibili proporzioni:

$$(22 + 34) : 22 = (33 + 51) : 33$$

oppure

$$(22 + 34) : 34 = (33 + 51) : 51$$

⇒ PROPRIETÀ dello SCOMPORRE

Siccome l'antecedente è MINORE del conseguente, per poter applicare la proprietà dello scomporre dobbiamo prima applicare la proprietà dell'invertire:

$$34 : 22 = 51 : 33$$

applicando la proprietà dello scomporre a questa proporzione, otteniamo

$$(34 - 22) : 34 = (51 - 33) : 51$$

oppure

$$(34 - 22) : 22 = (51 - 33) : 33$$

13) applica la proprietà del comporre alle seguenti proporzioni

- $11 : 121 = 7 : 77$
- $15 : 6 = 20 : 8$

14) applica alle seguenti proporzioni la proprietà dello scomporre:

$$49 : 35 = 14 : 10$$

$$123 : 75 = 82 : 50$$

15) Calcola il quarto proporzionale nelle seguenti proporzioni:

- $7 : x = 10 : 80$

- $\frac{3}{2} : \frac{1}{3} = \frac{2}{3} : x$
- $5 : 15 = x : 20$
- $x : \frac{7}{2} = \frac{1}{6} : \frac{1}{3}$
- $0,6 : x = 1,3 : 0,8\bar{3}$

16) Calcola il termine incognito nelle seguenti proporzioni

a) $(12 + x) : x = 32 : 8$

Applicando la proprietà dello scomporre otteniamo:

$$(12 + x - x) : x = (32 - 8) : 8$$

ovvero $12 : x = 24 : 8$

da cui

$$x = (12 \times 8) : 24 = 4$$

b) $(\frac{3}{4} - x) : x = \frac{3}{4} : \frac{1}{2}$

In questo caso ci conviene applicare la proprietà del comporre. Otteniamo perciò

$$(\frac{3}{4} - x + x) : x = (\frac{3}{4} - \frac{1}{2}) : \frac{1}{2}$$

ovvero:

$$\frac{3}{4} : x = \frac{1}{4} : \frac{1}{2}$$

da cui ricaviamo :

$$x = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$$

c) $x : (2+x) = 2 : 7$

d) $(\frac{1}{2} - x) : x = \frac{7}{4} : \frac{1}{2}$

17) Calcola il medio proporzionale nelle seguenti proporzioni continue

a) $0,3 : x = x : 1,2$

b) $1,3 : x = x : 0,3$

c) $\frac{5}{4} : x = x : 5$

d) $50 : x = x : 32$

$$e) \frac{1}{2} : x = x : \frac{25}{2}$$

$$f) 2, \bar{3} : x = x : 9, \bar{3}$$

18) Calcola due numeri tali che la loro somma sia 56 e il loro rapporto sia 5:3

RISOLUZIONE

Indichiamo con x e y i due numeri e scriviamo le due relazioni che ci fornisce il problema:

$$x + y = 56$$

$$x : y = 5 : 3$$

Per poter trovare i due numeri, conoscendo la loro somma, possiamo applicare la proprietà del comporre. Ricaviamo :

$$(x + y) : x = (5 + 3) : 5$$

oppure

$$(x + y) : y = (5 + 3) : 3$$

Sostituendo alla somma il valore fornito nel problema, abbiamo

$$56 : x = 8 : 5$$

$$56 : y = 8 : 3$$

da cui

$$x = (56 \times 5) : 8 = 35$$

$$y = (56 \times 3) : 8 = 21$$

Possiamo anche ricavare y in altro modo. Infatti

$$y = 56 - x = 56 - 35 = 21$$

19) Trova due numeri tali che la loro somma sia 72 e il loro rapporto sia 5/4

20) Calcola due numeri sapendo che la loro differenza è 16 e il loro rapporto è 7:5

21) Determina due numeri la cui somma sia 408 e il cui rapporto sia 6 : 11

22) Calcola la lunghezza dei lati di un rettangolo sapendo che il loro rapporto è 5/2 e che il perimetro misura 28 cm

23) Gli angoli interni di un triangolo sono in rapporto ai numeri 5,6 e 4. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo

RISOLUZIONE

anche nelle catene di rapporti possiamo applicare la proprietà del comporre. Chiamiamo x, y e z i tre angoli. Dalla geometria sappiamo che

$$x + y + z = 180^\circ$$

inoltre il problema ci dice che

$$x : y : z = 5 : 6 : 4$$

abbiamo quindi

$$(x+y+z) : x = (5+6+4) : 5$$

$$180 : x = 15 : 5$$

$$x = 60^\circ$$

$$(x+y+z) : y = (5+6+4) : 6$$

$$180 : y = 15 : 6$$

$$y = 72^\circ$$

$$(x+y+z) : z = (5+6+4) : 4$$

$$z = 48^\circ$$

24) In un trapezio rettangolo la differenza delle basi misura 20 cm e il loro rapporto vale $\frac{9}{4}$. Sapendo che l'altezza misura 4 cm, calcola l'area del trapezio. Saresti in grado di calcolare il perimetro?

25) In un trapezio l'altezza è media proporzionale tra le due basi. Calcola l'area del trapezio, sapendo che la differenza tra le basi misura 25 cm e il loro rapporto è $\frac{4}{9}$

26) Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo, sapendo che le misure dell'ipotenusa e del cateto minore differiscono di 16 cm e che il loro rapporto è $\frac{13}{5}$

ESERCIZI LIVELLO 3

1) Calcola il rapporto diretto e quello inverso tra i seguenti termini di un'espressione aritmetica

$$\text{antecedente: } \left\{ \left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{1}{3} \right] - \frac{1}{4} \cdot 2 \right\} + \frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{15}{2}$$

$$\text{conseguente: } \left[\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) \right] : \frac{2}{5} + \frac{1}{4}$$

2) Determina i rapporti tra i perimetri e le aree di un trapezio isoscele e di un triangolo equilatero. avente il lato lungo 4 cm, sapendo che le basi e il lato obliquo del trapezio misurano rispettivamente 10 cm, 6 cm e 4 cm.

3) Sapendo che la superficie della Lombardia misura 23 887 km² e il numero di abitanti è di 10.027.602, mentre il Lazio ha una superficie di 17 232 km² e 5.755.700 abitanti, determina:

- il rapporto tra gli abitanti della Lombardia e del Lazio
- la densità di popolazione delle due regioni

RISOLUZIONE

a) Per calcolare il rapporto tra gli abitanti delle due regioni ci basta fare la divisione :

$$10.027.602 : 5.755.700 = 1,7424156025591 \approx 1,74$$

Per curiosità, calcoliamo anche il rapporto tra le superfici:

$$23\ 887 : 17\ 232 = 1,386703085 \approx 1,39$$

b) Calcoliamo la densità di popolazione delle due regioni, pari al rapporto tra numero di abitanti e superficie. Ricordiamo che si misura in abitanti per chilometro quadrato" (ab./km²).

Per la Lombardia abbiamo :

$$10.027.602 : 23\ 887 = 419,79327 \approx 420 \text{ ab./km}^2$$

Per il Lazio, invece:

$$5.755.700 : 17\ 232 = 334,0123 \approx 334 \text{ ab./km}^2$$

Come era prevedibile dai rapporti calcolati prima, la Lombardia è più densamente popolata del Lazio

Una curiosità: la Lombardia è la regione italiana più popolosa, seguita dalla Campania (418 ab./km²). La meno densamente popolata è la Valle d'Aosta, con soli 38 ab./km²

L'Abruzzo, la mia regione, si colloca in 14° posizione, con 119 ab./km²

4) Calcola il quarto proporzionale delle seguenti proporzioni, dopo aver risolto i calcoli indicati

$$x : \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} \right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) : \frac{7}{4} \right] = \left\{ \left[\frac{5}{6} - \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + 3 \right) \cdot \frac{2}{13} \right] + \frac{1}{3} \right\} : \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{7} + \frac{3}{5} \right)^3 \right]^0$$

$$\left\{ \left[\left(\frac{5}{2} - \frac{3}{4} \right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) \right] \cdot \frac{1}{3} \right\} : x = \left\{ \frac{7}{2} - \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{2} \right] + \frac{1}{3} \right\} : \left[\left(1 + \frac{3}{7} - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{7}{13} \right]$$

$$\left\{ \left[\left(1 - \frac{1}{2} \right)^2 \cdot \frac{4}{3} \right]^2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right\} : x = x : \left\{ \frac{6}{95} \cdot \left[2 + \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \right] \right\}$$

$$\left(\frac{9}{10} - x \right) : x = \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{4} - 1 \right) : \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} \right)$$

$$(0,2 + 3,5) : (1,2 - 0,3) = (x + 0, \bar{3}) : x$$

5) In una classe ci sono 28 alunni. Sapendo che il rapporto tra maschi e femmine è di $\frac{3}{4}$, calcola il numero delle ragazze e quello dei ragazzi.

Indichiamo con x il numero dei ragazzi e con y il numero delle ragazze. Dai dati del problema ricaviamo

$$\begin{cases} x + y = 28 \\ x : y = 3 : 4 \end{cases}$$

Applicando la proprietà del comporre alla proporzione scritta otteniamo

$$(x+y) : x = (3+4) : 3$$

ovvero, essendo $x+y = 28$

$$28 : x = 7 : 3$$

Dalla proprietà fondamentale delle proporzioni otteniamo:

$$x = (28 \circ 3) : 7 = 12 = \text{numero ragazzi}$$

di conseguenza:

$$y = 28 - 12 = 16$$

6) Tre fratelli hanno insieme 66 anni. Calcola l'età di ciascun fratello, sapendo che le loro età sono in rapporto ai numeri 6,7 e 9

anche nelle catene di rapporti possiamo applicare la proprietà del comporre. Chiamiamo x, y e z le età dei tre fratelli. Dai dati del problema ricaviamo

$$x + y + z = 66$$

inoltre il problema ci dice che

$$x : y : z = 6 : 7 : 9$$

abbiamo quindi

$$(x+y+z) : x = (6+7+9) : 6$$

$$66 : x = 22 : 6$$

$$x = (66 \circ 6) : 22 = 18$$

$$(x+y+z) : y = (6+7+9) : 7$$

$$66 : y = 22 : 7$$

$$y = (66 \cdot 7) : 22 = 21$$

$$(x + y + z) : z = (6 + 7 + 9) : 9$$

$$z = (66 \cdot 9) : 22 = 27$$

7) quattro rotoli di carta hanno una lunghezza complessiva di 516 m. Calcola la lunghezza di ciascun rotolo, sapendo che le loro lunghezze sono in rapporto ai numeri 5,8,13 e 17

Come nel caso precedente, possiamo applicare la proprietà del comporre. Dai dati del problema abbiamo :

$$x : y : z : w = 5 : 8 : 13 : 17$$

$$x + y + z + w = 516 \text{ m}$$

Applicando la proprietà del comporre, abbiamo

$$(x + y + z + w) : x = (5 + 8 + 13 + 17) : 5$$

$$516 : x = 43 : 5$$

$$x = (516 \cdot 5) : 43 = 60 \text{ m}$$

$$516 : y = 43 : 8$$

$$y = 96 \text{ m}$$

$$516 : z = 43 : 13$$

$$z = 156 \text{ m}$$

$$516 : w = 43 : 17$$

$$w = 204 \text{ m}$$

8) Un'automobile ha un costo complessivo di 15 000 €. Viene pagata con € 8 850 in contanti e il resto viene ripartito in sei rate, di importo diverso. Ciascuna rata è in rapporto con u numeri 3, 5, 6, 7, 9, 11. Calcola l'importo di ciascuna rata.

Come nel caso precedente, possiamo applicare la proprietà del comporre. Dai dati del problema abbiamo :

$$a : b : c : d : e : f = 3 : 5 : 6 : 7 : 9 : 11$$

Risulta poi

$$a + b + c + d + e + f = (15\,000 - 8\,850) = 6\,150 \text{ €}$$

Applicando la proprietà del comporre, abbiamo

$$(a + b + c + d + e + f) : a = (3 + 5 + 6 + 7 + 9 + 11) : 3$$

$$6150 : a = 41 : 3$$

$$a = (6150 \cdot 3) : 41 = 450 \text{ €}$$

$$6150 : b = 41 : 5$$

$$b = 750 \text{ €}$$

$$6150 : c = 41 : 6$$

$$c = 900 \text{ €}$$

$$6150 : d = 41 : 7$$

$$d = 1050 \text{ €}$$

$$6150 : e = 41 : 9$$

$$e = 1350 \text{ €}$$

$$6150 : f = 41 : 11$$

$$f = 1650 \text{ €}$$

9) un libro è costituito da 168 pagine. Se il rapporto tra le pagine lette e quelle che devo leggere è $\frac{3}{4}$ e devo restituire il libro tra 12 giorni, quante pagine al giorno dovrò leggere?

Innanzitutto calcoliamo quante pagine mi restano da leggere. Chiamiamo x le pagine lette e y le pagine non lette. Dai dati del problema otteniamo:

$$x : y = 3 : 4$$

$$x + y = 168$$

Applicando la proprietà del comporre otteniamo:

$$x + y : x = (3 + 4) : 3$$

$$\text{ovvero } 168 : x = 7 : 3$$

da cui ricaviamo

$$x = (168 \cdot 3) : 7 = 72 = \text{pagine lette}$$

Mi restano quindi da leggere

$$y = 168 - 72 = 96 \text{ pagine}$$

Dividendo il numero di pagine per il numero di giorni, ricaviamo quante pagine dobbiamo leggere ogni giorno per terminare il libro e restituirlo in tempo:

$$96 : 12 = 8 \text{ pagine al giorno}$$

