

quando apriamo un conto corrente in banca, nel contratto viene indicato quello che si chiama TASSO DI INTERESSE ANNUO.

In pratica, la banca, a fine anno, concede al titolare del conto una somma che si aggiunge ai soldi depositati. Questa somma è l'interesse. E' come se la banca ci pagasse per aver loro "prestato" i nostri soldi.

L'interesse viene determinato in base al tasso di interesse annuo.

Supponiamo di aver depositato in banca 4000 euro e che la banca ci assicuri un tasso netto del 2%.

L'AMMONTARE DEL DENARO VERSATO SI CHIAMA CAPITALE

Dopo un anno, questo capitale avrà "maturato" un interesse, cioè la banca ci farà trovare sul conto un capitale aumentato dell'interesse. Siccome il tasso di interesse è del 2%, sul conto corrente troveremo

$$4000 \cdot 2\% = 4000 \cdot \frac{2}{100} = 80 \text{ euro di interesse}$$

Sul conto corrente troveremo quindi

$$4000 + 80 \text{ euro} = 4080 \text{ euro} = \text{MONTANTE}$$

Si chiama MONTANTE la somma del capitale e dell'interesse

INTERESSE = CAPITALE x TASSO ANNUO DI INTERESSE

CAPITALE = DENARO VERSATO

MONTANTE = CAPITALE + INTERESSE

Se non preleviamo questi soldi e li lasciamo in banca ancora per un anno, alla fine dell'anno successivo l'interesse verrà calcolato sul nuovo capitale di 4080 euro:

$$4080 \cdot 2\% = 4080 \cdot \frac{2}{100} = 81,60 \text{ euro di interesse}$$

IN GENERALE, per determinare l'interesse I, dobbiamo **MOLTIPLICARE** il tasso di interesse annuo (i) per il capitale C:

$$I = i \cdot C$$

INTERESSE = CAPITALE x TASSO D'INTERESSE ANNUO

Risulta poi :

$$M = I + C$$

MONTANTE = INTERESSE + CAPITALE

In generale, depositando in banca del denaro si ottiene un **interesse**, cioè un premio in denaro aggiuntivo rispetto a quanto depositato. Il denaro depositato è chiamato **capitale**.

L'interesse semplice è quanto si riceve in più rispetto al capitale, allo scadere del tempo stabilito.

Indichiamo con C il **capitale**, con i il **tasso percentuale di interesse** e con t la **durata dell'investimento** in anni. L'**interesse semplice** I dipende da queste grandezze e si calcola con la seguente formula:

$$I = C \cdot i \cdot t$$

Partendo dalla formula precedente si possono ricavare le formule che permettono di calcolare le altre variabili.

$$i = \frac{I}{C \cdot t}$$

$$C = \frac{I}{i \cdot t}$$

$$t = \frac{I}{i \cdot C}$$

Calcoliamo l'interesse semplice maturato da un capitale di 4000 € investito per 3 anni al tasso di interesse semplice del 5%.

$$I = C \cdot i \cdot t$$

$$I = 4000€ \cdot 5\% \cdot 3 = 4000€ \cdot 5/100 \cdot 3 = 600 €$$

L'interesse semplice maturato è di 600 €.

2. Calcoliamo il tasso di interesse semplice di un capitale di 5000 € che, investito per 4 anni, ha maturato un interesse semplice di 1200 €.

$$i = \frac{I}{C \cdot t}$$

$$i = 0,06 = 6\%$$

Il tasso di interesse applicato è del 6%.

Che cosa succede se invece che per un anno tengo i miei soldi in banca per un periodo inferiore?

Supponiamo di depositare in banca 2800 €, al tasso di interesse annuo del 3%. Dopo 4 mesi abbiamo bisogno di ritirare il denaro. Quanto riceveremo di interesse?

Dobbiamo calcolare la frazione di anno per cui abbiamo lasciato i soldi in deposito, pari a $4/12 = 1/3$

L'interesse dovuto è quindi pari alla stessa frazione dell'interesse che avremmo maturato per l'intero anno.

Risulta cioè

$$I = (2800 \times 3) : 100 = 84 \text{ €}$$

Dobbiamo ora calcolare la frazione corrispondente al periodo:

$$(84 \times 1) : 3 = 28 \text{ €}$$

In pratica, se indichiamo con I l'interesse maturato, con C il capitale, i il tasso annuo e con m il numero di mesi di durata del deposito, abbiamo :

$$I = C \cdot i \cdot \frac{m}{12}$$

Se invece che in mesi calcoliamo il tempo di deposito in giorni, sapendo che nelle questioni di carattere economico l'anno si considera della durata di 360 giorni, abbiamo:

$$I = C \cdot i \cdot \frac{g}{360}$$

ESERCIZIO 1

Il signor Rossi ha depositato sul suo conto in banca € 15.000. Alla fine dell'anno riceve un interesse del 2,5%. A quanto ammonta l'interesse ricevuto dal signor Rossi ? Quanto denaro avrà sul suo conto alla fine dell'anno, se non ritira l'interesse maturato?

[€ 375; € 15 375]

ESERCIZIO 2 : dato il capitale e il tasso di interesse annuo, calcola l'interesse maturato in un anno e il montante

CAPITALE (€)	TASSO DI INTERESSE	INTERESSE (€)	MONTANTE (€)
1200	3%	$I = 1200 \times 3\% = 36$	$M = I + C = 1200 + 36 = 1236$
400	2%		
1200	2,5%		
800	1,5%		
2400	3%		
3000	2%		
1900	1,5%		

ESERCIZIO 3 : completa la tabella seguente

CAPITALE (€)	TASSO DI INTERESSE	INTERESSE (€)
2500	2%	$2500 \times 2/100 = 50$
400	2%	
1200	2,5%	
2800	4%	
5400	6%	
12 000	10 %	
22 000	12 %	

ESERCIZIO 4 : dato il capitale e il tasso di interesse annuo, calcola l'interesse maturato in un anno e il montante

CAPITALE (€)	TASSO DI INTERESSE	INTERESSE (€)	MONTANTE (€)
2 000	2%	$I = 2000 \times 2/100$	$M = I + C = 2000$

		= 40	+ 40 = 2040
800	1%		
7 000	1,6%		
4 000	2%		
1 400	3,5 %		
2 900	4 %		
19 000	2,5%		

ESERCIZIO 5 : dato il capitale e il tasso di interesse annuo, calcola l'interesse maturato in un anno e il montante

CAPITALE (€)	TASSO DI INTERESSE	INTERESSE (€)	MONTANTE (€)
12 000	3%	$I = 12\,000 \times \frac{3}{100} = 360$	$M = I + C = 12\,000 + 360 = 12\,360$
760	2%		
1 400	4%		
3 400	5 %		
34 000	6 %		
3 200	2 %		
4 000	3%		

ESERCIZIO 6 : RISOLVI I PROBLEMI SEGUENTI

Giovanna porta in banca € 36 000. Ne impiega 1/3 al 2,1% annuo e il resto al 3%. Quale interesse potrà riscuotere in un anno?

[€ 972]

Elisa investe nella sua banca € 27 000 con un guadagno netto dopo un anno di € 729. La sua amica Claudia le rivela che invece nella sua banca ha guadagnato € 1092 investendo € 42 000 per un anno. In quale banca è meglio investire?

[banca di Elisa]

Una coppia di sposi acquista un appartamento che costa € 140 000. Per pagarlo chiedono un prestito pari al 25% del prezzo di acquisto. Per la restituzione si impegnano a versare alla fine di ogni anno € 5000, pagando però un interesse del 6% sul debito di ogni anno. Calcola a quanto ammonta il prestito e quale cifra viene pagata alla fine del terzo anno.

[€35 000; €6500]

Un ragazzo acquista uno scooter, il cui prezzo di listino è di € 1549. Per ottenere uno sconto, paga subito € 368,65 in contanti e si impegna a portare il resto in due assegni: il primo, dopo una settimana, di € 316 e il secondo, di importo doppio del primo, dopo due settimane. Quale sconto in percentuale ottiene?

[15%]

Chiedo a un'amica in prestito € 500 per un anno. Alla fine del periodo riscuoterà la cifra prestata maggiorata del 4%. Un amico è disponibile a prestarmi la stessa cifra chiedendomi alla fine la cifra, € 10,20 di spese e il 3% del capitale come interessi. Quale proposta è più conveniente? Qual è il vantaggio in percentuale?

[amica: € 520; amico: € 525,20; ≈1%]

ESERCIZIO 7 : DATO IL CAPITALE E IL TASSO DI INTERESSE ANNUO, CALCOLA L'INTERESSE MATURATO NEL TEMPO INDICATO:

CAPITALE (€)	TASSO D'INTERESSE ANNUO	PERIODO DI TEMPO	INTERESSE MATURATO (€)
1600	2,5%	3 mesi	10
900	1,5 %	6 mesi	
3600	3%	9 mesi	
2 000	2%	10 mesi	
2 500	1,5 %	5 mesi	
10 000	3,5%	8 mesi	
4 000	2 %	200 giorni	
1 500	1,5 %	140 giorni	
1800	7,5 %	540 giorni	

ESERCIZIO 8 : DATO IL CAPITALE E IL TASSO DI INTERESSE ANNUO, CALCOLA L'INTERESSE MATURATO e il MONTANTE NEL TEMPO INDICATO:

CAPITALE (€)	TASSO D'INTERESSE ANNUO	PERIODO DI TEMPO	INTERESSE MATURATO (€)	MONTANTE(€)
900	1%	8 mesi	6	906
1 800	2,5 %	7 mesi		
1200	1,8%	6 mesi		
2 300	3 %	10 mesi		
4 000	2 %	310 giorni		

21 000	3,5 %	260 giorni		
1800	4,5 %	540 giorni		

ESEMPIO : INTERESSE COMPOSTO

Supponiamo di lasciare i nostri soldi in banca per un periodo superiore all'anno. Ad esempio depositiamo in banca 1000 € al 2% di tasso annuale di interesse. Dopo due anni vogliamo ritirare il montante. Quale cifra preleveremo?

Siccome il tasso di interesse è annuale, come abbiamo anche accennato sopra, dobbiamo procedere anno per anno.

Al primo anno i nostri interessi saranno:

$$I_1 = 1000 \times 2/100 = 20 \text{ €}$$

Siccome non preleviamo, alla fine del primo anno il nostro montante sarà di 1020 €.

Gli interessi del secondo anno, andranno calcolati sul montante maturato alla fine del primo anno, che diventa il capitale del secondo:

$$I_2 = 1020 \times 2/100 = 20,40 \text{ €}$$

Alla fine del secondo anno quindi il montante che ritireremo sarà pari a

$$M = 1020 + 20,40 = 1040,20 \text{ €}$$

ESERCIZIO 9: RISOLVI I PROBLEMI SEGUENTI

Ho depositato in banca 8 000 €, al tasso di interesse dell'1.8%. Quanto ritirerò dopo due anni?

[6 217, 94 €]

Ho deciso di depositare presso una banca 7 000 €, al tasso di interesse del 2%. Quanto varrà il montante dopo due anni? E dopo tre?

[7 282, 80 €; 7426,40 €]

Se deposito un capitale di 6 000 € al tasso di interesse del 2% annuo, quale sarà il montante dopo tre anni?

[6 367, 25 €]

ESERCIZIO 10 : completa le tabelle seguenti

capitale in €	tasso interesse annuo	anni	capitale dopo un anno	montante dopo due anni
500	2 %	2		
750	1,8%	2		
1000	1,3%	2		
1500	2,5%	2		

capitale in €	tasso interesse annuo	anni	capitale dopo un anno	capitale dopo due anni	capitale dopo tre anni
2 000	2,4 %	3			
4 000	3 %	3			
5 000	1,5%	3			
3 600	1,9%	3			

CAPITALIZZAZIONE NEL CONTINUO.

Un capitale C_0 , applicato in regime di capitalizzazione composta per t anni a un tasso di interesse annuo i , genera un capitale finale C , detto montante, assegnato dalla formula:

$$C = C_0(1 + i)^t$$

Supponiamo ora che la capitalizzazione avvenga ogni 6 mesi anziché ogni anno. Dopo 6 mesi riscuoteremmo un capitale

$$C = C_0(1 + i/2)$$

Se, subito dopo avere riscosso il capitale, lo reinvestissimo immediatamente per altri 6 mesi otterremo alla fine un montante:

$$C = C_0(1 + i/2) + C_0(1 + i/2)i/2 = C_0(1 + i/2) (1+i/2) = C_0(1 + i/2)^2$$

se ritirassimo il capitale ottenuto dopo 1 anno e lo reinvestissimo nuovamente per altri 6 mesi otterremo dopo 1 anno e mezzo (3 semestri) un montante:

$$C = C_0(1 + i/2)^3$$

Dopo, per esempio, 3 anni (6 semestri) avremmo un montante:

$$C = C_0(1 + i/2)^6 = 2 \times 3$$

In generale un capitale C_0 , investito a un tasso annuo i , composto n volte in un anno, genera dopo t anni un montante C espresso dalla formula:

$$C = C_0(1 + i/n)^{nt}$$

Supponiamo di portare al limite estremo il numero n di volte in cui l'interesse viene composto in un anno, cioè di fare tendere n a infinito. Ciò significa che gli interessi iniziano a loro volta a produrre interesse in un istante immediatamente successivo a quello in cui sono maturati. Si parla in questo caso di capitalizzazione nel continuo, perché non vi è soluzione di continuità nella capitalizzazione: a ogni istante matura interesse e questo viene aggiunto al capitale per produrre, a sua volta, nuovo interesse.

ESERCIZIO

Supponi che un capitale di 10 000 euro venga investito per 5 anni al tasso annuo del 4%, composto annualmente; quale montante si otterrebbe dopo 5 anni?

Quale montante si otterrebbe se la capitalizzazione, anziché essere annuale, fosse ogni 3 mesi? E se fosse continua?

[b. Circa 12 167 euro; circa 12 202 euro; circa 12 214 euro]