ESERCIZIO 1

SCRIVI IN ORDINE DECRESCENTE LE SEGUENTI FRAZIONI

½, 11/5, ¾, 3/5,2/3, 5/6

Sappiamo subito che il più grande di tutti questi numeri è l'unica frazione impropria presente, 11/5. Per poter confrontare le frazioni, dobbiamo ridurle tutte allo stesso denominatore. Calcoliamo quindi il mcd :

m.c.d. (2,5, 4, 3, 6) = 60

$$\frac{1}{2} = \frac{30}{60}; \frac{3}{4} = \frac{45}{60}; \frac{3}{5} = \frac{36}{60}; \frac{2}{3} = \frac{40}{60}; \frac{5}{6} = \frac{50}{60}$$

Abbiamo quindi :

$$\frac{11}{5}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{1}{2}$$

ESERCIZIO 2

SCRIVI IN ORDINE CRESCENTE LE SEGUENTI FRAZIONI

5/6, 11/4, 4/9, 7/15, 5/2

Calcoliamo il m.c.d.(6,4, 9,15,2) = 180

Riduciamo quindi le frazioni allo stesso denominatore :

$$\frac{5}{6} = \frac{150}{180}; \quad \frac{4}{9} = \frac{\mathbf{80}}{\mathbf{180}}; \quad \frac{7}{15} = \frac{84}{180}; \quad \frac{5}{2} = \frac{450}{180}; \frac{\mathbf{11}}{\mathbf{4}} = \frac{\mathbf{495}}{\mathbf{180}}$$

Risulta quindi

$$\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}} < \frac{7}{15} < \frac{5}{6} < \frac{5}{2} < \frac{\mathbf{11}}{\mathbf{4}}$$

ESERCIZIO 3

CALCOLA IL VALORE DELLE SEGUENTI ESPRESSIONI CON LE FRAZIONI E LE POTENZE

- $\left(1 - \frac{1}{3}\right) : \left[8 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)\right]$ **R : 16/63**

Calcoliamo il valore delle parentesi tonde e semplifichiamo dove possibile nel caso di moltiplicazioni:

$$\frac{2}{3}:\left[\cancel{8}\cdot\frac{1}{\cancel{4}}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}-\left(\frac{2+1}{8}\right)\right]=$$

Calcoliamo ora il valore della moltiplicazione all'interno della parentesi quadra e scriviamo la frazione somma. Eliminando la parentesi tonda, la quadra "scende di livello" e diventa tonda:

$$\frac{2}{3}:\left(3-\frac{3}{8}\right)=$$

Dobbiamo ora risolvere la somma algebrica presente e trasformare la divisione in moltiplicazione, calcolando il reciproco della frazione risultante:

$$\frac{2}{3}:\frac{21}{8}=\frac{2}{3}\cdot\frac{8}{21}=(moltiplicando)=\frac{16}{63}$$

- $\left\{\left[\left(\frac{3}{8}\cdot\frac{20}{3}:\frac{15}{6}\right)+\left(\frac{1}{11}+\frac{8}{2}\right)\right]:\left(4\cdot\frac{3}{2}\right)\right\}+\frac{5}{33}$ **R : 1**

Iniziamo semplificando le moltiplicazioni e sostituendo $15/6$ con il suo reciproco. Riduciamo ai minimi termini $8/2=4$ e calcoliamo poi la somma indicata nella seconda parentesi tonda

$$\left\{\left[\left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{8}}\cdot\frac{\cancel{20}}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{6}}{\cancel{15}}\right)+\left(\frac{1+44}{11}\right)\right]:\left(4\cdot\frac{3}{\cancel{2}}\right)\right\}+\frac{5}{33}$$

Abbiamo quindi :

$$\left[\left(1+\frac{45}{11}\right):6\right]+\frac{5}{33}=\left(\frac{56}{11}\cdot\frac{1}{6}\right)+\frac{5}{33}=\frac{28}{33}+\frac{5}{33}=\frac{33}{33}=1$$

- $\left\{2-\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{3}-2\right)\cdot\frac{3}{2}\right]+\left[\left(3-\frac{1}{2}-\frac{5}{4}\right):\frac{15}{8}\right]\right\}\cdot\frac{6}{29}$ **R : ½**

Eseguiamo innanzitutto le somme indicate nelle parentesi tonde e trasformiamo le divisioni in moltiplicazioni, inserendo i reciproci dei divisori:

$$\left\{2-\left[\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{3}{2}\right]+\left[\left(\frac{5}{4}\right)\cdot\frac{8}{15}\right]\right\}\cdot\frac{6}{29}$$

Eseguiamo ora le moltiplicazioni, dopo aver semplificato :

$$\left\{2-\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\right\}\cdot\frac{6}{29}$$

Calcoliamo il m.c.d. (4,3) = 12 ed eseguiamo la somma indicata nella parentesi graffa. otteniamo :

$$\frac{29}{12}\cdot\frac{6}{29}=\frac{1}{2}$$

- $\left\{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^5\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]^2:\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^5+\left(\frac{2}{3}\right)^2+\frac{2}{3}\right\}:\frac{19}{9}$ **R: 2/3**

Applichiamo le proprietà delle potenze, ricordando che nel caso di potenze aventi la stessa base dobbiamo riscrivere la base comune e sommare gli esponenti. Invece dobbiamo moltiplicare gli esponenti nel caso di potenze di potenze. Calcoliamo poi le potenze "semplici". Abbiamo quindi

$$\left\{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^9\right]^2:\left[\frac{2}{3}\right]^{15}+\frac{4}{9}+\frac{2}{3}\right\}:\frac{19}{9}$$

Nel caso di quozienti di potenze aventi la stessa base, riscriviamo la base comune e poi sottraiamo gli esponenti:

$$\left\{\left[\frac{2}{3}\right]^{18}:\left[\frac{2}{3}\right]^{15}+\frac{4}{9}+\frac{2}{3}\right\}:\frac{19}{9}=\left\{\left[\frac{2}{3}\right]^{3}+\frac{4}{9}+\frac{2}{3}\right\}\cdot\frac{9}{19}$$

Calcoliamo la potenza indicata e poi riduciamo tutte le frazioni allo stesso denominatore, per poter calcolare la somma:

$$\left\{\frac{8}{27}+\frac{4}{9}+\frac{2}{3}\right\}\cdot\frac{9}{19}=\frac{8+12+18}{27}\cdot\frac{9}{19}=\frac{38}{27}\cdot\frac{9}{19}$$

Semplificando in croce otteniamo infine il risultato :

$$\frac{38}{27}\cdot\frac{9}{19}=\frac{2}{3}$$

- $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)^2+\left[\left(\frac{1}{2}\right)^7\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^8\right]:\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^4+\frac{5}{16}$ **R: 1**

Risolviamo la prima parentesi tonda, calcolando la somma indicata dopo aver ridotto le due frazioni allo stesso denominatore. Applichiamo poi le proprietà delle potenze per risolvere le successive parentesi quadre:

$\left(\frac{2+1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^{15}:\left(\frac{1}{2}\right)^{12}+\frac{5}{16}$

Calcoliamo la potenza indicata ed applichiamo ancora le proprietà delle potenze:

$$\frac{9}{16}+\left(\frac{1}{2}\right)^{3}+\frac{5}{16}$$

Sommiamo le due frazioni aventi lo stesso denominatore e calcoliamo la potenza rimasta:

$$\frac{14}{16}+\frac{1}{8}$$

Riducendo 14/16 ai minimi termini, semplificando numeratore e denominatore tra loro, otteniamo :

$$\frac{7}{8}+\frac{1}{8}=\frac{8}{8}=1$$

- **1**: $\left\{\left(\frac{2}{5}\right)^{15}:\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{2}\right]^{7}+\left[\left(\frac{5}{2}\right)^{5}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^{7}\right]^{2}:\left[\left(\frac{5}{2}\right)^{6}\right]^{4}\right\}:\left(\frac{13}{99}\right)^{0}$ **R: 7/5**

Applichiamo le proprietà delle potenze e ricordiamoci che qualsiasi numero, elevato a zero, dà come risultato 1:

$$1:\left\{\left(\frac{2}{5}\right)^{15}:\left(\frac{2}{5}\right)^{14}+\left[\left(\frac{5}{2}\right)^{12}\right]^{2}:\left(\frac{5}{2}\right)^{24}\right\}:1=$$

Possiamo ancora applicare le proprietà delle potenze e trascurare la seconda divisione per 1 (la divisione per 1 dà come risultato il dividendo):

$$1:\left\{\left(\frac{2}{5}\right)^{1}+\left[\left(\frac{5}{2}\right)\right]^{24}:\left(\frac{5}{2}\right)^{24}\right\}=$$

Abbiamo ancora

$$1:\left\{\frac{2}{5}+1\right\}=$$

Calcoliamo la somma tra parentesi :

$$1:\frac{7}{5}=$$

Sostituiamo la frazione con il suo reciproco ed otteniamo

$$1\circ\frac{5}{7}=\frac{5}{7}$$

- $\frac{7}{4}+\left(\frac{7}{4}\right)^{10}:\left[\left(\frac{7}{4}\right)^{3}\right]^{3}+\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{5}\right]^{6}:\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{3}\right]^{10}-\frac{3}{2}$ **R : 3**

Applichiamo le proprietà delle potenze e svolgiamo i calcoli possibili. Abbiamo

$$\frac{7}{4}+\left(\frac{7}{4}\right)^{10}:\left(\frac{7}{4}\right)^{9}+\left[\frac{3}{2}\right]^{30}:\left(\frac{3}{2}\right)^{30}-\frac{3}{2}=$$

Di nuovo applichiamo le proprietà delle potenze:

$$\frac{7}{4}+\left(\frac{7}{4}\right)^{10-9}+\left[\frac{3}{2}\right]^{30-30}-\frac{3}{2}=$$

Ricordiamo che qualsiasi numero elevato a zero dà come risultato 1 e calcoliamo poi le somme indicate:

$$\frac{7}{4}+\left(\frac{7}{4}\right)^{1}+1-\frac{3}{2}=\frac{14}{4}+1-\frac{3}{2}$$

Riducendo 14/4 ai minimi termini, dividendo numeratore e denominatore per 2, otteniamo:

$$\frac{7}{2}+1-\frac{3}{2}=3$$

ESERCIZIO 4 : SENZA ESEGUIRE LA DIVISIONE, INDICA PER OGNI FRAZIONE SE RAPPRESENTA UN NUMERO DECIMALE FINITO, PERIODICO SEMPLICE O PERIODICO MISTO

Per poter eseguire l'esercizio, dobbiamo scomporre il denominatore di ciascuna frazione in fattori primi.

- ➲ Se contiene solo potenze di 2 e 5, allora la frazione darà un numero decimale finito.
- ➲ Se invece il denominatore, scomposto in fattori primi, NON contiene 2 e 5, allora otterremo un periodico semplice.
- ➲ Se invece contiene altri fattori oltre a 2 e 5, allora la frazione darà un numero periodico misto

- 3/20

Scomponiamo 20 in fattori primi. Abbiamo :

$20 = 2^2 \times 5$ ⇨ compaiono solo i fattori 2 e 5 per cui avremo un numero decimale finito

Risulta : $3 : 20 = 0{,}15$

- $7/35$

Riduciamo la frazione ai minimi termini, dividendo numeratore e denominatore per 7. Risulta:

$7/35 = 1/5$

Siccome il denominatore contiene solo il fattore 5, avremo un numero decimale finito ($1 : 5 = 0{,}2$)

- $11/30$

La frazione data è ridotta ai minimi termini. Scomponiamo il denominatore in fattori primi:

$30 = 6 \times 5 = 2 \times 3 \times 5$ ⇨ siccome oltre a 2 e 5 compare anche il fattore 3, eseguendo la divisione otterremmo un periodico misto

($11:30 = 0{,}366... = 0{,}3\overline{6}$)

- $8/99$

La frazione data è ridotta ai minimi termini per cui dobbiamo solo scomporre il denominatore in fattori primi:

$99 = 9 \times 11 = 3^2 \times 11$ ⇨ siccome non compaiono i fattori 2 e 5, eseguendo la divisione otterremmo un periodico SEMPLICE

($8 : 99 = 0{,}0808... = 0{,}\overline{08}$)

- $11/55$

Siccome il denominatore è multiplo del numeratore, possiamo semplificare la frazione, dividendo entrambi per 11. Otteniamo così la frazione ridotta ai minimi termini

$11/55 = 1/5$

Siccome il denominatore contiene solo il fattore 5, avremo un numero decimale finito ($1 : 5 = 0{,}2$)

- $7/25$

Siccome il denominatore contiene solo il fattore 5, avremo un numero decimale finito ($7:25 = \frac{7 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{28}{100} = 0{,}28$

- 7/40

La frazione è già ridotta ai minimi termini. Scomponendo il denominatore in fattori primi otteniamo:

$40 = 8 \times 5 = 2^3 \times 5$

Siccome il denominatore contiene solo i fattori 2 e 5, avremo un numero decimale finito ($7:40 = \frac{7 \cdot 25}{40 \cdot 25} = \frac{175}{1000} = 0{,}175$

- 5/28

La frazione è già ridotta ai minimi termini. Scomponendo il denominatore in fattori primi otteniamo:

$28 = 4 \times 7 = 2^2 \times 7$

Siccome il denominatore contiene altri fattori oltre al 2, avremo un numero decimale periodico MISTO ($5:28 = 0{,}17\mathbf{857142857142}857142\ldots = 0{,}17\overline{857142}$

ESERCIZIO 5 : Stabilisci il tipo di numero decimale rappresentato dalle seguenti frazioni e trasforma ogni frazione in numero decimale

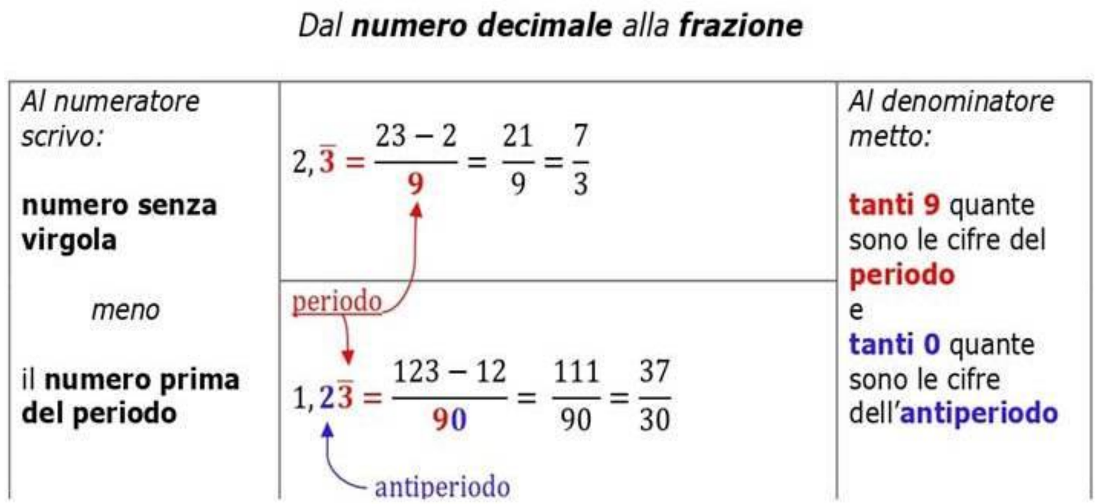
- 2/5 ⇨ numero decimale finito 2:5 = 0,4
- ½ ⇨ numero decimale finito 1:2 = 0,5
- 4/9 ⇨ numero decimale periodico semplice $4:9 = 0{,}44\ldots = 0{,}\overline{4}$
- 1/6 ⇨ numero decimale periodico MISTO $1:6 = 0{,}166\ldots = 0{,}1\overline{6}$
- 5/12 ⇨ numero decimale periodico MISTO $5:12 = 0{,}4166\ldots = 0{,}41\overline{6}$
- 9/4 ⇨ numero decimale finito 9:4 = 2,25
- 7/15 ⇨ numero decimale periodico MISTO $7:15 = 0{,}466\ldots = 0{,}4\overline{6}$

ESERCIZIO 6: Trasforma i seguenti numeri decimali in frazioni.

Ricordiamo la regola.

Nel caso di un numero decimale finito, scriviamo al numeratore il numero senza la virgola e al denominatore mettiamo 1 seguito da tanti zeri quante sono le cifre della parte decimale. Riduciamo poi, se possibile, la frazione ai minimi termini

Se invece dobbiamo trasformare in frazione un numero decimale periodico procederemo come specificato sotto:


Dal *numero decimale* alla *frazione*

Al numeratore scrivo: **numero senza virgola** *meno* il **numero prima del periodo**	$2,\overline{3} = \frac{23-2}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$ periodo $1,2\overline{3} = \frac{123-12}{90} = \frac{111}{90} = \frac{37}{30}$ antiperiodo	*Al denominatore metto:* **tanti 9** quante sono le cifre del **periodo** e **tanti 0** quante sono le cifre dell'**antiperiodo**

- **7,1; 44,2; 0,03**

7,1 $= 71/10$

44,2 $= 442/100 = 221/50$

0,03 $= 3/100$

- $\mathbf{0,0\overline{6};\ 6,04;\ 1,2\overline{13}}$

$$0,0\overline{6} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

$$6,04 = \frac{604}{100} = \frac{151}{25}$$

$$1,2\overline{13} = \frac{1213-12}{990} = \frac{1201}{990}$$

- $\mathbf{0,21;\ 0,\overline{21};\ 0,2\overline{1}}$

$$0{,}21 = \frac{21}{100}$$

$$0,\overline{21} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$$

$$0{,}2\overline{1} = \frac{21-2}{90} = \frac{19}{90}$$

- $\mathbf{5,\overline{2};\ 3,4;\ 0,4\overline{5}}$

$$5,\overline{2} = \frac{52-5}{9} = \frac{47}{9}$$

$$3{,}4 = \frac{34}{10} = \frac{17}{5}$$

$$0{,}4\overline{5} = \frac{45-4}{90} = \frac{41}{90}$$

- $\mathbf{0,36;\ 3,\overline{6};\ 0,3\overline{6}}$

$$0{,}36 = \frac{36}{100} = \frac{9}{25}$$

$$3,\overline{6} = \frac{36-3}{9} = \frac{33}{9} = \frac{11}{3}$$

$$0{,}3\overline{6} = \frac{36-3}{90} = \frac{33}{90} = \frac{11}{30}$$

- $\mathbf{1,\overline{4}\,;\ 1{,}3\,;\,0{,}13}$

$$1,\overline{4} = \frac{14-1}{9} = \frac{13}{9}$$

$$1{,}3 = \frac{13}{10}$$

$$0{,}13 = \frac{13}{100}$$

- $\mathbf{0,1\overline{3}\,;\,0,\overline{2};\,2,\overline{8}}$

$$0{,}1\overline{3} = \frac{13-1}{90} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$$

$$1{,}3 = \frac{13}{10}$$

$$0{,}13 = \frac{13}{100}$$

ESERCIZIO 7: Trasforma i numeri decimali in frazioni e calcola il valore delle seguenti espressioni

- $\left(\mathbf{1,\overline{7} + 1,\overline{2}}\right) : \mathbf{0,\overline{9}} + \left(\mathbf{0,\overline{2}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1{,}5}}\right) \cdot \left(\mathbf{0,2} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}\right)$

R: 3

$$\left(\frac{17-1}{9} + \frac{12-1}{9}\right) : \frac{9}{9} + \left(\frac{2}{9} - \frac{1}{\frac{15}{10}}\right) \cdot \left(\frac{2}{10} - \frac{1}{5}\right) =$$

$$\left(\frac{16}{9} + \frac{11}{9}\right) : 1 + \left(\frac{2}{9} - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{5}\right) =$$

$$\left(\frac{16+11}{9}\right) : 1 + \left(\frac{2-6}{9}\right) \cdot (0) =$$

$$\frac{27}{9} : 1 = 3$$

- $\mathbf{[(0{,}2)^6 \cdot (0{,}1 \cdot 0{,}6 \cdot 0,\overline{6})^7]:[(0{,}2)^9]^2 + 4 \cdot\ 0{,}04}$

R: 1/5

$[(2/10)^6 \cdot (1/10 \cdot 6/10 \cdot \frac{6}{9})^7]:[(2/10)^9]^2 + 4 \cdot\ 4/100 =$

$$\left[\left(\frac{1}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{10} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{6}{9}\right)^7\right] : \left(\frac{1}{5}\right)^{18} + \frac{4}{25}$$

$$\left[\left(\frac{1}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^7\right] : \left(\frac{1}{5}\right)^{18} + \frac{4}{25}$$

Ricordiamo che $25 = 5^2$

per cui risulta

$$\left(\frac{1}{25}\right) = \frac{1}{5^2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$$

Otteniamo perciò

$$\left[\left(\frac{1}{5}\right)^6 \cdot \left(\left(\frac{1}{5}\right)^2\right)^7\right] : \left(\frac{1}{5}\right)^{18} + \frac{4}{25}$$

Possiamo applicare le proprietà delle potenze:

$$\left[\left(\frac{1}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{14}\right] : \left(\frac{1}{5}\right)^{18} + \frac{4}{25}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{6+14} : \left(\frac{1}{5}\right)^{18} + \frac{4}{25}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{20-18} + \frac{4}{25}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \frac{4}{25} = \frac{1}{25} + \frac{4}{25} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

- $\boldsymbol{\{[(0,3 \cdot 0,\overline{3})^{10} : (0,01)^4] \cdot [(0,1)^4]^5\} : [(0,1)^3]^7}$

R: 1/10

Iniziamo trasformando i numeri decimali nelle rispettive frazioni generatrici

$$\left\{\left[\left(\frac{3}{10} \cdot \frac{3}{9}\right)^{10} : \left(\frac{1}{100}\right)^4\right] \cdot \left[\left(\frac{1}{10}\right)^4\right]^5\right\} : \left[\left(\frac{1}{10}\right)^3\right]^7$$

Semplifichiamo ove possibile e applichiamo le proprietà delle potenze, ricordando che

$$\left(\frac{1}{100}\right) = \left(\frac{1}{10}\right)^2$$

$$\left\{\left[\left(\frac{1}{10}\right)^{10} : \left(\frac{1}{10}\right)^{2\cdot 4}\right] \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{4\cdot 5}\right\} : \left[\frac{1}{10}\right]^{3\cdot 7}$$

$$\left\{\left(\frac{1}{10}\right)^{10-8} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{20}\right\} : \left[\frac{1}{10}\right]^{21}$$

$$\left(\frac{1}{10}\right)^{2+20} : \left(\frac{1}{10}\right)^{21} = \left(\frac{1}{10}\right)^{22-21} = \frac{1}{10}$$