

2. Proporzionalità diretta e inversa

Due grandezze variabili omogenee x e y sono **direttamente proporzionali** se il loro *rapporto* è un valore costante k .

$$x/y = k \rightarrow y = kx$$

La funzione $y = kx$ rappresenta l'equazione della funzione proporzionalità diretta. Il suo grafico è una retta passante per l'origine degli assi.

In altre parole: si dicono direttamente proporzionali due grandezze legate tra loro in modo che il loro RAPPORTO sia costante

Due grandezze variabili omogenee x e y sono **inversamente proporzionali** se il loro prodotto è un valore costante k .

$$xy = k \rightarrow y = k/x$$

La funzione $y = k/x$ rappresenta l'equazione della funzione proporzionalità inversa. Il suo grafico è un'iperbole equilatera che ha gli assi come asintoti.

In altre parole: si dicono inversamente proporzionali due grandezze legate tra loro in modo che il loro PRODOTTO sia costante

PROBLEMA DEL TRE SEMPLICE DIRETTO:

In questo tipo di problemi troviamo due grandezze DIRETTAMENTE PROPORZIONALI e ci viene chiesto di determinare il valore di una grandezza dagli elementi assegnati

PROBLEMA DEL TRE SEMPLICE INVERSO:

In questo tipo di problemi troviamo due grandezze INVERSAMENTE PROPORZIONALI e ci viene chiesto di determinare il valore di una grandezza dagli elementi assegnati

APPLICAZIONI DELLA PROPORZIONALITÀ

La proporzionalità trova diverse applicazioni pratiche (Proportion problem).

- Problemi del tre semplice
- Problemi del tre composto
- Problemi di ripartizione semplice
- Problemi di ripartizione composta
- Percentuale

- Matematica finanziaria (interesse, sconto, ...)

Per tutti questi problemi è fondamentale stabilire prima di impostare qualsiasi strategia risolutiva se le grandezze coinvolte sono tra loro direttamente proporzionali o inversamente proporzionali.

Esercizi guida per il tre semplice

Esempio 1.

In 4 ore percorrete 120 km. Quale distanza percorrereste in 8 ore?

Caso: proporzionalità diretta → tre semplice diretto

Costante proporzionalità: velocità = $120/4 = 30$ km/h

Esempio 2.

Sei lavoratori sono in grado di portare a termine un lavoro in 4 giorni. Quanto impiegherebbero 12 lavoratori?

tre semplice INVERSO:

la costante di proporzionalità è pari al prodotto tra il numero di uomini e il numero di giorni

Costante proporzionalità: lavoro da compiere in giorni uomo = $6 \times 4 = 24$ giorni uomo

Esempio 3.

Giovanni guadagna 180 euro in 6 ore. Quanto guadagnerà in 8 ore di lavoro?

Caso: proporzionalità diretta → tre semplice diretto

Costante proporzionalità: paga oraria = $180/6 = 30$ euro/ora

Esempio 4.

Un elefante beve circa 150 litri d'acqua al giorno (da 100 a 220 litri). Di quanta acqua dovete disporre per mantenere in casa per 10 giorni un elefante?

Caso: proporzionalità diretta → tre semplice diretto

Costante proporzionalità: fabbisogno d'acqua = 150 litri/elefante

Esempio 5.

Un elefante maschio pesa mediamente 5650 kg e mangia una quantità di cibo pari al 5% del suo peso ogni giorno. Quanta mangia un elefante maschio in un giorno e un elefante femmina se questa pesa mediamente 3150 kg?

Caso: proporzionalità diretta → tre semplice diretto

Costante proporzionalità: $\text{cibo/peso} = 5/100$ kg cibo/kg peso

Esempio 6.

Per un banchetto di 120 persone il cuoco, con la giacenza disponibile, può fornire agli ospiti porzioni da 80 grammi di pasta. Se dovesse servire, con la stessa quantità di pasta, 125 persone quanto sarebbe il peso delle porzioni.

Caso: proporzionalità inversa → tre semplice inverso

All'aumentare del numero delle persone diminuisce la porzione di pasta:

Costante proporzionalità: quantità di pasta disponibile = $(120 * 80)$ g di pasta

ESERCIZI SULLA PROPORZIONALITA'

1) Sappiamo che un albero alto 7 m proietta un'ombra di 3 m. Alla stessa ora, invece, una casa proietta un'ombra di 1,2 m. Quanto è alta la casa? [2,8 m]

2) un palo alto 3 m proietta un'ombra lunga 1,5 m. Alla stessa ora, l'ombra di un muro è lunga 1,8m. Quanto è alto il muro?

Se in un altro momento l'ombra del palo misura 2,2m quanto sarà lunga l'ombra del muro nello stesso momento? [3,6m; 2,64 m]

3) Un palo alto 2 m proietta un'ombra lunga 1,2 m. Su una stessa piazza, nello stesso istante, un campanile proietta un'ombra di 13,2 m. Quanto è alto il campanile? [22 m]

4) Un furgone viaggia in autostrada con una velocità costante e percorre in 30 minuti 54 km. Quanto tempo impiegherà a percorrere 90 km?

[50 minuti]

5) Con 150 kg di albicocche sono stati ottenuti 50 kg di confettura. Quanta confettura potremo ottenere da 600 kg di albicocche?

[200 kg]

6) Per andare a casa di un amico percorro in bicicletta 10 km in 45 minuti. Mantenendo la stessa velocità, quanto tempo impiegherò per raggiungere la casa di un altro amico che dista 16 km?

[72 minuti]

7) Per completare quattro esercizi di matematica, un ragazzo impiega 40 minuti. Mantenendo lo stesso ritmo, quanto tempo impiegherà per risolvere 15 esercizi?

[150 minuti = 2 ore e mezza]

8) In due ore, una macchina attacca 260 bottoni. Quanti bottoni attaccherà in 12 ore?

[1560 bottoni]

RAPPORTI : Risolvi i seguenti problemi.

a) Un'auto si muove a velocità costante percorrendo 300 km in 5h. A quale velocità si muove l'auto? Se avesse percorso lo stesso spazio in 2h 30m, a quale velocità si sarebbe mossa?

[120 km/h]