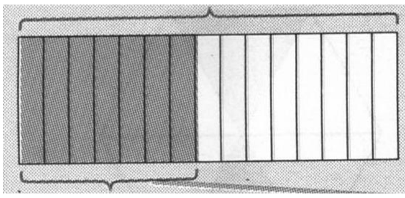
Come per rendere sempre possibili la sottrazione abbiamo introdotto i numeri relativi interi, così per rendere sempre possibile la divisione introduciamo i NUMERI RAZIONALI, che si indicano con $\mathbb{Q}$.

Ricordiamo intanto che cos'è una FRAZIONE:

FRAZIONE = rapporto di numeri naturali n e d, con d ≠0

il **denominatore** denomina, cioè *dà il nome* alla nuova unità e ci dice come è stata ottenuta, ovvero in quante parti uguali è stato diviso l'intero di riferimento.
il **numeratore** numera, ossia conta le parti uguali considerate.

l'intero è stato diviso in 15 parti



• Operare con una frazione su un intero significa dividerlo in tante parti quante ne indica il denominatore e considerarne tante quante ne indica il numeratore.

sono state colorate 7 delle 15 parti ottenute

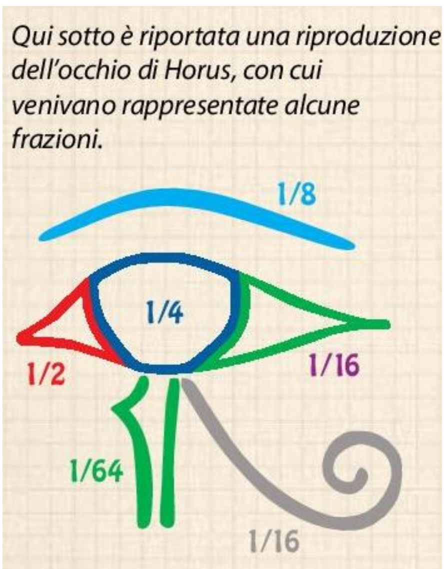
La frazione è quindi 7/15

NOTA : si dice NULLA una frazione con NUMERATORE = 0

Se invece il numeratore è UNO, si parla di UNITA' FRAZIONARIA

CURIOSITA':

Già gli Egizi e i Babilonesi operavano con le frazioni! Il primo ad usare la linea di frazione invece sarebbe stato un arabo, Al – Hassar. i termini numeratore e denominatore invece furono introdotti solo in epoca rinascimentale



FRAZIONI

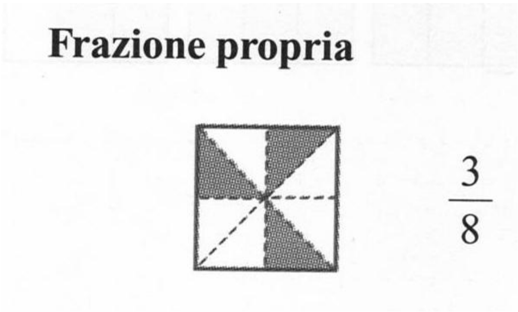
- proprie : n< d
- improprie n> d
- apparenti se n è un MULTIPLO di d

Una frazione a/b , con a, b∈N, b ≠ 0, è:

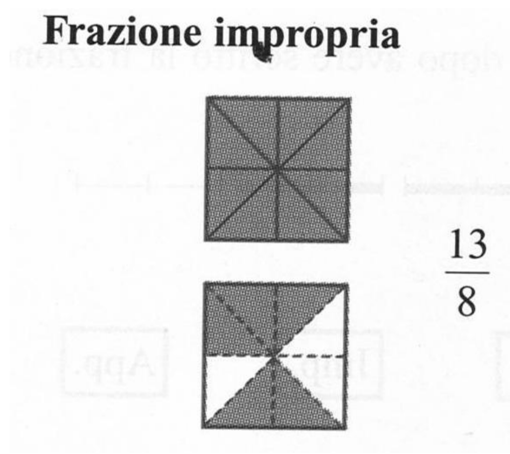
- **propria** se 0 < a < b. Una frazione propria è quindi minore di 1
- **apparente** se a è multiplo di b. Essa in realtà rappresenta un numero INTERO
- **impropria** se a > b e a non è multiplo di b. E' quindi maggiore di 1

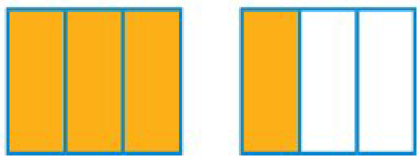
ESEMPI

l'intero è stato diviso in 8 parti e ne sono state prese 3. La frazione è quindi più piccola dell'intero



SE n< d : FRAZIONE PROPRIA

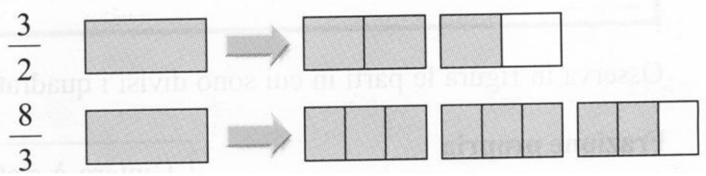




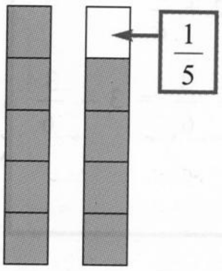
n > d : FRAZIONE PROPRIA

Una frazione impropria indica una quantità maggiore o uguale di un intero

In generale quindi:
quando si opera su un intero con una frazione impropria si ottiene una quantità maggiore (o uguale) all'intero dato.



Rappresentiamo ora la frazione impropria $\frac{9}{5}$, utilizzando i due interi rappresentati in figura.



$$\frac{9}{5}$$

$$\frac{5}{5}+\frac{4}{5}=1+\frac{4}{5}$$

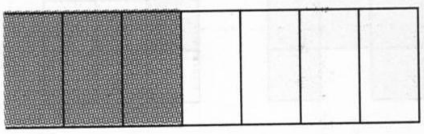
oppure

$$\frac{10}{5}-\frac{1}{5}=2-\frac{1}{5}$$

Una frazione **impropria** si può scrivere come somma di uno o più interi a cui va aggiunta o tolta una frazione propria. Numeri espressi da un numero intero e da una frazione propria si dicono **numeri misti**.

Una frazione che indica un numero naturale si dice apparente.

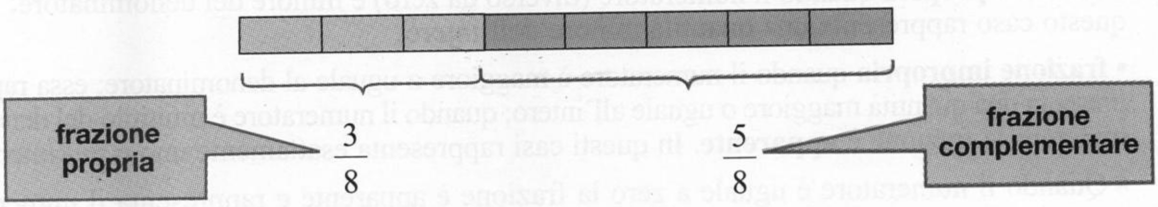
FRAZIONE COMPLEMENTARE



Nella figura è rappresentata la frazione $\frac{3}{7}$; la parte non in colore corrisponde alla frazione $\frac{4}{7}$.

$\frac{4}{7}$ è la **frazione complementare** di $\frac{3}{7}$, rispetto all'intero considerato.

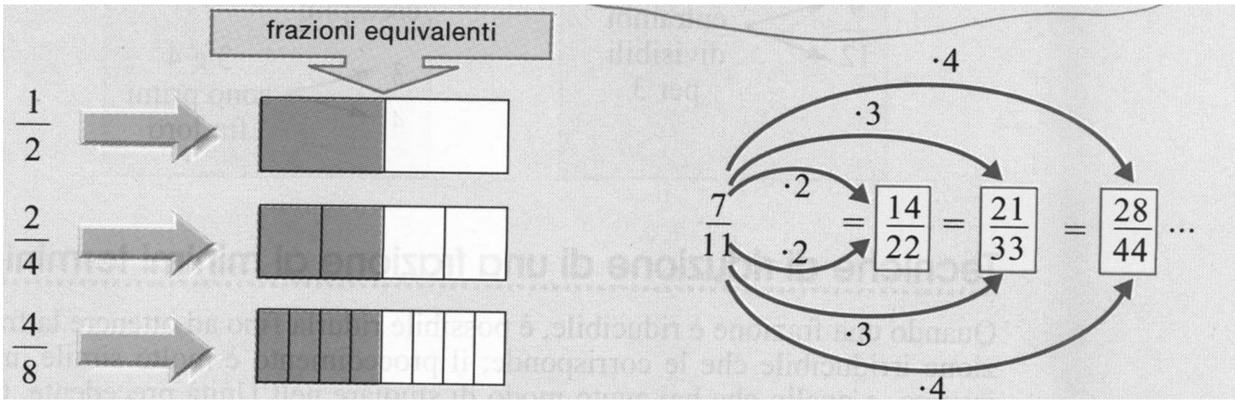
La frazione complementare viene associata ad una frazione propria ed è *sempre* una frazione propria.



Una frazione e la sua complementare completano sempre un intero.

FRAZIONI EQUIVALENTI

Due o più frazioni sono EQUIVALENTI se rappresentano PARTI EQUIVALENTI di uno o più interi. Si possono ottenere moltiplicando numeratore e denominatore della frazione per uno stesso numero



FRAZIONI RIDUCIBILI O IRRIDUCIBILI

Una frazione può essere

- RIDUCIBILE, se numeratore e denominatore hanno divisori in comune

$\frac{9}{12}$ sono entrambi divisibili per 3

- IRRIDUCIBILE, se numeratore e denominatore NON hanno divisori in comune, ovvero se sono primi tra loro. Una frazione irriducibile si dice RIDOTTA AI MINIMI TERMINI

RIDURRE UNA FRAZIONE AI MINIMI TERMINI

1° e 2° modo: procedura

- si dividono numeratore e denominatore per un *divisore comune* ;
- si ripete l'operazione finché non è più possibile trovare divisori comuni;
- la frazione che si ottiene è ridotta ai minimi termini perché il suo numeratore e il suo denominatore sono numeri *primi fra loro.*

1° modo

$$\frac{12}{20} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \frac{6}{10} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \boxed{\frac{3}{5}}$$

frazione irriducibile

2° modo

$$\frac{\cancel{12}^{\cancel{6}^{\,3}}}{\cancel{20}_{\cancel{10}_{\,5}}} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

frazione irriducibile

3° modo: procedura

- si calcola il M.C.D. fra numeratore e denominatore della frazione data;
- si dividono entrambi per il M.C.D.;
- la frazione che si ottiene è ridotta ai minimi termini perché il suo numeratore e il suo denominatore sono numeri *primi fra loro.*

3° modo

M.C.D.(12; 20) = 4

$$\frac{12:4}{20:4} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

frazione irriducibile

ESERCIZI : RIDURRE UNA FRAZIONE

1. Completa al posto dei puntini, eseguendo le divisioni successive, come nell'esempio.

Esempio

$$\frac{84}{120} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \frac{42}{60} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \frac{21}{30} \overset{:3}{\underset{:3}{=}} \frac{7}{10}$$

oppure, senza evidenziare le successive divisioni

$$\frac{\cancel{84}^{\cancel{42}^{\cancel{21}^{\,7}}}}{\cancel{120}_{\cancel{60}_{\cancel{30}_{\,10}}}} = \frac{7}{10}.$$

Prova a cambiare l'ordine delle divisioni: il risultato cambia?

a) $\dfrac{40}{48} \overset{:\dots}{\underset{:\dots}{=}} \dfrac{\dots}{\dots} \overset{:\dots}{\underset{:\dots}{=}} \dfrac{\dots}{\dots} \overset{:\dots}{\underset{:\dots}{=}} \dfrac{\dots}{\dots}$ oppure, senza evidenziare le successive divisioni $\dfrac{40}{48} = \dfrac{\dots}{\dots}$;

b) $\dfrac{104}{200} \overset{:\dots}{\underset{:\dots}{=}} \dfrac{\dots}{\dots} \overset{:\dots}{\underset{:\dots}{=}} \dfrac{\dots}{\dots} \overset{:\dots}{\underset{:\dots}{=}} \dfrac{\dots}{\dots}$ oppure, senza evidenziare le successive divisioni $\dfrac{104}{200} = \dfrac{\dots}{\dots}$.

3. Riduci le seguenti frazioni, dopo aver calcolato il M.C.D., come nell'esempio.

Esempio

$\frac{42}{63}$ M.C.D. (42; 63) = 21; $\frac{42:21}{63:21} = \frac{2}{3}$.

a) $\frac{84}{150}$ M.C.D. (.............; ....) = ... ; $\frac{............}{............} = \frac{............}{............}$.

b) $\frac{112}{32}$ M.C.D. (.............; ....) = ... ; $\frac{............}{............} = \frac{............}{............}$.

Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni, nel modo che ritieni più opportuno:

$$\frac{21}{105};\ \frac{45}{270};\ \frac{90}{243};\ \frac{99}{110};\ \frac{9}{111}$$

$$\frac{22}{24};\ \frac{30}{225};\ \frac{105}{150};\ \frac{160}{240};\ \frac{81}{48}$$

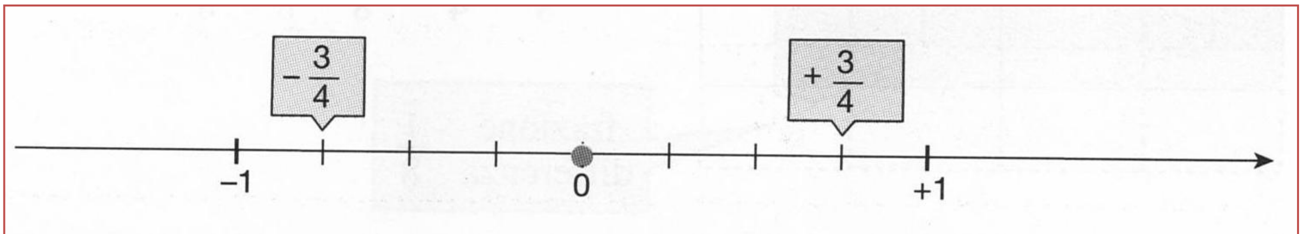
$$\frac{54}{24};\ \frac{45}{270};\ \frac{90}{243};\ \frac{99}{110};\ \frac{9}{111}$$

$$\frac{39}{60};\ \frac{117}{180};\ \frac{135}{405};\ \frac{420}{600};\ \frac{700}{560}$$

$$\frac{228}{81};\ \frac{37}{185};\ \frac{126}{99};\ \frac{205}{155};\ \frac{120}{150}$$

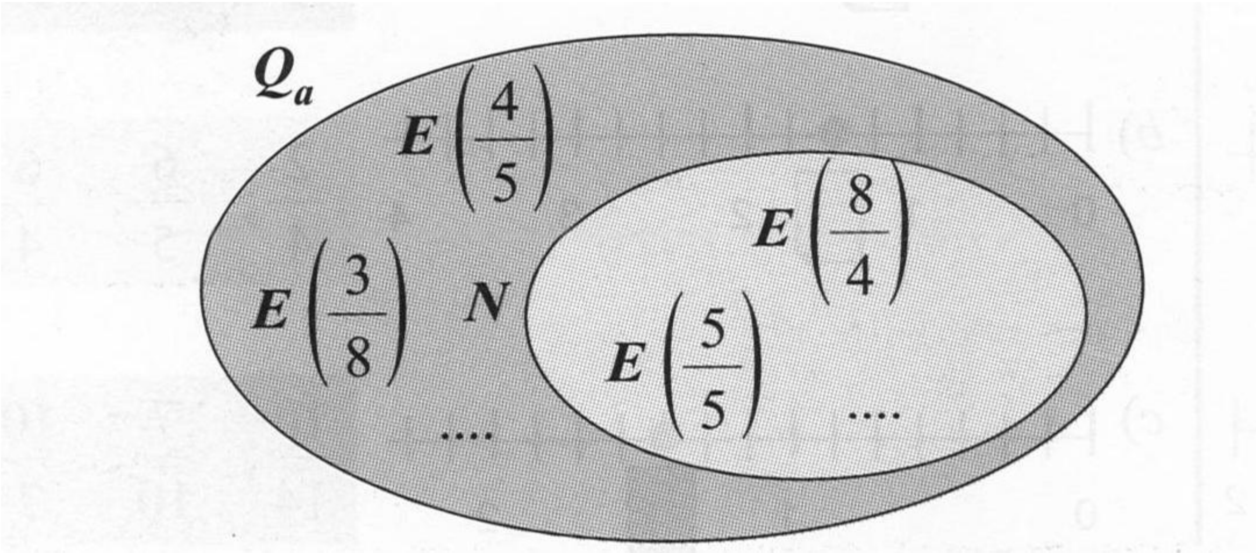
anche le frazioni possono essere rappresentate sulla retta dei numeri. Nello stesso punto trovano collocazione tutte le frazioni equivalenti, che formano una CLASSE DI EQUIVALENZA.

Come i naturali e come i numeri relativi, anche i numeri razionali possono essere rappresentati su una retta.



OGNI CLASSE DI EQUIVALENZA rappresenta un numero, che viene detto RAZIONALE ASSOLUTO.

L'insieme di tutte le classi di equivalenza costituisce l'INSIEME DEI NUMERI RAZIONALI ASSOLUTI $\mathbb{Q}_a$



Ovviamente si può estendere il concetto di frazione anche al caso in cui numeratore e denominatore sono NUMERI INTERI RELATIVI. Avremo perciò anche le frazioni con il segno :

-3/4 , +15/7, -9/18, ….

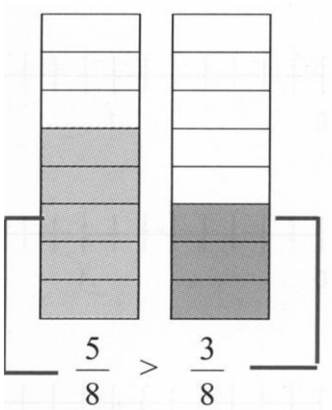
In generale, quindi, un numero razionale è una classe di frazione equivalenti in cui numeratore e denominatore sono numeri interi (relativi). L'insieme dei razionali si indica con $\mathbb{Q}$

$\mathbb{Q}$ è quindi un AMPLIAMENTO di $\mathbb{Z}$: infatti a ciascuna frazione con denominatore 1 corrisponde un numero intero

CONFRONTRO TRA NUMERI RAZIONALI

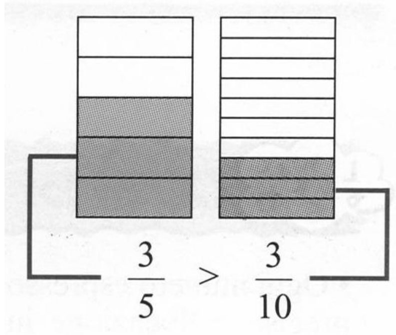
⇨ FRAZIONI CON UGUALE DENOMINATORE:

$$\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$$



Se due frazioni hanno lo stesso denominatore, è MAGGIORE quella con **numeratore** più grande

⇨ **FRAZIONI CON UGUALE NUMERATORE:**



$$\frac{5}{4} > \frac{5}{8}$$

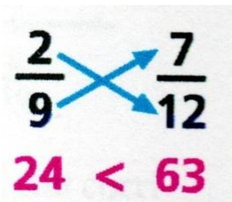
Se due frazioni hanno lo stesso numeratore, è **MAGGIORE quella con denominatore più piccolo**

⇨ **CASO GENERALE**

IN GENERALE, se numeratore e denominatore sono diversi, dobbiamo RIDURRE le frazioni allo stesso denominatore. Come? Calcolando in minimo denominatore comune, ovvero il m.c.m. dei denominatori.

Per confrontare due o più frazioni occorre trovare per ciascuna di esse una frazione equivalente, in modo che queste abbiano lo stesso denominatore.

Date due frazioni positive, possiamo confrontarle anche con il cosiddetto prodotto in croce. Chiamiamo diagonale principale quella su cui si trova il numeratore della prima frazione e diagonale secondaria l'altra. Se il prodotto della diagonale principale è minore di quello della seconda, la prima frazione è maggiore della seconda:



Anche nel caso di **FRAZIONI NEGATIVE** la regola resta valida, attribuendo il segno negativo ai numeratori.

Ad esempio, se dobbiamo confrontare $-\frac{1}{5}\ e\ -\frac{2}{7}$ ci basta scrivere $:\frac{-1}{5}\ e\ \frac{-2}{7}$

Effettuando il prodotto in croce otteniamo (-7) e (-10). Siccome (-7) > (-10) abbiamo

$$-\frac{1}{5} > -\frac{2}{7}$$

La regola però "corretta" dice che, dati due numeri razionali NEGATIVI, è MAGGIORE quello con valore assoluto MINORE :

$$-\frac{4}{5} < -\frac{3}{4} \quad poiché \; \left|-\frac{4}{5}\right| > \left|-\frac{3}{4}\right|$$

Ovviamente, se i due numeri sono DISCORDI, ovvero uno è positivo e l'altro è negativo, allora sarà maggiore quello positivo:

$$-\frac{a}{b} < +\frac{a}{b}$$

Ad esempio:

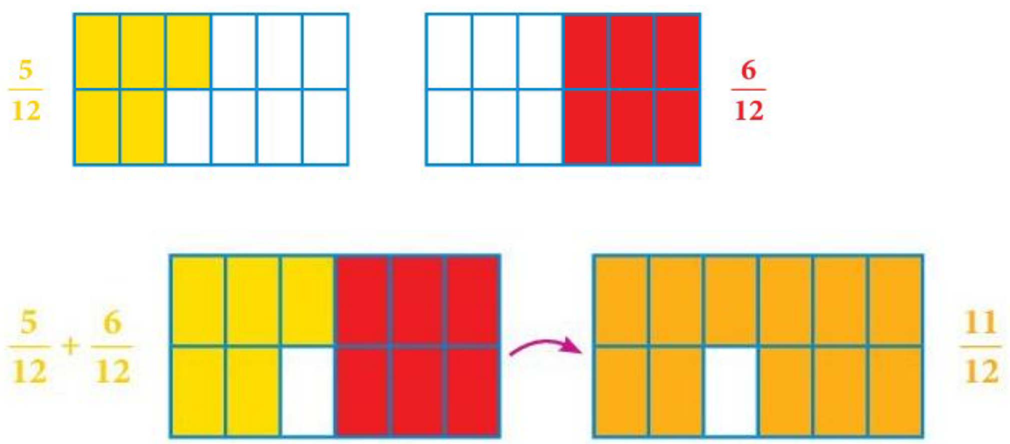
$$-\frac{2}{3} < +\frac{5}{11}$$

OPERAZIONI NELL'INSIEME DEI NUMERI RAZIONALI

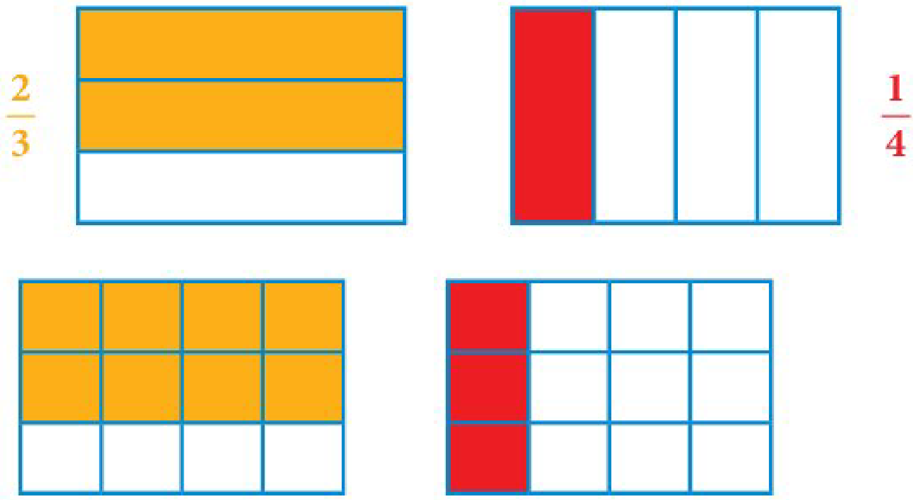
⇨ ADDIZIONE E SOTTRAZIONE

⌛Se le frazioni hanno lo **STESSO DENOMINATORE**, la somma (o la differenza) sarà una frazione avente lo stesso denominatore e per numeratore la somma (o la differenza) dei numeratori

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}.$$



⌛ Se i numeri razionali hanno **DIVERSO DENOMINATORE**, si riducono prima allo stesso denominatore e poi si procede come nel caso precedente



Nell’insieme $\mathbb{Q}$ valgono tutte le proprietà dell’addizione:

- commutativa
- associativa
- esistenza dell’elemento opposto

Vale anche la proprietà invariantiva della sottrazione

⇨MOLTIPLICAZIONE TRA RAZIONALI

$$\frac{a}{b} \circ \frac{c}{b} = \frac{a \circ c}{b \circ d} \quad con\ b, d\ \neq 0.$$

Valgono sempre le stesse proprietà

- Associativa
- Dissociativa
- Commutativa
- Distributiva rispetto alla somma
- Legge di annullamento del prodotto

Semplificare

Nella moltiplicazione di frazioni il numeratore del prodotto si ottiene moltiplicando i numeratori e il denominatore del prodotto si ottiene moltiplicando i denominatori.

Ad esempio:

$$\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{14}\cdot\frac{21}{25}$$

diventa:

$$\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{14}\cdot\frac{21}{25}=\frac{4\cdot5\cdot21}{3\cdot14\cdot25}$$

Anziché svolgere le moltiplicazioni scomponiamo i numeri in fattori primi. Otteniamo:

$$\frac{4\cdot5\cdot21}{3\cdot14\cdot25}=\frac{2\cdot2\cdot5\cdot3\cdot7}{3\cdot2\cdot7\cdot5\cdot5}$$

In questo modo la semplificazione può essere svolta in maniera più semplice, basta dividere sia il numeratore sia il denominatore per ciascuno dei numeri primi che compaiono:

$$\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{14}\cdot\frac{21}{25}=\frac{\cancel{2}\cdot2\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{7}}{\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{7}\cdot\cancel{5}\cdot5}=\frac{2}{5}$$

RICORDA: il **RECIPROCO DI UN NUMERO RAZIONALE** n/d è la frazione d/n, ottenuta scambiando numeratore e denominatore.

Ad esempio, il reciproco di ¾ è 4/3

Se moltiplichiamo un numero razionale per il suo reciproco, il risultato è 1:

$$\frac{n}{d} \circ \frac{d}{n} = 1$$

⇨DIVISIONE DI RAZIONALI

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \circ \frac{d}{c} = \frac{a \circ d}{b \circ c} \quad con\ b, c, d \neq 0.$$

Il quoziente di due numeri razionali, con il secondo diverso da zero, è uguale al prodotto del primo per il reciproco del secondo.

In questo modo possiamo sempre effettuare la divisione in $\mathbb{Q}$

Valgono inoltre la proprietà invariantiva e la proprietà distributiva a destra rispetto all'addizione

Ridurre… in fretta

Quando si riduce una frazione ai minimi termini si divide sia il numeratore sia il denominatore per lo stesso numero, finché non hanno più alcun divisore comune. Consideriamo l'esempio:

$$\frac{70}{462} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 2}{11 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{\cancel{7} \cdot 5 \cdot \cancel{2}}{11 \cdot \cancel{7} \cdot 3 \cdot \cancel{2}} = \frac{5}{11 \cdot 3} = \frac{5}{33}$$

Nella riduzione si è semplificato per 7 e per 2. Se moltiplichiamo questi due fattori otteniamo 14. Osservando le scomposizioni in fattori primi di 70 e 462 notiamo che $2 \cdot 7 = 14$ è il Massimo Comun Divisore tra i due numeri.
In generale data una qualunque frazione si ottiene la frazione ridotta ai minimi termini dividendo il numeratore e il denominatore per il loro Massimo Comun Divisore.

INDICA NELLE SEGUENTI COPPIE DI FRAZIONI, QUAL E' LA MAGGIORE

$\frac{1}{4}\square\frac{1}{8}$ $\frac{2}{5}\square\frac{3}{10}$ $\frac{7}{12}\square\frac{9}{24}$ $\frac{11}{18}\square\frac{21}{36}$

$\frac{5}{6}\square\frac{13}{18}$ $\frac{3}{4}\square\frac{13}{16}$ $\frac{1}{7}\square\frac{7}{42}$ $\frac{5}{10}\square\frac{7}{20}$

$\frac{3}{5}\square\frac{5}{7}$ $\frac{3}{10}\square\frac{2}{9}$ $\frac{7}{15}\square\frac{6}{14}$ $\frac{13}{21}\square\frac{7}{10}$

$\frac{13}{10}\square\frac{26}{5}$ $\frac{11}{15}\square\frac{7}{8}$ $\frac{14}{9}\square\frac{21}{14}$ $\frac{11}{21}\square\frac{19}{16}$

$\frac{13}{24}\square\frac{17}{80}$ $\frac{21}{20}\square\frac{38}{40}$ $\frac{19}{56}\square\frac{20}{60}$ $\frac{61}{90}\square\frac{49}{100}$

Inserisci tra le seguenti coppie di frazioni il segno >, <, =.

336 $\frac{10}{20}\dots\frac{1}{3}$ $\frac{15}{3}\dots\frac{3}{5}$ $\frac{1}{6}\dots\frac{2}{12}$

337 $\frac{7}{1}\dots\frac{7}{2}$ $\frac{1}{7}\dots\frac{2}{7}$ $\frac{5}{6}\dots\frac{6}{5}$

338 $\frac{13}{2}\dots\frac{14}{3}$ $\frac{1}{3}\dots\frac{2}{6}$ $\frac{1}{6}\dots\frac{2}{12}$

339 $\frac{90}{72}\dots\frac{88}{33}$ $\frac{60}{70}\dots\frac{50}{80}$ $\frac{1}{4}\dots\frac{1}{3}$

340 $\frac{84}{24}\dots\frac{100}{200}$ $\frac{24}{56}\dots\frac{23}{13}$ $\frac{24}{2}\dots\frac{12}{1}$

341 $\frac{89}{8}\dots\frac{8}{89}$ $\frac{1000}{10}\dots\frac{10}{1000}$ $\frac{6}{7}\dots\frac{7}{6}$

342 $\frac{121}{34}\dots\frac{67}{7}$ $\frac{4}{5}\dots\frac{8}{10}$ $\frac{23}{23}\dots\frac{44}{44}$

343 $\frac{120}{12}\dots\frac{11}{11}$ $\frac{45}{5}\dots\frac{125}{5}$ $\frac{46}{12}\dots\frac{122}{22}$

Disponi in ordine crescente le seguenti frazioni.

344 $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$

345 $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{12}$ $\frac{23}{7}$

346 2 $\frac{5}{2}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{9}{4}$ $\frac{11}{5}$

347 $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{16}$ $\frac{5}{9}$

348 $\frac{11}{3}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{5}{2}$ 3 $\frac{7}{10}$

349 $\frac{6}{5}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{10}{20}$ $\frac{32}{2}$ $\frac{45}{13}$

RISOLVI LE SEGUENTI ESPRESSIONI CON LE FRAZIONI

A. $\frac{1}{2}+\left[\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\cdot\left(1+\frac{2}{3}\right)+2:\left(1-\frac{1}{3}\right)\right]\cdot\left(\frac{6}{5}-1\right):\frac{1}{5}$ [R : 9/2]

B. $2-\left[\left(3-\frac{1}{5}\right):\left(2+\frac{4}{5}\right)+\frac{1}{3}\right]\cdot\left(1-\frac{5}{8}\right)+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{2}{4}$ [R : 7/4]

C. $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right):\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right):\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right)\right]+\frac{1}{6}$ [R : 13/30]

D. $\frac{3}{4}:\frac{1}{2}+\frac{15}{2}:\left[\left(\frac{7}{4}\cdot\frac{1}{21}+\frac{5}{12}\right):\left(1-\frac{3}{4}\right)+1\right]-\frac{1}{5}$ [R : 19/5]

E. $\left[\frac{3}{5}\cdot\left(2-\frac{1}{3}\right):\frac{1}{15}:\left(5+\frac{1}{3}\right)\right]:\left(\frac{13}{8}+\frac{7}{4}\right)+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$ [R : 8/7]

F. $\left[\left(\frac{18}{4}-\frac{1}{4}\right)-\frac{8}{7}-\frac{3}{4}\right]:\left(\frac{12}{7}+2\right)+\left(\frac{3}{2}-\frac{7}{11}+\frac{3}{22}\right)\cdot\frac{1}{4}+\frac{3}{3}$ [R : 49/26]

G. $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)-\left[\left(\frac{8}{13}\cdot\frac{26}{5}+\frac{1}{20}+\frac{5}{16}\cdot\frac{12}{5}\right):\frac{40}{3}-\frac{1}{10}\right]+2$ [R : 32/15]

H. $\left[\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{2}\right):\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)+\frac{24}{7}\cdot\frac{7}{6}+3\right]\cdot\frac{1}{100}$ [R : 9/100]

I. $\left\{\left[\left(\frac{1}{5}+\frac{7}{15}-\frac{2}{25}\right):\left(1-\frac{3}{25}\right)+\frac{13}{15}\right]-\frac{2}{3}\right\}:\frac{11}{15}+\frac{1}{11}$ [R:1/11]

J. $\left\{\frac{8}{3}+\frac{22}{3}:\left[\left(\frac{7}{12}+\frac{7}{10}-\frac{1}{3}\right):\frac{171}{60}-\frac{1}{6}\right]\right\}\cdot\frac{12}{5}$ [R:112]

K. $\left\{\frac{8}{3}+\frac{5}{4}:\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{6}{25}\right):\left(1+\frac{1}{25}\right)+\frac{1}{4}\right]-\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{2}\right)\right\}:\left(2-\frac{3}{5}+\frac{3}{10}\right)$ [R:1/3]

L. $\left\{\frac{15}{4}:2+\frac{41}{10}:\left[\left(\frac{11}{4}-\frac{3}{2}+\frac{5}{12}\right)-\left(\frac{7}{8}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\frac{5}{8}\right]\right\}:3$ [R:13/8]

M. $\left\{\left(\frac{3}{5}:2+\frac{3}{4}-\frac{2}{5}\right):\left[\frac{5}{4}-\left(\frac{1}{3}:\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)\right]\right\}+\frac{1}{20}-\frac{1}{2}$ [R:3/20]

N. $\left\{\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right):\frac{1}{16}\right]+\frac{1}{8}\right\}\cdot\frac{1}{100}+\frac{5}{32}$ [R:3/16]

La linea di frazione

Consideriamo la seguente espressione:

$$\frac{1-\frac{3}{7}+\frac{5}{14}}{\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{2}+\frac{4}{7}}$$

In questo caso sia a numeratore sia a denominatore si trova un'espressione con le frazioni. Svolgendole otteniamo:

$$\frac{1-\frac{3}{7}+\frac{5}{14}}{\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{2}+\frac{4}{7}}=\frac{\frac{14}{14}-\frac{6}{14}+\frac{5}{14}}{\frac{2}{3}+\frac{4}{7}}=\frac{\frac{13}{14}}{\frac{14}{21}+\frac{12}{21}}=\frac{\frac{13}{14}}{\frac{26}{21}}$$

Ricordiamo che la linea di frazione indica l'operazione della divisione, per ottenere il risultato occorre calcolare:

$$\frac{13}{14}:\frac{26}{21}$$

ovvero:

$$\frac{13}{14}:\frac{26}{21}=\frac{13}{14}\cdot\frac{21}{26}=\frac{3}{2}$$

RISOLVI LE SEGUENTI ESPRESSIONI FRAZIONARIE

$$\frac{1+\frac{2}{3}\cdot 6\cdot\frac{9}{4}}{1-\frac{1}{6}} \qquad [R: 12]$$

$$\frac{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-4\cdot\frac{1}{8}}{\frac{1}{5}-\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{8}} \qquad [R: \frac{20}{3}]$$

$$\frac{\left(3+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)}{\left(3-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(3-\frac{1}{5}\right)} \qquad [R: \frac{3}{8}]$$

$$\frac{3-\frac{5}{4}}{3+\frac{3}{6}}+\frac{1-\frac{1}{3}}{4-\frac{7}{3}} \qquad [R: \frac{9}{10}]$$

$$\frac{3}{4}+\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}+1 \qquad [R: \frac{27}{4}]$$

$$\frac{\left(2-\frac{4}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)}{\left(\frac{8}{5}+\frac{3}{4}-\frac{3}{10}\right):\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{10}\right)\cdot\frac{3}{82}} \qquad [R: 3]$$

$$\frac{\left[\left(\frac{1}{3}+\frac{11}{5}-\frac{7}{5}\right)-\left(\frac{21}{5}-\frac{15}{7}-\frac{4}{3}\right)\right]:\frac{43}{35}}{\left[\left(\frac{5}{6}:\frac{5}{2}+\frac{2}{3}\right):\frac{1}{5}+3\right]\cdot\frac{3}{8}} \qquad [R: \frac{1}{9}]$$

$$\frac{\left\{\frac{4}{3}-\frac{2}{7}-\left[\frac{8}{21}+\frac{3}{7}+\frac{1}{2}-\left(\frac{5}{14}+\frac{1}{7}\right)\right]\right\}:\frac{25}{21}}{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{7}{2}+\frac{4}{5}-\left(3+\frac{1}{2}\right)\right]} \qquad R: \frac{1}{2}$$

$$\frac{\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^5:\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot\left[\left(\frac{3}{4}\right)^8:\left(\frac{3}{4}\right)^6-\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{6}\right)^2\right\}:\frac{4}{9}}{\left[\left(\frac{8}{6}-\frac{1}{6}-\frac{2}{8}\right)\cdot\frac{9}{22}+\left(1-\frac{1}{18}-\frac{4}{6}\right)\cdot\frac{9}{4}:\frac{5}{3}\right]:\frac{1}{2}-1} \qquad R: \frac{1}{4}$$

POTENZA IN $\mathbb{Q}$

Dato un numero naturale n, la potenza n-sima di una frazione è una frazione avente per numeratore la potenza del numeratore e per denominatore la potenza del denominatore

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} con\ b\ \neq 0$$

POTENZE CON ESPONENTE NEGATIVO

In $\mathbb{Q}$ possiamo definire anche le potenze con esponente negativo. Infatti la potenza di un numero razionale con esponente intero negativo è una potenza che ha per base il RECIPROCO del numero razionale dato e per esponente l'opposto dell'esponente:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n} con\ a, b\ \neq 0$$

RISOLVI LE SEGUENTI ESPRESSIONI, APPLICANDO, DOVE POSSIBILE, LE PROPRIETA' DELLE POTENZE

- $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{6}\right)^2\right] : \left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^2\right] \cdot \left(1-\frac{1}{4}\right)$ R : 1
- $\left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left[\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right) : \frac{1}{5} - \frac{3}{4} + \frac{15}{5} \cdot \left(\frac{8}{7}+\frac{1}{7}\right)\right]$ $R: \frac{1}{27}$
- $\left[\left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2\right] : \left[\left(\frac{11}{4}\right)^2 : \left(2+\frac{3}{4}\right)\right] \cdot \frac{11}{4} + \frac{1}{2}$ $R: \frac{3}{2}$
- $\left[\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}+1\right)^2 - \left(1+\frac{5}{16}\right)\right]^2 \cdot \left(1+\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{3}{9}$ $R: \frac{1}{9}$
- $\left[3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 - \frac{1}{10}\right] : \left[\left(\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{10}\right] \cdot \frac{37}{9}$ $R: \frac{1}{3}$
- $\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^4 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left[1 : \left(1+\frac{2}{9}\right)\right] - \frac{1}{2}\right\} : \left(1+\frac{1}{3}\right)$ $R: \frac{27}{44}$
- $\left\{\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \frac{3}{10} - \frac{1}{5}\right] - \frac{1}{10}\right\} \cdot \frac{10}{3}$ $R: \frac{1}{30}$
- $\frac{5}{3} : \left\{\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \left[2 + \frac{5}{6} : \left(2+\frac{4}{3}\right)\right]\right\} - \frac{1}{9}$ $R: \frac{1}{3}$
- $\left\{\left[5 - 2 \cdot \left(1+\frac{3}{4}\right)\right]^2 - \left(1-\frac{1}{4}\right)^2\right\} : \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 : \left(\frac{5}{2}\right)^2$ $R: \frac{25}{2}$
- $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] : \left(\frac{1}{2}\right)^3$ $R: \left(\frac{1}{2}\right)^4$

- $\left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{10}\right)^2 : \left(\frac{1}{10}\right)\right] \quad R\!: \left(\frac{1}{10}\right)^3$
- $\left[\left(\frac{2}{7}\right)^7 : \left(\frac{2}{7}\right)^2\right] \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3 \quad R\!: \left(\frac{2}{7}\right)^6$
- $\left[\left(\frac{5}{3}\right)^8 : \left(\frac{5}{3}\right)^3\right] : \left[\left(\frac{5}{3}\right)^4 \cdot \frac{5}{3}\right] \quad R\!: 1$
- $\left[\left(\frac{9}{5}\right)^7 : \left(\frac{9}{5}\right)^5\right] : \left[\left(\frac{9}{5}\right)^3 : \left(\frac{9}{5}\right)^2\right] \quad R\!: \frac{9}{5}$
- $\left[\left(\frac{2}{7}\right)^4 : \left(\frac{2}{7}\right)\right]^2 \cdot \left[\left(\frac{2}{7}\right)^5 \cdot \frac{2}{7}\right] : \left[\left(\frac{2}{7}\right)^4\right]^3 + 1 \quad R\!: 2$
- $\left[\left(\frac{5}{4}\right)^5 : \left(\frac{5}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3\right]^2 : \left[\left(\frac{5}{4}\right)^4 \cdot \frac{5}{4}\right]^0 \quad R\!: \left(\frac{5}{4}\right)^8$
- $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^7 : \left(\frac{3}{5}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4\right]^4 : \left[\left(\frac{3}{5}\right)^4 : \left(\frac{3}{5}\right)^3\right]^3 : \left[\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^2 \quad R\!: \left(\frac{3}{5}\right)^9$
- $\left\{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^4 : \left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^5\right\}^2 : \left\{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^6\right]^3\right\}^0 \quad R\!: \left(\frac{1}{3}\right)^{20}$
- $\left\{\left[\left(\frac{8}{11}\right)^4\right]^3 : \left[\left(\frac{8}{11}\right)^2\right]^5\right\}^{10} : \left\{\left[\left(\frac{8}{11}\right)^1\right]^2 : \frac{8}{11}\right\}^2 \quad R\!: \left(\frac{8}{11}\right)^2$
- $\left\{\left[\left(\frac{3}{100}\right)^6\right]^2\right\}^0 \cdot \left\{\left[\left(\frac{3}{100}\right)^5\right]^0\right\}^4 \cdot \left[\left(\frac{3}{100}\right)^2\right]^2 \quad R\!: \left(\frac{3}{100}\right)^4$

Dalla ***frazione*** *al* ***numero decimale***

		Se il denominatore contiene:
Numeri decimali **limitati**	$\frac{9}{2} = 4,5$	**solo** i fattori primi **2** o **5** o **entrambi**
Numeri decimali **illimitati periodici semplici**	$\frac{7}{3} = 2,\overline{3}$	fattori primi **diversi da 2** o **5.**
Numeri decimali **illimitati periodici misti**	$\frac{13}{6} = 2,1\overline{6}$ $6 \to 3 \times 2$	fattori primi **2** o **5** o **entrambi, insieme** ad **altri fattori.**

Dal ***numero decimale*** *alla* ***frazione***

Al numeratore scrivo:		*Al denominatore metto:*
numero senza virgola *meno* il **numero prima del periodo**	$2,\overline{3} = \frac{23-2}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$ periodo $1,2\overline{3} = \frac{123-12}{90} = \frac{111}{90} = \frac{37}{30}$ antiperiodo	**tanti 9** quante sono le cifre del **periodo** e **tanti 0** quante sono le cifre dell'**antiperiodo**