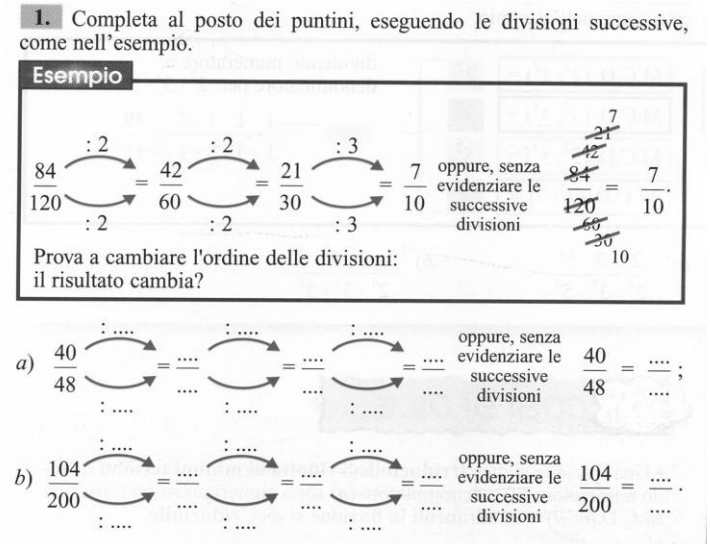
ESERCIZI : RIDURRE UNA FRAZIONE (pag 6)

1) COMPLETA AL POSTO DEI PUNTINI …



1. Completa al posto dei puntini, eseguendo le divisioni successive, come nell'esempio.

Esempio

$$\frac{84}{120} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \frac{42}{60} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \frac{21}{30} \overset{:3}{\underset{:3}{=}} \frac{7}{10}$$

oppure, senza evidenziare le successive divisioni

$$\frac{\begin{array}{c}7\\ \cancel{21}\\ \cancel{42}\\ \cancel{84}\end{array}}{\begin{array}{c}\cancel{120}\\ \cancel{60}\\ \cancel{30}\\ 10\end{array}} = \frac{7}{10}.$$

Prova a cambiare l'ordine delle divisioni: il risultato cambia?

a) $\frac{40}{48} \overset{:....}{\underset{:....}{=}} \frac{....}{....} \overset{:....}{\underset{:....}{=}} \frac{....}{....} \overset{:....}{\underset{:....}{=}} \frac{....}{....}$ oppure, senza evidenziare le successive divisioni $\frac{40}{48} = \frac{....}{....}$;

b) $\frac{104}{200} \overset{:....}{\underset{:....}{=}} \frac{....}{....} \overset{:....}{\underset{:....}{=}} \frac{....}{....} \overset{:....}{\underset{:....}{=}} \frac{....}{....}$ oppure, senza evidenziare le successive divisioni $\frac{104}{200} = \frac{....}{....}$.

Vi indico la frazione ridotta ai minimi termini, dopo aver diviso numeratore e denominatore per il loro M.C.D:

$$\frac{40}{48} = \frac{40:8}{48:8} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{104}{200} = \frac{104:8}{200:8} = \frac{13}{25}$$

3) RIDUCI LE SEGUENTI FRAZIONI DOPO AVER CALCOLATO M.C.D.

$$\frac{84}{150} \Rightarrow M.C.D.(84{,}150) = 6 \Rightarrow \frac{84:6}{150:6} = \frac{14}{25}$$

$$\frac{112}{32} \Rightarrow M.C.D.(112{,}32) = 16 \Rightarrow \frac{112:16}{32:16} = \frac{7}{2}$$

Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni, nel modo che ritieni più opportuno:

- $\frac{21}{105}; \frac{45}{270}; \frac{90}{243}; \frac{99}{110}; \frac{9}{111}$

Vi do i risultati delle frazioni ridotte, con indicate le divisioni effettuate

$$\frac{21}{105} = \frac{21:21}{105:21} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{45}{270}=\frac{45:45}{270:45}=\frac{1}{6}$$

$$\frac{90}{243}=\frac{90:9}{243:9}=\frac{10}{27}$$

$$\frac{99}{110}=\frac{99:11}{110:11}=\frac{9}{10}$$

$$\frac{9}{111}=\frac{9:3}{111:3}=\frac{3}{37}$$

- $\frac{22}{24};\frac{30}{225};\frac{105}{150};\frac{160}{240};\frac{81}{48}$

$$\frac{22}{24}=\frac{22:2}{24:2}=\frac{11}{12}$$

$$\frac{30}{225}=\frac{30:15}{225:15}=\frac{2}{15}$$

$$\frac{105}{150}=\frac{105:15}{150:15}=\frac{7}{10}$$

$$\frac{160}{240}=\frac{160:80}{240:80}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{81}{48}=\frac{81:3}{48:3}=\frac{27}{16}$$

- $\mathbf{\frac{39}{60};\frac{117}{180};\frac{135}{405};\frac{420}{600};\frac{700}{560}}$

$$\frac{39}{60}=\frac{39:3}{60:3}=\frac{13}{20}$$

$$\frac{117}{180}=\frac{117:9}{180:9}=\frac{13}{20}$$

$$\frac{135}{405}=\frac{135:135}{405:135}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{420}{600}=\frac{420:60}{600:60}=\frac{7}{10}$$

$$\frac{700}{560}=\frac{700:140}{560:140}=\frac{5}{4}$$

- $\mathbf{\frac{228}{81};\frac{37}{185};\frac{126}{99};\frac{205}{155};\frac{120}{150}}$

$$\frac{228}{81} = \frac{228:3}{81:3} = \frac{76}{27}$$

$$\frac{37}{185} = \frac{37:37}{185:37} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{126}{99} = \frac{126:9}{99:9} = \frac{14}{11}$$

$$\frac{205}{155} = \frac{205:5}{155:5} = \frac{41}{31}$$

$$\frac{120}{150} = \frac{120:30}{150:30} = \frac{4}{5}$$

ESERCIZI PAG 13

INDICA NELLE SEGUENTI COPPIE DI FRAZIONI, QUAL E’ LA MAGGIORE

Per risolvere quest’esercizio dobbiamo moltiplicare in croce. Infatti

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow \ ad < bc$$

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Leftrightarrow \ ad > bc$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \ ad = bc$$

$$\frac{1}{4} \boxed{>} \frac{1}{8} \quad \Leftrightarrow 8 > 4$$

$$\frac{2}{5} \boxed{>} \frac{3}{10} \quad infatti\ 20 > 15$$

$$\frac{7}{12} \boxed{>} \frac{9}{24} \quad infatti\ 168 > 108$$

$$\frac{11}{18} \boxed{>} \frac{21}{36}\ infatti\ 396 > 378$$

$$\frac{5}{6} \boxed{>} \frac{13}{18}\ infatti\ 90 > 78$$

$$\frac{3}{4} \boxed{<} \frac{13}{16} \quad infatti\ 48 < 52$$

$$\frac{1}{7} \boxed{<} \frac{7}{42}\ infatti\ 42 < 49$$

$$\frac{5}{10} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \boxed{>} \frac{7}{20} \quad 20 > 14$$

$$\frac{3}{5} \boxed{<} \frac{5}{7} \quad 21 < 25$$

$$\frac{3}{10} \boxed{>} \frac{2}{9} \quad 21 > 20$$

$$\frac{7}{15} \boxed{>} \frac{6}{14} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{7}} \ infatti\ 49 > 45$$

$$\frac{13}{21} \boxed{<} \frac{7}{10} \ infatti\ 130 < 147$$

$$\frac{13}{10} \boxed{<} \frac{26}{5} \ infatti\ 65 < 260$$

$$\frac{11}{15} \boxed{<} \frac{7}{8} \ infatti\ 88 < 105$$

$$\frac{14}{9} \boxed{>} \frac{21}{14} = \frac{3}{2} \quad 28 > 27$$

$$\frac{11}{21} \boxed{<} \frac{19}{16} \ infatti\ 176 < 399$$

$$\frac{13}{24} \boxed{>} \frac{17}{80} \ infatti\ 1040 > 408$$

$$\frac{21}{20} \boxed{>} \frac{38}{40} = \frac{\mathbf{19}}{\mathbf{20}} \ stesso\ denominatore: \text{è}\ maggiore\ quella\ con\ numeratore\ maggiore$$

$$\frac{19}{56} \boxed{>} \frac{20}{60} = \frac{1}{3} \ infatti\ 57 > 56$$

$$\frac{61}{90} \boxed{>} \frac{49}{100} \ infatti\ 6100 > 4410$$

INSERISCI TRA LE SEGUENTI COPPIE DI FRAZIONI IL SEGNO >,<, =

- $\frac{10}{20} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} > \frac{1}{3}$ $Stesso\ numeratore: \text{è}\ maggiore\ quello\ con\ denominatore\ \text{più}\ piccolo$
- $\frac{15}{3} > \frac{3}{5}$ $una\ frazione\ apparente\ \text{è}\ maggiore\ di\ qualsiasi\ frazione\ propria$
- $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$
- $\frac{7}{1} > \frac{7}{2}$ $Stesso\ numeratore: \text{è}\ maggiore\ quello\ con\ denominatore\ \text{più}\ piccolo$
- $\frac{1}{7} < \frac{2}{7}$ $Stesso\ denominatore: \text{è}\ maggiore\ quello\ con\ numeratore\ \text{più}\ grande$

- $\frac{5}{6} < \frac{6}{5}$: $una\ frazione\ impropria$ è $MAGGIORE\ di\ una\ propria$
- $\frac{13}{2} > \frac{14}{3}$: $39 > 28$
- $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$
- $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$
- $\frac{90}{72} < \frac{88}{33} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < \frac{11}{3}$
- $\frac{60}{70} > \frac{50}{80}$ $infatti\ 4800 > 3500$
- $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ $Stesso\ numeratore$: è $maggiore\ quello\ con\ denominatore$ più $piccolo$
- $\frac{84}{24} > \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$ $una\ frazione\ impropria$ è $MAGGIORE\ di\ una\ propria$
- $\frac{24}{56} < \frac{23}{13}$ $una\ frazione\ impropria$ è $MAGGIORE\ di\ una\ propria$
- $\frac{24}{2} = \frac{12}{1}$
- $\frac{89}{8} > \frac{8}{89}$ $una\ frazione\ impropria$ è $MAGGIORE\ di\ una\ propria$
- $\frac{1000}{10} > \frac{10}{1000}$ $una\ frazione\ apparente$ è $MAGGIORE\ di\ una\ propria$
- $\frac{6}{7} < \frac{7}{6}$ $una\ frazione\ impropria$ è $MAGGIORE\ di\ una\ propria$
- $\frac{121}{34} < \frac{67}{7}$ $infatti\ 847 < 2278$
- $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$
- $\frac{23}{23} = \frac{44}{44}$
- $\frac{120}{12} > \frac{11}{11}$
- $\frac{45}{5} < \frac{125}{5}$ $stesso\ denominatore$:
  è più $grande\ la\ frazione\ con\ numeratore\ maggiore$
- $\frac{46}{12} < \frac{122}{22}$

DISPONI IN ORDINE CRESCENTE LE SEGUENTI FRAZIONI

Calcoliamo il mcd e riduciamo tutte le frazioni allo stesso denominatore

m.c.d. (2,5,4,3,6) = 60

$$\frac{1}{2} = \frac{30}{60} \quad \frac{2}{5} = \frac{24}{60} \quad \frac{3}{4} = \frac{45}{60} \quad \frac{2}{3} = \frac{40}{60} \quad \frac{1}{6} = \frac{10}{60}$$

Avendo ora tutte lo stesso denominatore, la minore è quella con numeratore più piccolo e la più grande è quella con il numeratore maggiore. Risulta perciò

$$\frac{1}{6}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$$

- $\mathbf{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{12}, \frac{23}{7}}$

Innanzitutto osserviamo che

$2/12 = 1/6$

Risulta perciò

m.c.d.$(2,5,6,7) = 210$

Abbiamo quindi

$$\frac{3}{2} = \frac{315}{210}, \qquad \frac{5}{2} = \frac{525}{210}, \qquad \frac{3}{5} = \frac{126}{210}, \qquad \frac{2}{12} = \frac{1}{6} = \frac{35}{210}, \qquad \frac{23}{7} = \frac{690}{210}$$

Abbiamo perciò

$$\frac{2}{12}, \frac{3}{5}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{23}{7}$$

$$\mathbf{2, \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{9}{4}, \frac{11}{5}}$$

Calcoliamo

m.c.d.$(2,3,4,5) = 60$

Abbiamo perciò

$$2 = \frac{120}{60}, \qquad \frac{5}{2} = \frac{150}{60}, \qquad \frac{7}{3} = \frac{140}{60}, \qquad \frac{9}{4} = \frac{135}{60}, \qquad \frac{11}{5} = \frac{132}{60}$$

$$2, \frac{9}{4}, \frac{7}{3}, \frac{11}{5}, \frac{5}{2}$$

$$\mathbf{\frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{1}{10}, \frac{2}{16}, \frac{5}{9}}$$

Osserviamo che

$2/16= 1/8$

Possiamo quindi calcolare m.c.d. $(8,4,10,9) = 360$

Per cui :

$$\frac{5}{8} = \frac{225}{360}, \qquad \frac{3}{4} = \frac{270}{360}, \qquad \frac{1}{10} = \frac{36}{360}, \qquad \frac{2}{16} = \frac{1}{8} = \frac{45}{360}, \qquad \frac{5}{9} = \frac{200}{360}$$

$$\frac{1}{10}, \frac{2}{16}, \frac{5}{9}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}$$

- $\frac{11}{3}, \frac{3}{6}, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{10}$

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

per cui m.c.d.(2,3,10) = 30

Di conseguenza

$$\frac{11}{3} = \frac{110}{30}, \qquad \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \frac{15}{30}, \qquad \frac{5}{2} = \frac{75}{30}, \qquad 3 = \frac{90}{30}, \qquad \frac{7}{10} = \frac{21}{30}$$

Abbiamo perciò

$$\frac{3}{6}, \frac{7}{10}, \frac{5}{2}, 3, \frac{11}{3}$$

- $\frac{6}{5}, \frac{5}{12}, \frac{10}{20}, \frac{32}{2}, \frac{45}{13}$

osserviamo che

$$\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

e che

$$\frac{32}{2} = 16$$

Calcoliamo m.c.d.(5,12,2, 13) =780

$$\frac{6}{5} = \frac{936}{780}, \qquad \frac{5}{12} = \frac{325}{780}, \qquad \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = \frac{390}{780}, \qquad \frac{32}{2} = 16 = \frac{12\,480}{780}, \qquad \frac{45}{13} = \frac{2\,700}{780}$$

Abbiamo dunque

$$\frac{5}{12}, \frac{10}{20}, \frac{6}{5}, \frac{45}{13}, \frac{32}{2}$$

da pag. 14: RISOLVI LE SEGUENTI ESPRESSIONI CON LE FRAZIONI

a) $\frac{1}{2} + \left[\frac{1}{3} + \frac{2}{5} \cdot \left(1 + \frac{2}{3}\right) + 2 : \left(1 - \frac{1}{3}\right)\right] \cdot \left(\frac{6}{5} - 1\right) : \frac{1}{5}$

Risolviamo innanzitutto le parentesi tonde, in cui sono presenti solo somme e differenze. Per poter sommare tra loro delle frazioni, dobbiamo calcolare m.c.d. dei denominatori. Abbiamo

$$\frac{1}{2}+\left[\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{3+2}{3}\right)+2:\left(\frac{3-1}{3}\right)\right]\cdot\left(\frac{6-5}{5}\right):\frac{1}{5}=\frac{1}{2}+\left[\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{3}+2:\frac{2}{3}\right]\cdot\frac{1}{5}:\frac{1}{5}$$

Eseguiamo ora moltiplicazioni e divisioni, ricordando che nel caso dei numeri razionali, la divisione è sostituita dalla moltiplicazione per il reciproco del divisore:

$$=\frac{1}{2}+\left[\frac{1}{3}+\frac{2}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{5}}{3}+\cancel{2}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}\right]\cdot\frac{1}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{5}}{1}=\frac{1}{2}+\left[\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+3\right]\cdot 1=$$

Notiamo che $1/3+2/3=3/3=1$

per cui la parentesi quadra ci dà come risultato 4. Siccome poi moltiplicando un numero per 1 otteniamo il numero stesso, possiamo eliminare l'ultima moltiplicazione:

$$\frac{1}{2}+4=\frac{1+8}{2}=\frac{9}{2}$$

$$\boldsymbol{b)\ 2-\left[\left(3-\frac{1}{5}\right):\left(2+\frac{4}{5}\right)+\frac{1}{3}\right]\cdot\left(1-\frac{5}{8}\right)+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{2}{4}}$$

Risolviamo le parentesi tonde, eseguendo le somme al loro interno e riduciamo ai minimi termini l'ultima frazione:

$$2-\left[\frac{14}{5}:\frac{14}{5}+\frac{1}{3}\right]\cdot\frac{3}{8}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$$

possiamo semplificare +1/2 e -1/2. Inoltre sappiamo che moltiplicare un numero per il suo reciproco dà come risultato 1. Abbiamo perciò

$$2-\left[1+\frac{1}{3}\right]\cdot\frac{3}{8}+\frac{1}{4}=2-\frac{4}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{8}}+\frac{1}{4}=2-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{8-2+1}{4}=\frac{7}{4}$$

$$\boldsymbol{c)\ \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right):\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right):\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right)\right]+\frac{1}{6}}$$

Risolviamo le parentesi tonde, eseguendo le somme al loro interno

$$\left(\frac{3-2}{6}\right):\left[\left(\frac{3+2}{6}\right):\left(\frac{3+4+1}{6}\right)\right]+\frac{1}{6}$$

Abbiamo quindi :

$$\frac{1}{6}:\left[\frac{5}{6}:\frac{8}{6}\right]+\frac{1}{6}=\frac{1}{6}:\left[\frac{5}{\cancel{6}}\cdot\frac{\cancel{6}}{8}\right]+\frac{1}{6}=\frac{1}{6}\cdot\frac{8}{5}+\frac{1}{6}=\frac{4}{15}+\frac{1}{6}=\frac{8+5}{30}=\frac{13}{30}$$

- $\frac{3}{4}:\frac{1}{2}+\frac{15}{2}:\left[\left(\frac{\cancel{7}}{4}\cdot\frac{1}{\cancel{21}}+\frac{5}{12}\right):\left(1-\frac{3}{4}\right)+1\right]-\frac{1}{5}$

$$\frac{3}{\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{2}}{1}+\frac{15}{2}:\left[\left(\frac{1}{12}+\frac{5}{12}\right):\left(\frac{4-3}{4}\right)+1\right]-\frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{2}+\frac{15}{2}:\left[\frac{6}{12}\cdot\frac{4}{1}+1\right]-\frac{1}{5}=\frac{3}{2}+\frac{15}{2}:[2+1]-\frac{1}{5}=\frac{3}{2}+\frac{15}{2}\cdot\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}-\frac{1}{5}=\frac{3}{2}+\frac{5}{2}-\frac{1}{5}$$

$$=4-\frac{1}{5}=\frac{19}{5}$$

$$d)\ \left[\frac{3}{5}\cdot\left(2-\frac{1}{3}\right):\frac{1}{15}:\left(5+\frac{1}{3}\right)\right]:\left(\frac{13}{8}+\frac{7}{4}\right)+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$$

$$\left[\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{6-1}{3}\right)\cdot\frac{15}{1}:\left(\frac{16}{3}\right)\right]:\left(\frac{13+14}{8}\right)+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}=$$

$$\left[\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{3}\cdot\frac{15}{1}\cdot\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{16}}\right]\cdot\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{27}}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}=\frac{45}{16}\cdot\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{27}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{7}}=\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{7}}=\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{7}}=\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{7}}$$

$$e)\ \left[\left(\frac{18}{4}-\frac{1}{4}\right)-\frac{8}{7}-\frac{3}{4}\right]:\left(\frac{12}{7}+2\right)+\left(\frac{3}{2}-\frac{7}{11}+\frac{3}{22}\right)\cdot\frac{1}{4}+\frac{3}{3}$$

$$\left[\frac{17}{4}-\frac{8}{7}-\frac{3}{4}\right]:\left(\frac{12+14}{7}\right)+\left(\frac{33-14+3}{22}\right)\cdot\frac{1}{4}+1$$

$$\left[\frac{14}{4}-\frac{8}{7}\right]:\left(\frac{26}{7}\right)+\left(\frac{22}{22}\right)\cdot\frac{1}{4}+1=\left(\frac{7}{2}-\frac{8}{7}\right)\cdot\frac{7}{26}+\frac{1}{4}+1=$$

$$\frac{33}{14}\cdot\frac{7}{26}+\frac{1}{4}+1=\frac{33}{52}+\frac{1}{4}+1=49/26$$

$$\mathbf{f)}\ \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)-\left[\left(\frac{8}{13}\cdot\frac{26}{5}+\frac{1}{20}+\frac{5}{16}\cdot\frac{12}{5}\right):\frac{40}{3}-\frac{1}{10}\right]+2$$

[R : 32/15]

$$\left(\frac{3-1}{6}\right)-\left[\left(\frac{16}{5}+\frac{1}{20}+\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{3}{40}-\frac{1}{10}\right]+2=$$

$$=\frac{1}{3}-\left[\left(\frac{64+1+15}{20}\right)\cdot\frac{3}{40}-\frac{1}{10}\right]+2=$$

$$=\frac{1}{3}-\left[\frac{80}{20}\cdot\frac{3}{40}-\frac{1}{10}\right]+2=$$

$$=\frac{1}{3}-\left[\frac{3}{10}-\frac{1}{10}\right]+2=\frac{1}{3}-\frac{2}{10}+2=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+2=\frac{5-3+30}{15}=\frac{32}{15}$$

$$\mathbf{g)}\ \left[\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{2}\right):\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)+\frac{24}{7}\cdot\frac{7}{6}+3\right]\cdot\frac{1}{100}$$

[R : 9/100]

$$\left[\left(\frac{1+5}{10}\right):\left(\frac{5-2}{10}\right)+4+3\right]\cdot\frac{1}{100}$$

$$\left[\frac{6}{10}:\left(\frac{3}{10}\right)+7\right]\cdot\frac{1}{100}$$

$$\left[\frac{6}{10}\cdot\left(\frac{10}{3}\right)+7\right]\cdot\frac{1}{100}=9/100$$

h) $\left\{\left[\left(\frac{1}{5}+\frac{7}{15}-\frac{2}{25}\right):\left(1-\frac{3}{25}\right)+\frac{13}{15}\right]-\frac{2}{3}\right\}:\frac{11}{15}+\frac{1}{11}$ **[R:14/11]**

$$\left\{\left[\left(\frac{15+35-6}{75}\right):\left(\frac{22}{25}\right)+\frac{13}{15}\right]-\frac{2}{3}\right\}\cdot\frac{15}{11}+\frac{1}{11}$$

$$\left\{\left[\left(\frac{15+35-6}{75}\right):\left(\frac{22}{25}\right)+\frac{13}{15}\right]-\frac{2}{3}\right\}\cdot\frac{15}{11}+\frac{1}{11}$$

$$\left\{\left[\frac{44}{75}\cdot\left(\frac{25}{22}\right)+\frac{13}{15}\right]-\frac{2}{3}\right\}\cdot\frac{15}{11}+\frac{1}{11}$$

$$\left\{\left[\frac{2}{3}+\frac{13}{15}\right]-\frac{2}{3}\right\}\cdot\frac{15}{11}+\frac{1}{11}$$

$$\frac{13}{15}\cdot\frac{15}{11}+\frac{1}{11}=14/11$$

i) $\left\{\frac{8}{3}+\frac{22}{3}:\left[\left(\frac{7}{12}+\frac{7}{10}-\frac{1}{3}\right):\frac{171}{60}-\frac{1}{6}\right]\right\}\cdot\frac{12}{5}$ [R:112]

$$\left\{\frac{8}{3}+\frac{22}{3}:\left[\left(\frac{57}{60}\right):\frac{171}{60}-\frac{1}{6}\right]\right\}\cdot\frac{12}{5}$$

$$\left\{\frac{8}{3}+\frac{22}{3}:\left[\left(\frac{57}{60}\right)\cdot\frac{60}{171}-\frac{1}{6}\right]\right\}\cdot\frac{12}{5}$$

$$\left\{\frac{8}{3}+\frac{22}{3}:\left[\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right]\right\}\cdot\frac{12}{5}$$

$$\left\{\frac{8}{3}+\frac{22}{3}\cdot 6\right\}\cdot\frac{12}{5}=\left\{\frac{8}{3}+44\right\}\cdot\frac{12}{5}=\frac{8+132}{3}\cdot\frac{12}{5}=\frac{140}{3}\cdot\frac{12}{5}=112$$

j) $\left\{\frac{8}{3}+\frac{5}{4}:\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{6}{25}\right):\left(1+\frac{1}{25}\right)+\frac{1}{4}\right]-\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{2}\right)\right\}:\left(2-\frac{3}{5}+\frac{3}{10}\right)$ **[R:1/3]**

k) $\left\{\frac{15}{4}:2+\frac{41}{10}:\left[\left(\frac{11}{4}-\frac{3}{2}+\frac{5}{12}\right)-\left(\frac{7}{8}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\frac{5}{8}\right]\right\}:3$ [R:13/8]

l) $\left\{\left(\frac{3}{5}:2+\frac{3}{4}-\frac{2}{5}\right):\left[\frac{5}{4}-\left(\frac{1}{3}:\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)\right]\right\}+\frac{1}{20}-\frac{1}{2}$ [R:3/20]

m) $\left\{\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right):\frac{1}{16}\right]+\frac{1}{8}\right\}\cdot\frac{1}{100}+\frac{5}{32}$ [R:3/16]

DA PAG. 16 : RISOLVI LE SEGUENTI ESPRESSIONI FRAZIONARIE

- $\frac{1+\frac{2}{3}\cdot 6\cdot\frac{9}{4}}{1-\frac{1}{6}}$ $[\boldsymbol{R}\text{: }\mathbf{12}]$

Risolviamo in parallelo numeratore e denominatore:

$$\frac{1+9}{\frac{6-1}{6}}=\frac{10}{1}:\frac{5}{6}=\ 10\cdot\frac{6}{5}=12$$

- $\frac{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-4\cdot\frac{1}{8}}{\frac{1}{5}-\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{8}}$ $\left[R\text{: }\frac{20}{3}\right]$

$$\frac{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-4\cdot\frac{1}{8}}{\frac{1}{5}-\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{8}}=\frac{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}=\frac{2}{3}:\frac{1}{10}=\frac{2}{3}\cdot 10=\frac{20}{3}$$

- $\frac{\left(3+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)}{\left(3-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(3-\frac{1}{5}\right)}$ $\left[\boldsymbol{R}\text{: }\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{8}}\right]$

Risolviamo contemporaneamente numeratore e denominatore:

$$\frac{\left(3+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)}{\left(3-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(3-\frac{1}{5}\right)}=\frac{\left(\frac{6+1}{2}\right)\cdot\left(\frac{4-1}{4}\right)}{\left(\frac{6-1}{2}\right)\cdot\left(\frac{15-1}{5}\right)}=\frac{\frac{7}{2}\cdot\frac{3}{4}}{\frac{5}{2}\cdot\frac{14}{5}}$$

Semplifichiamo in croce le frazioni al denominatore ed eseguiamo la moltiplicazione indicata al denominatore:

$$\frac{\frac{7}{2}\cdot\frac{3}{4}}{\frac{\cancel{5}}{2}\cdot\frac{14}{\cancel{5}}}=\frac{\frac{21}{8}}{7}$$

Ora non ci resta che “ribaltare” il numero che compare al denominatore e moltiplicare quindi il numeratore per questo numero.

Abbiamo che il reciproco di 7 è 1/7! Infatti ogni numero intero può essere visto come una frazione con denominatore unitario:

$$7 = \frac{7}{1}\ (si\ legge\ sette\ primi!)$$

Abbiamo perciò:

$$\frac{\frac{21}{4}}{7} = \frac{21}{8} \cdot \frac{1}{7} = (semplificando\ in\ croce) = \frac{3}{8}$$

- $\dfrac{3-\frac{5}{4}}{3+\frac{3}{6}} + \dfrac{1-\frac{1}{3}}{4-\frac{7}{3}}$ $\qquad\qquad [\boldsymbol{R}: \frac{9}{10}]$

Risolviamo contemporaneamente numeratore e denominatore, svolgendo le operazioni indicate :

$$\frac{3-\frac{5}{4}}{3+\frac{3}{6}} + \frac{1-\frac{1}{3}}{4-\frac{7}{3}} = \frac{\left(\frac{12-5}{4}\right)}{\left(\frac{18+3}{6}\right)} + \frac{\left(\frac{3-1}{3}\right)}{\left(\frac{12-7}{3}\right)} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{21}{6}} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{3}}$$

Calcoliamo il reciproco del denominatore della prima frazione e poi moltiplichiamo il numeratore per questo numero. La seconda frazione contiene due frazioni aventi lo stesso denominatore, per cui possiamo semplificarli direttamente, senza calcolare il reciproco.

Abbiamo:

$$\frac{\frac{7}{4}}{\frac{21}{6}} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{2}{\cancel{4}}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{3}{\cancel{21}}} + \frac{2}{5} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{6}}} + \frac{2}{5} = \frac{1}{2} + \frac{2}{5}$$

Ora non ci resta che eseguire l’ultima somma, dopo aver calcolato il m.c.d. (2,5) = 10

Risulta:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{5+4}{10} = \frac{9}{10}$$

- $\frac{3}{4} + \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} + 1$ $\qquad\qquad [R: \frac{27}{4}]$

Risolviamo innanzitutto la parte frazionaria, eseguendo le due somme indicate:

$$\frac{3}{4}+\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}+1=\frac{3}{4}+\frac{\frac{3+2}{6}}{\frac{3-2}{6}}+1=\frac{3}{4}+\frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{6}}+1$$

Siccome i denominatori della parte frazionaria li semplifichiamo direttamente, senza calcolare prima il reciproco. Otteniamo così

$$\frac{3}{4}+\frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{6}}+1=\frac{3}{4}+\ 5+1=\frac{3}{4}+6=\frac{27}{4}$$

- $\dfrac{\left(2-\frac{4}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)}{\left(\frac{8}{5}+\frac{3}{4}-\frac{3}{10}\right):\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{10}\right)\cdot\frac{3}{82}}$ $\qquad$ $[\boldsymbol{R}:\mathbf{4}]$

Risolviamo prima le parentesi tonde e poi eseguiamo divisioni e moltiplicazioni. Calcoliamo

m.c.d.(3,4,6) = 12

m-c-d-(5,4,10) = 20

$$\frac{\left(2-\frac{4}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)}{\left(\frac{8}{5}+\frac{3}{4}-\frac{3}{10}\right):\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{10}\right)\cdot\frac{3}{82}}=\frac{\left(\frac{10-4}{5}\right)\cdot\left(\frac{8+9-2}{12}\right)}{\left(\frac{32+15-6}{20}\right):\left(\frac{5-1}{20}\right)\cdot\frac{3}{82}}=$$

$$=\frac{\left(\frac{6}{5}\right)\cdot\left(\frac{15}{12}\right)}{\left(\frac{41}{20}\right):\left(\frac{4}{20}\right)\cdot\frac{3}{82}}=$$

Semplifichiamo in croce al numeratore e calcoliamo il reciproco di 4/20 al denominatore. Vi indico le varie semplificazioni in successione. Voi potete farle tutte insieme:

$$\frac{\left(\frac{\cancel{6}}{5}\right)\cdot\left(\frac{15}{\cancel{12}}\right)}{\left(\frac{41}{20}\right):\left(\frac{4}{20}\right)\cdot\frac{3}{82}}=\frac{\left(\frac{1}{\cancel{5}}\right)\cdot\left(\frac{\cancel{15}}{2}\right)}{\left(\frac{41}{\cancel{20}}\right)\cdot\frac{\cancel{20}}{4}\cdot\frac{3}{82}}=\frac{\left(\frac{1}{1}\right)\cdot\frac{3}{2}}{\frac{\cancel{41}}{1}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{\cancel{82}}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{2}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{8}}$$

ora non ci resta che calcolare il reciproco della frazione al denominatore ed eseguire la moltiplicazione

$$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{8}}=\frac{\cancel{3}}{2}\cdot\frac{8}{\cancel{3}}=\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{8}}{1}=4$$

- $\dfrac{\left[\left(\frac{1}{3}+\frac{11}{5}-\frac{7}{5}\right)-\left(\frac{21}{5}-\frac{15}{7}-\frac{4}{3}\right)\right]:\frac{43}{35}}{\left[\left(\frac{5}{6}:\frac{5}{2}+\frac{2}{3}\right):\frac{1}{5}+3\right]\cdot\frac{3}{8}}$ $\qquad$ $\left[\boldsymbol{R}:\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{9}}\right]$

Risolviamo prima le parentesi tonde e poi eseguiamo divisioni e moltiplicazioni. All'interno delle parentesi tonde, naturalmente, dovremo prima calcolare le moltiplicazioni indicate. Per abitudine, sostituisco sempre le divisioni con le moltiplicazioni, per cui calcolo immediatamente il reciproco di 43/35 e di 5/2:

$$\left(\frac{43}{35}\right)^{-1}=\frac{35}{43}\quad\left(\frac{5}{2}\right)^{-1}=\frac{2}{5}$$

Calcoliamo i m.c.d. indicati:

m.c.d.(3,5) = 15

m-c-d-(3, 5,7) = 105

Abbiamo perciò

$$\frac{\left[\left(\frac{1}{3}+\frac{11}{5}-\frac{7}{5}\right)-\left(\frac{21}{5}-\frac{15}{7}-\frac{4}{3}\right)\right]:\frac{43}{35}}{\left[\left(\frac{5}{6}:\frac{5}{2}+\frac{2}{3}\right):\frac{1}{5}+3\right]\cdot\frac{3}{8}}=\frac{\left[\left(\frac{5+33-21}{15}\right)-\left(\frac{441-225-140}{105}\right)\right]\cdot\frac{35}{43}}{\left[\left(\frac{\cancel{5}}{\cancel{6}}\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{5}}+\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{5}{1}+3\right]\cdot\frac{3}{8}}=$$

Svolgiamo i calcoli indicati, ottenendo:

$$=\frac{\left[\frac{17}{15}-\frac{76}{105}\right]\cdot\frac{35}{43}}{\left[\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{5}{1}+3\right]\cdot\frac{3}{8}}=$$

Calcoliamo m.c.d. (15,105) = 105 ed osserviamo che

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{3}=1$$

Abbiamo perciò

$$\frac{\left[\frac{119-76}{105}\right]\cdot\frac{35}{43}}{[1\cdot 5+3]\cdot\frac{3}{8}}=\frac{\frac{\cancel{43}}{\cancel{105}}\cdot\frac{\cancel{35}}{\cancel{43}}}{[5+3]\cdot\frac{3}{8}}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{\cancel{8}}{1}\cdot\frac{3}{\cancel{8}}}=\frac{1}{3}:3=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$$

- $\frac{\left\{\frac{4}{3}-\frac{2}{7}-\left[\frac{8}{21}+\frac{3}{7}+\frac{1}{2}-\left(\frac{5}{14}+\frac{1}{7}\right)\right]\right\}:\frac{25}{21}}{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{7}{2}+\frac{4}{5}-\left(3+\frac{1}{2}\right)\right]}$ $\qquad R:\frac{1}{2}$

Come sempre, iniziamo dalle parentesi tonde, che contengono solo addizioni e sottrazioni. Sostituiamo inoltre 25/21 con il suo reciproco 21/25. Abbiamo:

$$\frac{\left\{\frac{4}{3}-\frac{2}{7}-\left[\frac{8}{21}+\frac{3}{7}+\frac{1}{2}-\left(\frac{5}{14}+\frac{1}{7}\right)\right]\right\}:\frac{25}{21}}{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{7}{2}+\frac{4}{5}-\left(3+\frac{1}{2}\right)\right]}=\frac{\left\{\frac{4}{3}-\frac{2}{7}-\left[\frac{8}{21}+\frac{3}{7}+\frac{1}{2}-\left(\frac{5+2}{14}\right)\right]\right\}\cdot\frac{21}{25}}{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{7}{2}+\frac{4}{5}-\left(\frac{6+1}{2}\right)\right]}$$

Osserviamo che

$$\left(\frac{5+2}{14}\right)=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$$

Per cui risulta :

$$\frac{\left\{\frac{4}{3}-\frac{2}{7}-\left[\frac{8}{21}+\frac{3}{7}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right]\right\}\cdot\frac{21}{25}}{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{7}{2}+\frac{4}{5}-\frac{7}{2}\right]}=\frac{\left\{\frac{4}{3}-\frac{2}{7}-\left[\frac{8}{21}+\frac{3}{7}\right]\right\}\cdot\frac{21}{25}}{\frac{1}{2}\cdot\left[+\frac{4}{5}\right]}$$

La somma di termini opposti è nulla per cui possiamo calcolare m.c.d. (21,7) = 21 ed otteniamo:

$$\frac{\left\{\frac{4}{3}-\frac{2}{7}-\left[\frac{8+9}{21}\right]\right\}\cdot\frac{21}{25}}{\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{4}{5}}=\frac{\left\{\frac{4}{3}-\frac{2}{7}-\frac{17}{21}\right\}\cdot\frac{21}{25}}{\frac{2}{5}}$$

Siccome m.c.d. (3,7,21) = 21, sostituendo a 2/5 il suo reciproco 5/2 otteniamo:

$$\left\{\frac{28-6-17}{21}\right\}\cdot\frac{21}{\cancel{25}}\cdot\frac{\cancel{5}}{2}=\frac{\cancel{5}}{\cancel{21}}\cdot\frac{\cancel{21}}{\cancel{5}}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

- $$\frac{\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^5:\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot\left[\left(\frac{3}{4}\right)^8:\left(\frac{3}{4}\right)^6-\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{6}\right)^2\right\}:\frac{4}{9}}{\left[\left(\frac{8}{6}-\frac{1}{6}-\frac{2}{8}\right)\cdot\frac{9}{22}+\left(1-\frac{1}{18}-\frac{4}{6}\right)\cdot\frac{9}{4}:\frac{5}{3}\right]:\frac{1}{2}-1}\qquad \boldsymbol{R}:\frac{1}{4}$$

Applichiamo le proprietà delle potenze, per risolvere in fretta quest’espressione.

Risolviamo poi le somme al denominatore, calcolando m.c.d. (6,8) = 24 e sostituendo le divisioni con moltiplicazioni per il reciproco

$$\frac{\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^5:\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot\left[\left(\frac{3}{4}\right)^8:\left(\frac{3}{4}\right)^6-\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{6}\right)^2\right\}:\frac{4}{9}}{\left[\left(\frac{8}{6}-\frac{1}{6}-\frac{2}{8}\right)\cdot\frac{9}{22}+\left(1-\frac{1}{18}-\frac{4}{6}\right)\cdot\frac{9}{4}:\frac{5}{3}\right]:\frac{1}{2}-1}$$
$$=\frac{\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^{5-3}\cdot\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{8-6}-\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+\frac{1}{36}\right\}\cdot\frac{9}{4}}{\left[\left(\frac{32-4-6}{24}\right)\cdot\frac{9}{22}+\left(\frac{18-1-12}{18}\right)\cdot\frac{9}{4}\cdot\frac{3}{5}\right]\cdot\frac{2}{1}-1}$$

Calcoliamo le potenze indicate e cominciamo a semplificare :

$$\frac{\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left[\left(\frac{3}{4}\right)^2-\frac{1}{16}\right]\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{36}\right\}\cdot\frac{9}{4}}{\left[\left(\frac{\cancel{22}}{24}\right)\cdot\frac{9}{\cancel{22}}+\left(\frac{5}{\cancel{18}}\right)\cdot\frac{\cancel{9}}{4}\cdot\frac{3}{5}\right]\cdot\frac{2}{1}-1}=\frac{\left\{\frac{4}{27}\cdot\left[\frac{9}{16}-\frac{1}{16}\right]\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{36}\right\}\cdot\frac{9}{4}}{\left[\left(\frac{1}{\cancel{24}}\right)\cdot\frac{\cancel{9}}{1}+\left(\frac{\cancel{5}}{2}\right)\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{\cancel{5}}\right]\cdot\frac{2}{1}-1}$$

Osserviamo che

$$\left[\frac{9}{16}-\frac{1}{16}\right]=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$$

per cui :

$$\frac{\left\{\frac{\cancel{\mathbf{4}}}{9}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\cancel{\mathbf{8}}}+\frac{1}{36}\right\}\cdot\frac{9}{4}}{\left[\frac{3}{8}+\frac{3}{8}\right]\cdot\frac{2}{1}-1}=\frac{\left\{\frac{\mathbf{1}}{9}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\mathbf{2}}+\frac{1}{36}\right\}\cdot\frac{9}{4}}{\frac{6}{\mathbf{8}}\cdot\frac{\mathbf{2}}{1}-1}$$

Abbiamo

$$\frac{\left\{\frac{1}{36}+\frac{1}{36}\right\}\cdot\frac{9}{4}}{\frac{6}{4}-1}$$

Siccome

$$\frac{1}{36}+\frac{1}{36}=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$$

abbiamo

$$\frac{\left\{\frac{1}{36}+\frac{1}{36}\right\}\cdot\frac{9}{4}}{\frac{6}{4}-1}=\frac{\frac{1}{\cancel{18}}\cdot\frac{\cancel{9}}{4}}{\frac{6-4}{4}}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}}{\frac{2}{4}}=\frac{1}{\cancel{8}}\cdot\frac{\cancel{4}}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

RISOLVI LE SEGUENTI ESPRESSIONI, APPLICANDO, DOVE POSSIBILE, LE PROPRIETA' DELLE POTENZE

- $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{6}\right)^2\right]:\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^2\right]\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)$ R : 1

Non possiamo applicare nessuna proprietà delle potenze, essendoci somme e differenze, per cui ci conviene calcolare tutte le potenze possibili e risolvere le somme algebriche indicate. Abbiamo :

$$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{6}\right)^2\right]:\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^2\right]\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)=\left[\frac{4}{9}-\frac{1}{4}+\frac{25}{36}\right]:\left[\left(\frac{5}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2\right]\cdot\left(\frac{3}{4}\right)$$

Siccome m.c.d. (4,9,36) = 36, abbiamo :

$$\left[\frac{4}{9}-\frac{1}{4}+\frac{25}{36}\right]:\left[\left(\frac{5}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2\right]\cdot\left(\frac{3}{4}\right)=\left[\frac{16-9+25}{36}\right]:\left[\frac{25}{36}-\frac{1}{36}\right]\cdot\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{32}{36}:\frac{24}{36}\cdot\frac{3}{4}$$

Sostituendo la divisione con la moltiplicazione per il reciproco e poi semplificando i vari termini abbiamo:

$$\frac{32}{36}:\frac{24}{36}\cdot\frac{3}{4}=\frac{32}{\cancel{36}}\cdot\frac{\cancel{36}}{24}\cdot\frac{3}{4}=\frac{\mathbf{32}}{1}\cdot\frac{1}{\mathbf{24}}\cdot\frac{3}{4}=\frac{\mathbf{4}}{1}\cdot\frac{1}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{\mathbf{4}}=1$$

- $\left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left[\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right) : \frac{1}{5} - \frac{3}{4} + \frac{15}{5} \cdot \left(\frac{8}{7}+\frac{1}{7}\right)\right]$
- $\left[\left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2\right] : \left[\left(\frac{11}{4}\right)^2 : \left(2+\frac{3}{4}\right)\right] \cdot \frac{11}{4} + \frac{1}{2} \quad R: \frac{3}{2}$
- $\boldsymbol{\left[\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}+1\right)^2 - \left(1+\frac{5}{16}\right)\right]^2 \cdot \left(1+\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{3}{9} \quad R: \frac{1}{9}}$

$$\left[\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}+1\right)^2 - \left(1+\frac{5}{16}\right)\right]^2 \cdot \left(1+\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{3}{9} = \left[\frac{1}{4} + \left(\frac{1+4}{4}\right)^2 - \left(\frac{16+5}{16}\right)\right]^2 \cdot \left(\frac{3+1}{3}\right)^2 - \frac{3}{9} =$$

$$= \left[\frac{1}{4} + \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{21}{16}\right)\right]^2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{3}{9} = \left[\frac{1}{4} + \frac{25}{16} - \frac{21}{16}\right]^2 \cdot \frac{16}{9} - \frac{3}{9} =$$

Osserviamo che

$$\frac{25}{16} - \frac{21}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

per cui:

$$= \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right]^2 \cdot \frac{16}{9} - \frac{3}{9} = \left(\frac{\cancel{2}}{4}\right)^2 \cdot \frac{16}{9} - \frac{3}{9} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{16}{9} - \frac{3}{9} =$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{\cancel{16}}{9} - \frac{3}{9} = \frac{1}{1} \cdot \frac{4}{9} - \frac{3}{9} = \frac{4}{9} - \frac{3}{9} = \frac{1}{9}$$

- $\boldsymbol{\left[3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 - \frac{1}{10}\right] : \left[\left(\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{10}\right] \cdot \frac{37}{9} \qquad R: \frac{1}{3}}$

$$\left[3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 - \frac{1}{10}\right] : \left[\left(\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{10}\right] \cdot \frac{37}{9} = \left[3 \cdot \frac{1}{27} - \frac{1}{10}\right] : \left[\frac{1}{27} + \frac{1}{10}\right] \cdot \frac{37}{9} =$$

$$= \left[\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right] : \left[\frac{10+27}{27}\right] \cdot \frac{37}{9} = \left[\frac{10-9}{90}\right] \cdot \left[\frac{27}{37}\right] \cdot \frac{37}{9} =$$

$$= \frac{1}{90} \cdot \frac{\cancel{27}}{\cancel{37}} \cdot \frac{\cancel{37}}{\cancel{9}} = \frac{1}{\cancel{90}} \cdot \frac{\cancel{3}}{1} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{30}$$

- $\boldsymbol{\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^4 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left[1 : \left(1+\frac{2}{9}\right)\right] - \frac{1}{2}\right\} : \left(1+\frac{1}{3}\right) \quad R: \frac{27}{44}}$

Applichiamo le proprietà delle potenze e poi risolviamo le parentesi tonde

$$\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^4 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left[1 : \left(1+\frac{2}{9}\right)\right] - \frac{1}{2}\right\} : \left(1+\frac{1}{3}\right) = \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^{4-3} + \left[1 : \left(\frac{9+2}{9}\right)\right] - \frac{1}{2}\right\} : \left(\frac{3+1}{3}\right) =$$

$$= \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^{4-3} + \left[1 : \left(\frac{9+2}{9}\right)\right] - \frac{1}{2}\right\} : \left(\frac{3+1}{3}\right) = \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left[1 : \frac{11}{9}\right] - \frac{1}{2}\right\} : \left(\frac{4}{3}\right) =$$

Sappiamo

$$= \left\{\cancel{\frac{1}{2}} + \frac{9}{11} - \cancel{\frac{1}{2}}\right\} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{11} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{44}$$

- $\left\{\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \frac{3}{10} - \frac{1}{5}\right] - \frac{1}{10}\right\} \cdot \frac{10}{3}$ $\qquad R: \frac{1}{30}$

- $\mathbf{\frac{5}{3} : \left\{\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \left[2 + \frac{5}{6} : \left(2 + \frac{4}{3}\right)\right]\right\} - \frac{1}{9}}$ $\qquad \boldsymbol{R: \frac{1}{3}}$

$$\frac{5}{3} : \left\{\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \left[2 + \frac{5}{6} : \left(2 + \frac{4}{3}\right)\right]\right\} - \frac{1}{9} =$$

$$= \frac{5}{3} : \left\{\left[1 - \frac{1}{4}\right] + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \left[2 + \frac{5}{6} : \left(\frac{6+4}{3}\right)\right]\right\} - \frac{1}{9} = \frac{5}{3} : \left\{\left[\frac{4-1}{4}\right] + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \left[2 + \frac{5}{6} : \left(\frac{10}{3}\right)\right]\right\} - \frac{1}{9} =$$

$$\frac{5}{3} : \left\{\frac{3}{4} + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \left[2 + \frac{\cancel{5}}{\cancel{6}} \cdot \left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{10}}\right)\right]\right\} - \frac{1}{9} = \frac{5}{3} : \left\{\frac{3}{4} + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \left[2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right]\right\} - \frac{1}{9} =$$

$$= \frac{5}{3} : \left\{\frac{3}{4} + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \left[2 + \frac{1}{4}\right]\right\} - \frac{1}{9} = \frac{5}{3} : \left\{\frac{3}{4} + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \left[\frac{8+1}{4}\right]\right\} - \frac{1}{9} = \frac{5}{3} : \left\{\frac{3}{4} + \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \mathbf{4} \cdot \frac{\cancel{9}}{\cancel{\mathbf{4}}}\right\} - \frac{1}{9} =$$

$$= \frac{5}{3} : \left\{\frac{3}{4} + 3\right\} - \frac{1}{9} = \frac{5}{3} : \left\{\frac{3+12}{4}\right\} - \frac{1}{9} =$$

$$= \frac{5}{3} : \frac{15}{4} - \frac{1}{9} = \frac{\cancel{5}}{3} \cdot \frac{4}{\cancel{15}} - \frac{1}{9} = \frac{4}{9} - \frac{1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

- $\mathbf{\left\{\left[5 - 2 \cdot \left(1 + \frac{3}{4}\right)\right]^2 - \left(1 - \frac{1}{4}\right)^2\right\} : \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 : \left(\frac{5}{2}\right)^2}$ $\qquad \boldsymbol{R: \frac{25}{2}}$

$$\left\{\left[5 - 2 \cdot \left(1 + \frac{3}{4}\right)\right]^2 - \left(1 - \frac{1}{4}\right)^2\right\} : \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 : \left(\frac{5}{2}\right)^2 =$$

$$= \left\{\left[5 - 2 \cdot \left(\frac{4+3}{4}\right)\right]^2 - \left(\frac{4-1}{4}\right)^2\right\} : \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{5}{2}\right)^{2-2} =$$

$$= \left\{\left[5 - \cancel{2} \cdot \frac{7}{4}\right]^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2\right\} : \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{5}{2}\right)^0 = \left\{\left[5 - \frac{7}{2}\right]^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2\right\} : \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 1 =$$

$$= \left\{\left[\frac{10-7}{2}\right]^2 - \frac{9}{16}\right\} : \frac{1}{8} - 1 = \left\{\left[\frac{3}{2}\right]^2 - \frac{9}{16}\right\} : \frac{1}{8} - 1 = \left(\frac{9}{4} - \frac{9}{16}\right) : \frac{1}{8} - 1 =$$

$$= \left(\frac{36-9}{16}\right) \cdot \frac{8}{1} - 1 = \frac{27}{\cancel{16}} \cdot \cancel{8} - 1 = \frac{27}{2} - 1 = \frac{27-2}{2} = \frac{25}{2}$$

- $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\right]:\left(\frac{1}{2}\right)^{3}$ **R**: $\left(\frac{1}{2}\right)^{4}$

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\right]:\left(\frac{1}{2}\right)^{3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{5+2-3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{4}$$

- $\left(\frac{1}{10}\right)^{2}\cdot\left[\left(\frac{1}{10}\right)^{2}:\left(\frac{1}{10}\right)\right]$ **R**: $\left(\frac{1}{10}\right)^{3}$

$$\left(\frac{1}{10}\right)^{2}\cdot\left[\left(\frac{1}{10}\right)^{2}:\left(\frac{1}{10}\right)\right]=\left(\frac{1}{10}\right)^{2}.\left(\frac{1}{10}\right)^{2-1}=\left(\frac{1}{10}\right)^{2+1}=\left(\frac{1}{10}\right)^{3}$$

- $\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{7}:\left(\frac{2}{7}\right)^{2}\right]\cdot\left(\frac{2}{7}\right)^{3}$ **R**: $\left(\frac{2}{7}\right)^{8}$

$$\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{7}:\left(\frac{2}{7}\right)^{2}\right]\cdot\left(\frac{2}{7}\right)^{3}=\left(\frac{2}{7}\right)^{7-2+3}=\left(\frac{2}{7}\right)^{8}$$

- $\left[\left(\frac{5}{3}\right)^{8}:\left(\frac{5}{3}\right)^{3}\right]:\left[\left(\frac{5}{3}\right)^{4}\cdot\frac{5}{3}\right]$ **R: 1**

$$\left[\left(\frac{5}{3}\right)^{8}:\left(\frac{5}{3}\right)^{3}\right]:\left[\left(\frac{5}{3}\right)^{4}\cdot\frac{5}{3}\right]=\left(\frac{5}{3}\right)^{8-3}:\left(\frac{5}{3}\right)^{4+1}=\left(\frac{5}{3}\right)^{5}:\left(\frac{5}{3}\right)^{5}=\left(\frac{5}{3}\right)^{0}=1$$

- $\left[\left(\frac{9}{5}\right)^{7}:\left(\frac{9}{5}\right)^{5}\right]:\left[\left(\frac{9}{5}\right)^{3}:\left(\frac{9}{5}\right)^{2}\right]$ **R**: $\frac{9}{5}$

$$\left[\left(\frac{9}{5}\right)^{7}:\left(\frac{9}{5}\right)^{5}\right]:\left[\left(\frac{9}{5}\right)^{3}:\left(\frac{9}{5}\right)^{2}\right]=\left(\frac{9}{5}\right)^{7-5}:\left(\frac{9}{5}\right)^{3-2}=\left(\frac{9}{5}\right)^{2}:\left(\frac{9}{5}\right)^{1}=\frac{9}{5}$$

- $\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{4}:\left(\frac{2}{7}\right)\right]^{2}\cdot\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{5}\cdot\frac{2}{7}\right]:\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{4}\right]^{3}+1$ **R: 2**

$$\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{4}:\left(\frac{2}{7}\right)\right]^{2}\cdot\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{5}\cdot\frac{2}{7}\right]:\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{4}\right]^{3}+1=\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{4-1}\right]^{2}\cdot\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{5+1}\right]:\left(\frac{2}{7}\right)^{12}+1=$$

$$=\left(\frac{2}{7}\right)^{6}\cdot\left(\frac{2}{7}\right)^{6}:\left(\frac{2}{7}\right)^{12}+1==\left(\frac{2}{7}\right)^{6+6-12}+1==\left(\frac{2}{7}\right)^{0}+1=1+1=2$$

- $\left[\left(\frac{5}{4}\right)^{5}:\left(\frac{5}{4}\right)^{4}\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{3}\right]^{2}:\left[\left(\frac{5}{4}\right)^{4}\cdot\frac{5}{4}\right]^{0}$ R: $\left(\frac{5}{4}\right)^{8}$

Notiamo subito che la seconda parentesi quadra vale 1 per cui abbiamo:

$$\left[\left(\frac{5}{4}\right)^5 : \left(\frac{5}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3\right]^2 : \left[\left(\frac{5}{4}\right)^4 \cdot \frac{5}{4}\right]^0 = \left[\left(\frac{5}{4}\right)^{5-4+3}\right]^2 : 1 = \left(\frac{5}{4}\right)^8$$

- $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^7 : \left(\frac{3}{5}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4\right]^4 : \left[\left(\frac{3}{5}\right)^4 : \left(\frac{3}{5}\right)^3\right]^3 : \left[\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^2$ ***R***: $\left(\frac{3}{5}\right)^9$

$$\left[\left(\frac{3}{5}\right)^7 : \left(\frac{3}{5}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4\right]^4 : \left[\left(\frac{3}{5}\right)^4 : \left(\frac{3}{5}\right)^3\right]^3 : \left[\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^2 = \left[\left(\frac{3}{5}\right)^{7-7+4}\right]^4 : \left[\left(\frac{3}{5}\right)^{4-1}\right]^3 : \left(\frac{3}{5}\right)^4 =$$

$$= \left[\left(\frac{3}{5}\right)^4\right]^4 : \left[\left(\frac{3}{5}\right)^1\right]^3 : \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \left(\frac{3}{5}\right)^{16} : \left(\frac{3}{5}\right)^3 : \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \left(\frac{3}{5}\right)^{16-3-4} = \left(\frac{3}{5}\right)^9$$

- $\left\{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^4 : \left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^5\right\}^2 : \left\{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^6\right]^3\right\}^0$ *R*: $\left(\frac{1}{3}\right)^{20}$

Osserviamo che il secondo termine vale 1 per cui:

$$\left\{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^4 : \left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^5\right\}^2 : \left\{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^6\right]^3\right\}^0 = \left\{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^5\right\}^2 : 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x5x2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{20}$$

- $\left\{\left[\left(\frac{8}{11}\right)^4\right]^3 : \left[\left(\frac{8}{11}\right)^2\right]^5\right\}^{10} : \left\{\left[\left(\frac{8}{11}\right)^1\right]^2 : \frac{8}{11}\right\}^2$ ***R***: $\left(\frac{8}{11}\right)^{18}$

Applichiamo le proprietà delle potenze :

$$\left\{\left(\frac{8}{11}\right)^{12} : \left(\frac{8}{11}\right)^{10}\right\}^{10} : \left\{\left(\frac{8}{11}\right)^2 : \frac{8}{11}\right\}^2 = \left[\left(\frac{8}{11}\right)^2\right]^{10} : \left[\left(\frac{8}{11}\right)^1\right]^2 = \left(\frac{8}{11}\right)^{20} : \left(\frac{8}{11}\right)^2 = \left(\frac{8}{11}\right)^{18}$$

- $\left\{\left[\left(\frac{3}{100}\right)^6\right]^2\right\}^0 \cdot \left\{\left[\left(\frac{3}{100}\right)^5\right]^0\right\}^4 \cdot \left[\left(\frac{3}{100}\right)^2\right]^2$ ***R***: $\left(\frac{3}{100}\right)^4$

Osserviamo che qualsiasi numero elevato a zero dà come risultato 1 per cui abbiamo che i primi due termini dell’espressione valgono 1. Di conseguenza:

$$\left\{\left[\left(\frac{3}{100}\right)^6\right]^2\right\}^0 \cdot \left\{\left[\left(\frac{3}{100}\right)^5\right]^0\right\}^4 \cdot \left[\left(\frac{3}{100}\right)^2\right]^2 = \left(\frac{3}{100}\right)^4$$