OPERAZIONI CON LE FRAZIONI

gli esercizi da pag 3

RICORDA

- La frazione è un particolare strumento matematico che permette di dividere in parti uguali una certa quantità o un certo numero di oggetti.
- L'unità frazionaria rappresenta UNA SOLA delle parti uguali in cui è diviso l'intero
- Le frazioni possono essere
  - ✓ proprie, se il numeratore è minore del denominatore
  - ✓ improprie, se il numeratore è magggiore del denominatore
  - ✓ apparenti, se il numeratore è multiplo del denominatore
- due o più frazioni sono EQUIVALENTI se, operando su una stessa grandezza, ne rappresentano una parte uguale

Data una frazione a/b, si dice che x/y è EQUIVALENTE ad a/b e si scrive

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$$

se risulta: **ay** = **bx** (uguaglianza dei prodotti in croce)

- PROPRIETA' INVARIANTIVA: Se si moltiplicano o dividono per uno stesso numero non nullo il denominatore e il numeratore di una frazione, si ottiene una frazione equivalente a quella data
- Una frazione è RIDUCIBILE se numeratore e denominatore ammettono divisori in comune
- Una frazione è RIDOTTA AI MINIMI TERMINI o IRRIDUCIBILE se numeratore e denominatore sono primi tra loro
- Per ridurre una frazione ai minimi termini dobbiamo trasformarla in un'altra equivalente ed irriducibile, dividendo numeratore e denominatore per il loro M.C.D.
- per trasformare una frazione in un'altra di DENOMINATORE ASSEGNATO, dobbiamo moltiplicare numeratore e denominatore per il quoto tra il denominatore assegnato e quello della frazione data.
- per ridurre due o più frazioni al loro m.c.d. (MINIMO COMUNE DENOMINATORE) :
  - si riducono le frazioni ai minimi termini (se serve)
  - si calcola il m.c.m. dei denominatori = m.c.d.
  - si divide il m.c.d. per il denominatore di ciascuna frazione
  - si moltiplicano i numeratori di ogni frazione per i quoti ottenuti al punto precedente

CONFRONTO DI FRAZIONI

- se due frazioni hanno i DENOMINATORI UGUALI e i NUMERATORI DIVERSI, la maggiore è quella con il numeratore maggiore
- se due frazioni hanno i DENOMINATORI DIVERSI e i NUMERATORI UGUALI, la maggiore è quella con il DENOMINATORE MINORE
- Se due frazioni hanno i denominatori diversi, vanno ridotte allo stesso denominatore. Sarà poi maggiore quella con il numeratore maggiore

REGOLA :

Se due frazioni a/b e c/d non hanno né numeratori né denominatori uguali, possiamo affermare che

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \qquad se\ a \cdot d < b \cdot c$$

Analogamente

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \qquad se\ a \cdot d > b \cdot c$$

Ad esempio :

$$\frac{6}{5} < \frac{7}{2} \qquad infatti\ 6 \cdot 2 < 5 \cdot 7$$

$$\frac{3}{8} > \frac{2}{7} \qquad infatti\ 3 \cdot 7 > 8 \cdot 2$$

SOMMA O DIFFERENZA DI FRAZIONI (SOMMA ALGEBRICA DI FRAZIONI)

- se le frazioni hanno lo stesso denominatore, la somma algebrica di due o più frazioni è una frazione avente lo STESSO DENOMINATORE e come NUMERATORE la somma algebrica dei numeratori

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$$

- se le frazioni non hanno lo stesso denominatore, dobbiamo prima ridurle allo stesso denominatore e poi applicare la regola precedente. In pratica, dobbiamo trasformare le frazioni in altre equivalenti, aventi lo stesso denominatore, calcolando il minimo comune multiplo dei denominatori (m.c.d.= minimo comune denominatore)

Ad esempio :

$$\frac{2}{3} - \frac{7}{6} = \frac{4}{6} - \frac{7}{6} = \frac{4-7}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{23}{20}$$

PRODOTTO DI FRAZIONI

il risultato è una frazione che ha per numeratore il prodotto dei numeratori e per denominatore il prodotto dei denominatori

In una moltiplicazione tra frazioni si può semplificare “in croce” il numeratore di una con il denominatore dell’altra

DIVISIONE DI FRAZIONI

per dividere due frazioni, basta moltiplicare la prima per l'inversa della seconda

ELEVAMENTO A POTENZA

la potenza di una frazione è una frazione avente per numeratore ila potenza del numeratore e per denominatore la potenza del denominatore

RIPASSIAMO INSIEME

ESERCIZIO 1

- Una frazione si dice **PROPRIA** quando il numeratore è minore del denominatore
- Una frazione si dice impropria se il numeratore è **MAGGIORE** del denominatore
- In una frazione apparente, il numeratore è **MULTIPLO** del denominatore

ESERCIZIO 2

Date le seguenti frazioni, indica in NERO le frazioni PROPRIE, in ROSSO quelle IMPROPRIE e in VERDE quelle APPARENTI:

$$\mathbf{\frac{5}{3}}\ ;\ \frac{4}{5};\ \frac{3}{8};\ \frac{4}{9};\ \mathbf{\frac{9}{3}};\ \frac{1}{8};\ \mathbf{\frac{7}{2}};\ \mathbf{\frac{15}{5}};\ \mathbf{\frac{13}{9}};\ \mathbf{\frac{20}{10}};\ \frac{2}{3}$$

frazioni proprie : $\frac{4}{5},\frac{3}{8},\frac{4}{9},\frac{1}{8},\frac{2}{3}$

frazioni improprie : $\frac{5}{3},\frac{7}{2},\frac{13}{9}$

frazioni apparenti $\frac{9}{3}=3\,;\frac{15}{5}=3;\frac{20}{10}=2$

ESERCIZIO 3 : COMPLETA

Due o più frazioni si dicono EQUIVALENTI se, operando sulla stessa **GRANDEZZA** ne rappresentano sempre una parte **UGUALE**

ESERCIZIO 4 : vero o falso?

- le frazioni 4/5 e 5/4 sono equivalenti **falso**
- Possiamo ottenere una frazione equivalente a 7/5 avente come denominatore 15 **vero. Infatti se divido 15 e 5 ottengo 3, per cui abbiamo:**

$$\frac{7}{5}=\frac{7\ \cdot 3}{5\cdot 3}=\frac{21}{15}$$

- Possiamo ottenere una frazione equivalente a 9/2 avente come denominatore 11 **falso. Se effettuiamo la divisione tra il nuovo denominatore e il vecchio non otteniamo un quoto. Per cui non è possibile trasformare 9/2 in una frazione equivalente di denominatore 11**
- Le frazioni 5/3 3 15/9 sono equivalenti **vero : risulta infatti**

$$\frac{5}{3}=\frac{5\ \cdot 3}{3\cdot 3}=\frac{15}{9}$$

ESERCIZIO 5 : COMPLETA

La proprietà invariantiva delle frazioni dice che:

se moltiplichiamo o **DIVIDIAMO** (se è possibile) per uno stesso numero, diverso da **ZERO** numeratore e denominatore di una frazione, otteniamo una frazione **EQUIVALENTE** a quella data

ESERCIZIO 6 : COMPLETA IN MODO DA OTTENERE FRAZIONI EQUIVALENTI

$$\frac{2}{3} = \frac{\mathbf{18}}{27} \quad SICCOME\ 27:3 = 9\ DEVO\ MOLTIPLICARE\ 2\ PER\ 9$$

$$\frac{3}{5} = \frac{18}{\mathbf{30}} \quad SICCOME\ 18:3 = 6, DEVO\ MOLTIPLICARE\ 5\ PER\ 6$$

$$\frac{9}{\mathbf{4}} = \frac{36}{16} \quad 36 : 9 = 4\ PER\ CUI\ DEVO\ DIVIDERE\ 16\ PER\ 4$$

ESERCIZIO 7 : STABILISCI SE GLI INSIEMI DELLE FRAZIONI ASSEGNATE COSTITUISCONO O NO UNA CLASSE DI EQUIVALENZA

- $\left\{\frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \frac{15}{9}, \frac{20}{12}, \frac{25}{15}, \dots \dots\right\}$ **SI : OGNI FRAZIONE è OTTENUTA DALLA PRECEDENTE MOLTIPLICANDO NUMERATORE E DENOMINATORE PER UN NUMERO NATURALE**
- $\left\{\frac{4}{3}, \frac{8}{6}, \frac{12}{9}, \frac{16}{12}, \frac{20}{15}, \dots \dots\right\}$ **SI : OGNI FRAZIONE è OTTENUTA DALLA PRECEDENTE MOLTIPLICANDO NUMERATORE E DENOMINATORE PER UN NUMERO NATURALE**
- $\left\{\frac{4}{7}, \frac{8}{7}, \frac{12}{7}, \frac{16}{7}, \frac{20}{7}, \dots \dots\right\}$ **no : IL DENOMINATORE è SEMPRE LO STESSO**

ESERCIZIO 8 : completa le seguenti definizioni

- una frazione si dice RIDUCIBILE se **NUMERATORE** e denominatore ammettono **DIVISORI COMUNI**
- una frazione è ridotta ai minimi termini o **IRRIDUCIBILE** se numeratore e **DENOMINATORE** sono **PRIMI TRA LORO**
- Per ridurre una frazione ai minimi termini basta **DIVIDERE** numeratore e denominatore per il loro **MASSIMO COMUNE DIVISORE**

ESERCIZIO 9: SEGNA IN ROSSO LE FRAZIONI IRRIDUCIBILI

$$\frac{4}{3}, \frac{15}{20}, \frac{13}{39}, \frac{44}{55}, \frac{3}{8}, \frac{7}{3}, \frac{15}{11}, \frac{30}{99}$$

ESERCIZIO 10: CALCOLA il m.c.d. tra i seguenti gruppi di frazioni e poi trasformale allo stesso m.c.d.

A. $\frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ **m.c.d.(3,4,2) = 12 ⇨** $\frac{4}{3} = \frac{4\ x\ (12:3)}{3x\ (12:3)} = \frac{16}{12}, \quad \frac{3}{4} = \frac{3\ x\ (12:4)}{4\ x\ (12:4)} = \frac{12}{16}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1\ x\ (12:2)}{2\ x\ (12:2)} = \frac{6}{12}$

B. $\frac{5}{4}, \frac{7}{6}, \frac{2}{3}$ **m.c.d.(3,4,6) = 12 ⇨** ⇨ $\frac{2}{3} = \frac{2\ x\ (12:3)}{3\ x\ (12:3)} = \frac{8}{12}, \quad \frac{5}{4} = \frac{3\ x\ (12:4)}{4\ x\ (12:4)} = \frac{12}{16}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1\ x\ (12:2)}{2\ x\ (12:2)} = \frac{6}{12}$

C. $\frac{2}{5}, \frac{5}{3}, \frac{1}{2}$

ESERCIZIO 11: COMPLETA

- Se due frazioni hanno i denominatori uguali e i numeratori diversi, allora è maggiore quella con il NUMERATORE MAGGIORE
- Se due frazioni hanno i numeratori uguali e diversi denominatori, allora è maggiore quella con il DENOMINATORE MINORE
- Se due frazioni hanno i denominatori diversi, dopo averle ridotte allo stesso denominatore, è minore quella che ha il NUMERATORE MAGGIORE

ESERCIZIO 12 : CONFRONTA LE SEGUENTI COPPIE DI FRAZIONI

5/9 < 3/2 ⇨ PRODOTTO IN CROCE : 5 x 2 < 9 x 3

6/7 = 18/21 ⇨ PRODOTTO IN CROCE : 6 x 21 = 7 x 18

5/3 > 2/3 ⇨ Stesso denominatore : è maggiore quella con il numeratore maggiore

5/8 < 7/8 ⇨ stesso denominatore : è maggiore quella con il numeratore maggiore

ESERCIZIO 13 : INSERISCI TRA LE SEGUENTI COPPIE DI FRAZIONI IL SIMBOLO OPPORTUNO TRA >, < E =

$$\frac{6}{7} > \frac{3}{7} \qquad \frac{3}{7} < \frac{5}{11} \qquad \frac{5}{6} < \frac{7}{8} \qquad \frac{6}{11} < \frac{6}{5} \qquad \frac{1}{2} < \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{2} >. \frac{5}{6} \qquad \frac{13}{11} > \frac{11}{13} \qquad 5 > \frac{6}{5} \qquad \frac{15}{7} < \frac{28}{4} = \frac{7}{1} \qquad \frac{7}{10} < \frac{25}{3}$$

ESERCIZIO 13: CALCOLA

- I 4/7 di 35 cioccolatini : (35 :7) x 4 = 20 cioccolatini
- i 3/8 di 72 cartoline (72 : 8) x 3 = 27 cartoline
- i 5/7 di 56 libri (56 :7) x 5= 40 libri

ESERCIZIO 14: RISOLVI I SEGUENTI PROBLEMI DI GEOMETRIA

"FACILI"

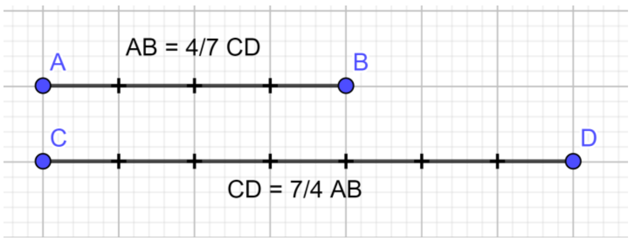
1. Il segmento AB è i 3/5 del segmento CD, che è lungo 25 cm. Calcola la misura di AB

(25 :5) x 3 = 15 cm

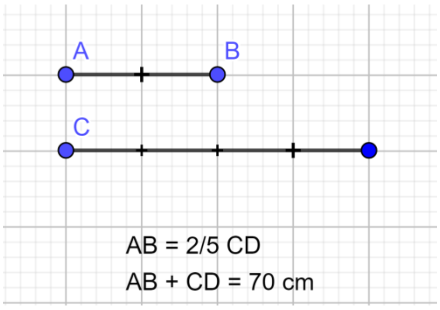
2. Il segmento AB è lungo 32 cm ed è i 4/7 del segmento CD. Calcola la lunghezza di CD

Se AB è i 4/7 di CD vuol dire che CD è il 7/4 di AB per cui :

CD = (32: 4) x 7 = 56 cm



3. IL segmento AB è i 2/5 di CD e la loro somma misura 70 cm. Calcola la lunghezza dei due segmenti



Sappiamo che in questo caso dobbiamo calcolare l'unità frazionaria, dividendo la somma dei due segmenti per la somma di numeratore e denominatore. Abbiamo

70 : (2+5) = 70 : 7 = 10 cm

questa è la lunghezza di ogni "pezzetto" in cui abbiamo diviso i segmenti. Adesso dobbiamo moltiplicare per numeratore e denominatore per ottenere i valori richiesti:

AB = 10 x 2 = 20 cm

CD = 10 x 5 = 50 cm

4. La differenza tra due segmenti misura 20 cm e uno è i 3/2 dell'altro. Calcola la misura di ciascuno dei due segmenti.

In questo caso, l'unità frazionaria si calcola dividendo la differenza per la differenza tra numeratore e denominatore. Abbiamo quindi :

20 : (3-2) = 20 : 1 = 20 cm

Abbiamo perciò

AB = 20 x 3 = 60 cm

CD = 20 x 2 = 40 cm

5. L'angolo α è 2/3 dell'angolo β, che misura 75°. Quanto misura l'angolo α?

Risulta

$$\alpha = 75 \cdot \frac{2}{3} = 50°$$

6. L'angolo α misura 90° ed è i ¾ dell'angolo β. Calcola l'ampiezza di β.

Se α è i ¾ di β, allora β è i 4/3 di α e di conseguenza:

$$\beta = 90 \cdot \frac{4}{3} = 120°$$

7. Sappiamo che l'angolo α è i 2/3 dell'angolo β e i due angoli sono complementari. Calcola le ampiezze dei due angoli.

Dalla Geometria sappiamo che due angoli sono complementari se la loro somma misura 180°. Conosciamo quindi la somma dei due angoli e il loro rapporto. Ci basta quindi procedere come nell'esercizio 3, dividendo la somma dei due angoli per la somma di numeratore e denominatore:

$$180 : (2 + 3) = 36°$$

Abbiamo perciò

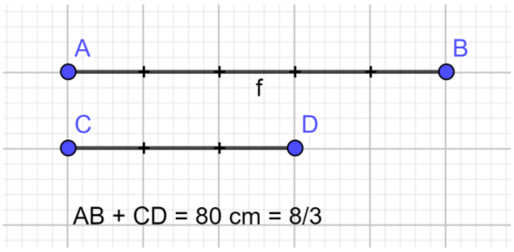
$$\alpha = 36 \text{ x } 2 = 72°$$

$$\beta = 36 \text{ x } 3 = 108°$$

"DIFFICILI"

8. Il segmento AB è i 5/3 del segmento CD e la loro somma misura 80 cm. Calcola le misure delle lunghezze dei due segmenti

Disegniamo i due segmenti :



dalla figura notiamo che

$$\overline{AB} + \overline{CD} = 80\ cm\ corrispondono\ a\,\frac{8}{3}$$

Per cui l'unità frazionaria misura :

80 : 8 = 10 cm

Di conseguenza :

$$\overline{AB} = 10\ x\ 5 = 50\ cm$$

$$\overline{CD} = 10\ x\ 3 = 30\ cm$$

In pratica: se conosciamo la somma di due numeri e il loro rapporto, possiamo calcolare l'unità frazionaria facilmente. Sommiamo numeratore e denominatore della frazione e poi dividiamo la somma nota per la somma calcolata. Infatti in questo caso

8 = 5 +3

9. Il segmento AB è 2/7 del segmento CD e la differenza tra i due misura 50 cm. Calcola la lunghezza del segmento EF, pari alla semisomma dei segmenti AB e CD

Come nell'esercizio 4 precedente, dobbiamo dividere la differenza tra i due segmenti per la differenza tra numeratore e denominatore. Abbiamo perciò

50 : (7-2) = 50 : 5 = 10 cm

Adesso ci basta moltiplicare l'unità frazionaria per numeratore e denominatore per trovare i due segmenti:

AB = 10 x 2 = 20 cm

CD = 10 x 7 = 70 cm

CI resta ora da trovare EF. Scriviamo in simboli la definizione che ci viene data:

$$EF = \frac{1}{2}(AB + CD) = \frac{1}{2}(20 + 70) = \frac{1}{2} \cdot 90 = 45\ cm$$

10. Il segmento AB è 11/5 del segmento CD e supera quest'ultimo di 12 cm. Calcola il segmento EF, che ha lunghezza pari ai 3/2 della loro somma.

In questo caso ci viene data la differenza tra i due segmenti. Dire infatti che una quantità supera un'altra di un certo valore, significa conoscere la loro differenza.

Abbiamo perciò

AB – CD = 12 cm

Dobbiamo quindi procedere come nel caso precedente, calcolando il quoziente tra la differenza e la differenza tra numeratore e denominatore. Abbiamo perciò:

12 : (11-5) = 12 : 6 = 2 cm

Moltiplichiamo per numeratore e denominatore l'unità frazionaria:

AB = 2 x 11 = 22 cm

CD = 2 x 5 = 10 cm

Abbiamo infine :

$$EF = \frac{3}{2}(AB + CD) = \frac{3}{2}(22 + 10) = \frac{3}{2} \cdot 32 = 48\ cm$$

11. Il segmento CD è 4/9 del segmento AB. Calcola la loro somma, sapendo che AB supera CD di 15 cm

Come prima, ci viene fornita la differenza tra i due segmenti:

AB – CD = 15 cm

Dividiamo questo valore per la differenza tra numeratore e denominatore per conoscere il valore dell'unità frazionaria:

u.f. = 15 : (9-4) = 15:5 = 3 cm

Ora non ci resta che moltiplicare per il numeratore e per il denominatore per conoscere le lunghezze richieste:

CD = 3 x 4 = 12 cm

AB = 3 x 9 = 27 cm

12. in un triangolo rettangolo, gli angoli acuti sono l'uno gli 11/7 dell'altro. Calcola la loro ampiezza

Dalla geometria sappiamo che la somma degli angoli interni di un triangolo misura 180°. In un triangolo rettangolo un angolo è retto per cui la somma degli altri due vale

180 – 90 = 90°

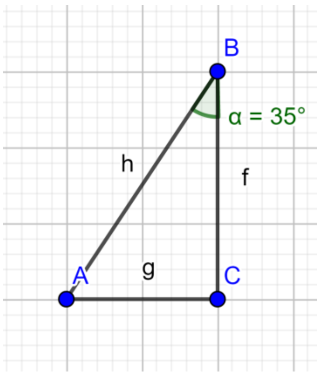
Possiamo quindi calcolare il valore dell'unità frazionaria :

90 : (11+7) = 90 : 18 = 5°

Gli angoli misurano perciò:

β = 5 x 11 = 55°

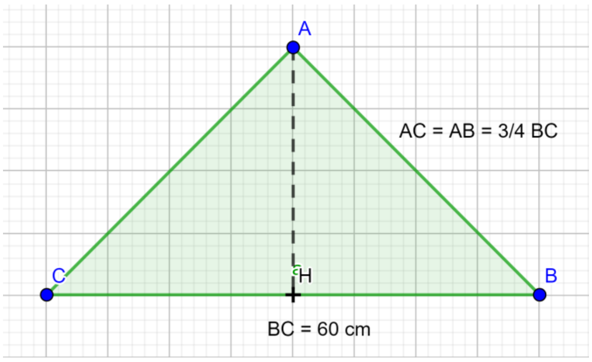
α= 5 x 7 = 35°



13. In un triangolo isoscele, i lati obliqui sono i ¾ della base, che misura 60 cm. Calcola il perimetro del triangolo.

Sappiamo bene come calcolare il valore di una frazione. Ci basta infatti moltiplicare la lunghezza data per la frazione:

$$\overline{AB} = \overline{AC} = 60 \cdot \frac{3}{4} = 45\ cm$$



Possiamo quindi calcolare il perimetro richiesto:

P = 60 + 45 + 45 = 150 cm

14. La base di un rettangolo misura 45 cm. Calcola perimetro ed area, sapendo che l'altezza è i 5/3 della base

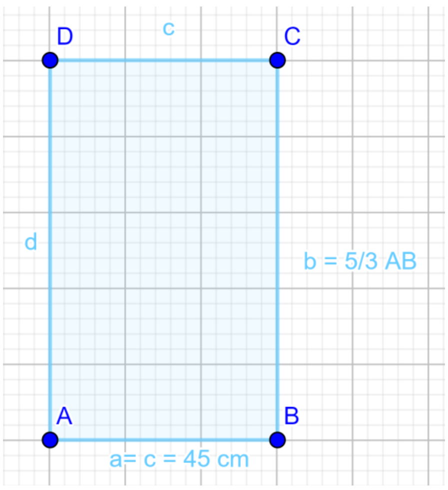
Come prima, possiamo ricavare facilmente la lunghezza dell'altezza del rettangolo:

$$BC = AD = \frac{5}{3} AB = \frac{5}{3} \cdot 45 = 75\ cm$$

Possiamo quindi calcolare il perimetro e l'area richiesti

P = (AB + BC) x 2 = (45 +75) x 2 = 240 cm

A = (AB x BC) = 45 x 75 = 3375 cm^2



ESERCIZIO 15 : inserisci nelle seguenti uguaglianze al posto dei puntini un numero opportuno, in modo che le frazioni risultino equivalenti

$$a. \frac{4}{5} = \frac{16}{20} \quad Infatti\ 20 : 5 = 4\ per\ cui\ al\ numeratore\ devo\ inserire\ 4\ x\ 4 = 16$$

$$b. \frac{2}{3} = \frac{12}{18} \quad Infatti\ 12 : 2 = 6\ per\ cui\ al\ denominatore\ devo\ inserire\ 3\ x\ 6 = 18$$

$$c. \frac{7}{\mathbf{2}} = \frac{21}{6} \quad Infatti\ 21 : 7$$
$$= 3\ per\ cui\ al\ denominatore\ della\ frazione\ ridotta\ devo\ inserire\ 6 :\ 3 = 2$$

$$d. \frac{5}{3} = \frac{15}{\mathbf{9}} = \frac{\mathbf{35}}{21} \quad Siccome\ 15 : 5 = 3,$$
$$al\ denominatore\ della\ seconda\ frazione\ devo\ inserire\ \ 3\ x\ \ 3$$
$$= 9 \quad Risulta\ poi\ 21: 3$$
$$= 7 \quad per\ cui\ al\ numeratore\ della\ terza\ frazione\ devo\ inserire\ 5\ x\ 7 = 35$$

$$e. \frac{4}{3} = \frac{16}{\mathbf{12}} = \frac{32}{\mathbf{24}} \quad Siccome\ 16 : 4 = 4,$$
$$al\ denominatore\ della\ seconda\ frazione\ devo\ inserire\ \ 3\ x\ 4$$
$$= 12 \quad Risulta\ poi\ 32: 4$$
$$= 8 \quad per\ cui\ al\ denominatore\ della\ terza\ frazione\ devo\ inserire\ 3\ x\ 8 = 24$$

ESERCIZIO 16 : riduci le seguenti frazioni ai minimi termini con il metodo delle divisioni successive, del MCD o della scomposizione.

Per esempio consideriamo la frazione 120/150 e procediamo a ridurla ai minimi termini

1) con il metodo delle divisioni successive:

$$\frac{120}{150} = \frac{120: 10}{150: 10} = \frac{12: 3}{15: 3} = \frac{4}{5}$$

2) con il M.C.D. (120, 150)

$120 = 12\ x10 = 2^2\ x\ 3\ x\ 2\ x\ 5 =\ 2^3\ x\ 3\ x\ 5$

$150 = 15\ x\ 10 = 3\ x\ 5\ x\ 2\ x\ 5 = 2\ x\ 3\ x\ 5^2$

Risulta quindi :

M.C.D. (120, 150) = 2 x 3 x 5 = 30

Di conseguenza:

$$\frac{120}{150} = \frac{120: 30}{150: 30} = \frac{4}{5}$$

3) con la scomposizione

Scomponiamo numeratore e denominatore in fattori primi e poi applichiamo il criterio generale di divisibilità :

$$\frac{120}{150} = \frac{2^{3} \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 5^2} = \frac{2^2}{5} = \frac{4}{5}$$

- 15/ 90 : siccome 90 è multiplo di 15 ci basta dividere numeratore e denominatore per 15:

$$\frac{15}{90} = \frac{15:15}{90:15} = \frac{1}{6} \; \textit{che è irriducibile}$$

- 12/40 :

Con il metodo delle divisioni successive abbiamo :

$$\frac{12}{40} = \frac{12:4}{40:4} = \frac{3}{10} \; \textit{che non può essere ridotta ulteriormente, essendo 3 e 10 primi tra loro}$$

- 72/48

Scomponiamo numeratore e denominatore in fattori primi:

$$\frac{72}{48} = \frac{2^{3} \cdot 3^2}{2^4 \cdot 3} = \frac{3}{2}$$

che non può ulteriormente essere ridotta

- 80/150

numeratore e denominatore sono entrambi divisibili per 10, quindi abbiamo:

$$\frac{80}{150} = \frac{80:10}{150:10} = \frac{8}{15} \; \textit{che è una frazione irriducibile}$$

- 27/18

Numeratore e denominatore sono multipli di 9 per cui abbiamo

$$\frac{27}{18} = \frac{27:9}{18:9} = \frac{3}{2}$$

che non può ulteriormente essere ridotta

- 75/45

Con il metodo delle divisioni successive abbiamo

$$\frac{75}{45} = \frac{75:5}{45:5} = \frac{15:3}{9:3} = \frac{5}{3}$$

che non può ulteriormente essere ridotta

- 140/120

Ancora una volta con il metodo delle divisioni successive, visto che notiamo subito che numeratore e denominatore sono divisibili per 10:

$$\frac{140}{120} = \frac{140:10}{120:10} = \frac{14:7}{12:7} = \frac{7}{6}$$

che non può ulteriormente essere ridotta.

- 63/45

Numeratore e denominatore sono divisibili per 9, per cui:

$$\frac{63}{45} = \frac{63:9}{45:9} = \frac{7}{5} \quad irriducibile$$

- 36/48

Calcoliamo il M.C.D (36, 48)

$36 = 4 \text{ x} 9 = 2^2 \text{ x } 3^2$

$48 = 6 \text{ x } 8 = 2^4 \text{ x } 3$

Risulta quindi :

M.C.D. $(36,48) = 2^2 \text{ xx } 3 = 12$

Di conseguenza:

$$\frac{36}{48} = \frac{36:12}{48:12} = \frac{3}{4}$$

- 315/153

Scomponiamo numeratore e denominatore in fattori primi e poi applichiamo il criterio generale di divisibilità :

$$\frac{315}{153} = \frac{3^2 \cdot 5 \cdot 7}{3^2 \cdot 17} = \frac{5 \cdot 7}{17} = \frac{35}{17}$$

- 825/396

Scomponiamo numeratore e denominatore in fattori primi e poi applichiamo il criterio generale di divisibilità

$$\begin{array}{r|l} 825 & 5^2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 396 & 2^2 \\ 99 & 3^2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\frac{825}{396} = \frac{5^2 \cdot 3 \cdot 11}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 11} = \frac{5^2}{2^2 \cdot 3} = \frac{25}{12}$$

che non può ulteriormente essere ridotta

- 1170/1320

Scomponiamo numeratore e denominatore in fattori primi e poi applichiamo il criterio generale di divisibilità

$$\begin{array}{r|l} 1170 & 2 \times 5 \\ 117 & 3^2 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1320 & 2 \times 5 \\ 132 & 2^2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\frac{1170}{1320} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13}{2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11} = \frac{3 \cdot 13}{2^2 \cdot 11} = \frac{39}{44}$$

che non può ulteriormente essere ridotta

- 4160/2028

Con i grandi numeri di solito conviene ricorrere direttamente alla scomposizione in fattori primi, per semplificare anche le operazioni successive di divisione. Di nuovo, quindi, scomponiamo numeratore e denominatore in fattori primi e poi applichiamo il criterio generale di divisibilità

$$\begin{array}{r|l} 4160 & 2 \times 5 \\ 416 & 2^2 \\ 104 & 2^2 \\ 26 & 2 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2028 & 2^2 \\ 507 & 3 \\ 169 & 13 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$\frac{4160}{2028} = \frac{2^6 \cdot 5 \cdot 13}{2^2 \cdot 3 \cdot 13^2} = \frac{2^4 \cdot 5}{3 \cdot 13} = \frac{16 \cdot 5}{39} = \frac{80}{39}$$

che non può ulteriormente essere ridotta

ESERCIZIO 17: TRASFORMA , SE POSSIBILE, IN DUE FRAZIONI EQUIVALENTI, AVENTI DENOMINATORE 20, LE FRAZIONI 36/15 E 5/7

1) Innanzitutto riduciamo la prima frazione ai minimi termini, essendo numeratore e denominatore divisibile per 3. Otteniamo

$$\frac{36}{15} = \frac{36:3}{15:3} = \frac{12}{5}$$

Calcoliamo ora il quoto tra il nuovo denominatore e il vecchio. Risulta:

$$20:5 = 4$$

Moltiplichiamo quindi per 4 numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini:

$$\frac{12}{5} = \frac{12 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{48}{20}$$

2) La frazione 5/7 è già ridotta ai minimi termini e non possiamo trasformarla in una equivalente con denominatore 20. Infatti 20 e 7 sono PRIMI tra loro e la divisione non ci dà un risultato esatto.

ESERCIZIO 18 : TRASFORMA, SE POSSIBILE, LE SEGUENTI FRAZIONI IN ALTRE EQUIVALENTI DI DENOMINATORE DATO, EVENTUALMENTE RIDUCENDO AI MINIMI TERMINI

- 16/12 con denominatore 24

Riduciamo innanzitutto la frazione data ai minimi termini, dividendo numeratore e denominatore per 4

$$\frac{16}{12}=\frac{16:4}{12:4}=\frac{4}{3}$$

Calcoliamo ora il quoto tra il nuovo denominatore e il vecchio. Risulta:

$$24:3=8$$

Moltiplichiamo quindi per 8 numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini:

$$\frac{4}{3}=\frac{4\cdot 8}{3\cdot 8}=\frac{32}{24}$$

- 10/6 con denominatore 18

Riduciamo innanzitutto la frazione data ai minimi termini, dividendo numeratore e denominatore per 2

$$\frac{10}{6}=\frac{10:2}{6:2}=\frac{5}{3}$$

Calcoliamo ora il quoto tra il nuovo denominatore e il vecchio. Risulta:

$$18:3=6$$

Moltiplichiamo quindi per 6 numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini:

$$\frac{5}{3}=\frac{5\cdot 6}{3\cdot 6}=\frac{30}{18}$$

- 7/5 con denominatore 16

La frazione data è già ridotta ai minimi termini. Siccome la divisione tra 16 e 5 non è esatta, non possiamo trasformare 7/5 in una frazione equivalente con denominatore 16

- 45/30 con denominatore 10

Riduciamo innanzitutto la frazione data ai minimi termini, dividendo numeratore e denominatore per 15

$$\frac{45}{30}=\frac{45:15}{30:15}=\frac{3}{2}$$

Calcoliamo ora il quoto tra il nuovo denominatore e il vecchio. Risulta:

$$10:2=5$$

Moltiplichiamo quindi per 5 numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini:

$$\frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{15}{10}$$

- 16/24 con denominatore 18

Riduciamo innanzitutto la frazione data ai minimi termini, dividendo numeratore e denominatore per 8

$$\frac{16}{24} = \frac{16:8}{24:8} = \frac{2}{3}$$

Calcoliamo ora il quoto tra il nuovo denominatore e il vecchio. Risulta:

$$18:3 = 6$$

Moltiplichiamo quindi per 6 numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{12}{18}$$

- 21/6 con denominatore 15

Riduciamo innanzitutto la frazione data ai minimi termini, dividendo numeratore e denominatore per 3

$$\frac{21}{6} = \frac{21:3}{6:3} = \frac{7}{2}$$

Siccome la divisione tra 15 e 2 non è esatta, non possiamo trasformare 21/6 in una frazione equivalente avente come denominatore 15

- 45/75 con denominatore 20

Riduciamo innanzitutto la frazione data ai minimi termini, dividendo numeratore e denominatore per 15

$$\frac{45}{75} = \frac{45:15}{75:15} = \frac{3}{5}$$

Calcoliamo ora il quoto tra il nuovo denominatore e il vecchio. Risulta:

$$15:5 = 3$$

Moltiplichiamo quindi per 3 numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}$$

- 80/60 con denominatore 18

Riduciamo innanzitutto la frazione data ai minimi termini, dividendo numeratore e denominatore per 20

$$\frac{80}{60} = \frac{80:20}{60:20} = \frac{4}{3}$$

Calcoliamo ora il quoto tra il nuovo denominatore e il vecchio. Risulta:

$$18:3=6$$

Moltiplichiamo quindi per 6 numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini:

$$\frac{4}{3}=\frac{4\cdot 6}{3\cdot 6}=\frac{24}{18}$$

- 63/30 con denominatore 5

Riduciamo innanzitutto la frazione data ai minimi termini, dividendo numeratore e denominatore per 3

$$\frac{63}{30}=\frac{63:3}{30:3}=\frac{21}{10}$$

Siccome 5 è più piccolo di 10, non possiamo trasformare la frazione data per un'altra equivalente avente al denominatore 5.

Infatti anche se moltiplichiamo denominatore e numeratore per 1/2 ,otteniamo di nuova la frazione data:

$$\frac{21}{10}=\frac{21\cdot\frac{1}{2}}{10\cdot\frac{1}{2}}=\frac{\frac{21}{2}}{5}=\frac{21}{10}$$

ESERCIZIO 19 : QUALI FRAZIONI SONO EQUIVALENTI A 15/13?

- ☐ 60/39 ➔ NO : INFATTI 60 : 15 = 4 MA 39:13 = 3
- ☐120/91 ➔ NO: IL NUMERATORE DI QUESTA FRAZIONE è MULTIPLO DI 15 MA 91 NON è UN MULTIPLO DI 13
- ☐180/156 ➔ SI : INFATTI NUMERATORE E DENOMINATORE DI QUESTA FRAZIONE SI OTTENGONO MOLTIPLICANDO NUMERATORE E DENOMINATORE DI 15/13 PER 12 :

$$\frac{15}{13}=\frac{15\cdot 12}{13\cdot 12}=\frac{180}{156}$$

- ☐480/416 ➔ SI : INFATTI NUMERATORE E DENOMINATORE DI QUESTA FRAZIONE SI OTTENGONO MOLTIPLICANDO NUMERATORE E DENOMINATORE DI 15/13 PER 32 :

$$\frac{15}{13}=\frac{15\cdot 32}{13\cdot 32}=\frac{480}{416}$$

ESERCIZIO 20 :RIDUCI ALLO STESSO DENOMINATORE LE SEGUENTI COPPIE DI FRAZIONI

a) **5/8 e 30/72 VEDI SPIEGAZIONE SEGUENTE**
b) ¾ e 7/12
c) 18/30 e 5/20
d) 12/18 e 15/12
e) 50/45 e 3/20
f) 5/4 e 9/12

g) 28/50 e 35/100

A) Ricordiamo che prima per ridurre allo stesso denominatore due frazioni, dobbiamo calcolare il minimo comune multiplo dei denominatori. E' importante ridurre prima ai minimi termini le frazioni riducibili, in modo da lavorare con numeri i più piccoli possibile.

Ad esempio, nel caso della prima coppia, notiamo che 5/8 è già ridotta ai minimi termini mentre 30/72 può essere ridotta. Infatti sia numeratore che denominatore sono divisibili per 6. Abbiamo perciò:

$$\frac{30}{72} = \frac{30:6}{72:6} = \frac{5}{12}$$

Calcoliamo il m.c.d. tra 8 e 12. Siccome

$8 = 2^3$

$12 = 2^2 \times 3$

risulta m.c.d. $(8, 12) = 2^3 \times 3 = 24$

Dividiamo i denominatori per il m.c.d. e poi moltiplichiamo i numeratori per il quoto ottenuto. Abbiamo quindi

$$\frac{5}{8} = \frac{15}{24} \qquad \frac{5}{12} = \frac{10}{24}$$

B) ¾ e 7/12

Siccome 12 è multiplo di 4, sappiamo che m.c.d.(4,12) = 12 per cui ci basta trasformare solo la prima frazione:

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

c)18/30 e 5/20

Riduciamo innanzitutto le frazioni date ai minimi termini, dividendo la prima per 6 e la seconda per 5:

$$\frac{18}{30} = \frac{18:6}{30:6} = \frac{3}{5} \qquad \frac{5}{20} = \frac{5:5}{20:5} = \frac{1}{4}$$

Siccome 4 e 5 sono primi tra loro, il m.c.d. è dato dal loro prodotto: ci basta quindi moltiplicare il numeratore della prima frazione per 4 e il numeratore della seconda per 5. Otteniamo quindi

$$\frac{3}{5} = \frac{3\ x\ 4}{20} = \frac{12}{20} \qquad \frac{1}{4} = \frac{1x5}{20} = \frac{5}{20}$$

d) 12/18 e 15/12

Riduciamo le frazioni date ai minimi termini, dividendo numeratore e denominatore della prima per 6 e numeratore e denominatore della seconda per 3. Otteniamo:

$$\frac{12}{18} = \frac{12:6}{18:6} = \frac{2}{3} \qquad \frac{15}{12} = \frac{15:3}{12:3} = \frac{5}{4}$$

Siccome 3 e 4 sono primi tra loro, il m.c.d. è dato dal loro prodotto: ci basta quindi moltiplicare il numeratore della prima frazione per 4 e il numeratore della seconda per 3. Otteniamo quindi

$$\frac{2}{3} = \frac{2\ x\ 4}{12} = \frac{8}{12} \qquad \frac{5}{4} = \frac{5x3}{12} = \frac{15}{12}$$

e) 50/45 e 3/20

Riduciamo la prima delle due frazioni date ai minimi termini, dividendo numeratore e denominatore per 5. Otteniamo:

$$\frac{50}{45} = \frac{50:5}{45:5} = \frac{10}{9}$$

Siccome 9 e 20 sono primi tra loro, il m.c.d. è dato dal loro prodotto: ci basta quindi moltiplicare il numeratore della prima frazione per 20 e il numeratore della seconda per 9. Otteniamo quindi

$$\frac{10}{9} = \frac{10x\ 20}{180} = \frac{200}{180} \qquad \frac{3}{20} = \frac{9x3}{180} = \frac{27}{180}$$

f) 5/4 e 9/12

Siccome 12 è multiplo di 4, sappiamo che m.c.d.(4,12) = 12 per cui ci basta trasformare solo la prima frazione, moltiplicando numeratore e denominatore per il quoto tra 12 e 4:

$$\frac{5}{4} = \frac{5\ x\ 3}{4\ x\ 3} = \frac{15}{12}$$

g) 28/50 e 35/100

Senza prima ridurre ai minimi termini, osserviamo che 100 è un multiplo di 50, per cui m.c.d.(50,100) = 100.

Ci basta trasformare solo la prima frazione, moltiplicando numeratore e denominatore per il quoto tra 100 e 50:

$$\frac{28}{50} = \frac{28\ x\ 2}{50\ x\ 2} = \frac{56}{100}$$

ESERCIZIO 21 : riduci i seguenti gruppi di frazioni allo stesso m.c.d.

$$a)\ \frac{5}{2}, \frac{9}{4}, \frac{11}{22}$$

Calcoliamo il m.c.d. tra i denominatori, dopo aver ridotto ai minimi termini 11/22, essendo il denominatore un multiplo del numeratore.

11/22 = ½

m.c.d.(2,4) = 4

Per cui :

$$\frac{5}{2}=\frac{10}{4},\ \frac{9}{4},\quad \frac{1}{2}=\frac{2}{4}$$

$$\text{b)}\frac{1}{6},\frac{5}{8},\frac{3}{4}$$

Le frazioni sono già tutte ridotte ai minimi termini per cui ci basta calcolare il m.c.d. tra i denominatori.

m.c.d.(4, 6, 8) =24

Per cui :

$$\frac{1}{6}=\frac{1\text{ x }4}{6\text{ x }4}=\frac{4}{24}\qquad \frac{5}{8}=\frac{5\text{x }3}{8\text{ x }3}=\frac{15}{24},\quad \frac{3}{4}=\frac{3\text{ x }6}{4\text{ x }6}=\frac{18}{24}$$

$$\text{c)}\frac{18}{15},\frac{2}{10},\frac{3}{8}$$

Dobbiamo innanzitutto ridurre ai minimi termini 18/15 e 2/10.

Abbiamo :

$$\frac{18}{15}=\frac{18:3}{15:3}=\frac{6}{5}\ ,\frac{2}{10}=\frac{2:2}{10:2}=\frac{1}{5},\quad \frac{3}{8}$$

Calcoliamo quindi m.c.d.(5,8) = 40

Abbiamo perciò

$$\frac{6}{5}=\frac{6\text{ x }8}{5\text{ x }8}=\frac{48}{40}\ ,\frac{1}{5}=\frac{1\text{ x }8}{5\text{ x }8}=\frac{8}{40},\quad \frac{3}{8}=\frac{3\text{ x }5}{8\text{ x }5}=\frac{15}{40}$$

ESERCIZIO 22: confronta le seguenti coppie di frazioni, inserendo al posto dei puntini il simbolo di >, < oppure =

$$a.\frac{7}{5}<\frac{9}{5}\qquad b.\frac{5}{3}\ \dots\ \frac{9}{7}\qquad c.\frac{5}{3}\ \dots\ \frac{20}{12}\qquad d.\frac{13}{9}\ \dots\ \frac{7}{9}\qquad e.\frac{4}{7}\ \dots\ \frac{5}{8}$$

$$a.\frac{7}{5}\ \dots\ \frac{13}{9}\qquad b.\frac{5}{4}\ \dots\ \frac{9}{5}\qquad c.\frac{25}{13}\ \dots\ \frac{25}{19}\qquad d.\frac{13}{7}\ \dots\ \frac{11}{7}\qquad e.\frac{14}{7}\ \dots\ \frac{21}{5}$$

Ricorda che puoi utilizzare anche i "prodotti in croce"!!!

Infatti

$$a.\frac{7}{5}<\frac{9}{5}\ \ essendo\ 7x5<9x5$$

$$b.\frac{5}{3}>\frac{9}{7}\ \ essendo\ 5\ x7>9\ x\ 3$$

$$c.\frac{5}{3}=\frac{20}{12}\ \ \boldsymbol{essendo\ 5\ x\ 12=20\ x\ 3}$$

$$d.\frac{13}{9} > \frac{7}{9} \quad \textit{stesso denominatore}: \text{è } \textit{maggiore quella con il numeratore maggiore}$$

$$e.\frac{4}{7} < \frac{5}{8} \quad essendo\ 4x8 < 7\ x\ 5$$

$$a.\frac{7}{5} < \frac{13}{9} \quad essendo\ 7\ x\ 9 < 13\ x\ 5$$

$$b.\frac{5}{4} < \frac{9}{5} \quad \boldsymbol{essendo\ 5\ x\ 5} < 9\ x\ 4$$

$$c.\frac{25}{13} > \frac{25}{19} \quad \textit{stesso numeratore}: \text{è } \textit{maggiore quella con il denominatore MINORE}$$

$$d.\frac{13}{7} > \frac{11}{7} \quad \textit{stesso denominatore}: \text{è } \textit{maggiore quella con il numeratore maggiore}$$

$$e.\frac{14}{7} < \frac{21}{5} \quad essendo\ 14\ x\ 5 = 70 < 21\ x\ 7 = 77$$

ESERCIZIO 23: ordina le seguenti frazioni in ordine decrescente

$$\frac{3}{4},\frac{1}{6},\frac{25}{3},\frac{5}{5},\frac{1}{2},\frac{4}{5},\frac{7}{10},\frac{1}{5},\frac{10}{4}$$

dobbiamo ridurre tutte le frazioni allo stesso denominatore ma possiamo iniziare con il dare una prima occhiata alle frazioni. Infatti sicuramente le frazioni improprie $25/3$ e $10/4 = 5/2$ sono maggiori di tutte le altre frazioni presenti.

Tra le due, certamente è maggiore $25/3$ per cui abbiamo già ridotto le frazioni da trasformare. Inoltre $5/5 = 1$ segue immediatamente.

Ci restano da riordinare

$$\frac{3}{4},\frac{1}{6},\frac{1}{2},\frac{4}{5},\frac{7}{10},\frac{1}{5}$$

Abbiamo tre frazioni con lo stesso numeratore: $1/6$,$1/2$ e $1/5$. Tra esse la più piccola è $1/6$, seguita da $1/5$ e da ½.

Abbiamo quindi

$$\frac{25}{3} > \frac{10}{4} > \frac{5}{5} > \cdots > \frac{1}{2} > \frac{1}{5} > \frac{1}{6}$$

Ci restano così

$$\frac{3}{4},\frac{7}{10},\frac{4}{5}$$

Calcoliamo m.c.d. $(4,10,5) = 20$ e riduciamo le frazioni allo stesso denominatore

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}, \quad \frac{7}{10} = \frac{14}{20}, \quad \frac{4}{5} = \frac{16}{20}$$

Abbiamo perciò

$$\frac{25}{3}>\frac{10}{4}>\frac{5}{5}>\frac{4}{5}>\frac{3}{4}>\frac{7}{10}>\frac{1}{2}>\frac{1}{5}>\frac{1}{6}$$

ESERCIZIO 24 : ordina le seguenti frazioni in ordine crescente

$$\frac{4}{5},\frac{2}{5},\frac{5}{13},\frac{3}{8},\frac{1}{4},\frac{2}{3},\frac{8}{13}$$

Questa volta non possiamo fare previsioni, per cui ci conviene calcolare direttamente m.c.d.(3, 4, 5,13,8) = 1560

$$\frac{4}{5}=\frac{1248}{1560},\quad \frac{2}{5}=\frac{624}{1560},\quad \frac{5}{13}=\frac{600}{1560},\quad \frac{3}{8}=\frac{585}{1560},\quad \frac{1}{4}=\frac{390}{1560},\quad \frac{2}{3}=\frac{1040}{1560},\quad \frac{8}{13}=\frac{960}{1560}$$

Confrontando i numeratori, abbiamo, in ordine crescente

$$\frac{1}{4}<\frac{3}{8}<\frac{5}{13}<\frac{2}{5}<\frac{8}{13}<\frac{2}{3}<\frac{4}{5}$$

ESERCIZIO 25 : CALCOLA IL VALORE DELLE SEGUENTI ESPRESSIONI

Ricorda: se in un'espressione numerica si trovano le quattro operazioni fondamentali e le potenze di numeri relativi, si eseguono nell'ordine

- potenze
- moltiplicazioni e divisioni secondo l'ordine in cui si presentano
- addizioni e sottrazioni, sempre secondo l'ordine in cui si presentano

Se l'espressione contiene PARENTESI, si inizia il calcolo delle espressioni contenuti nelle parentesi tonde, poi nelle quadre e infine nelle graffe, rispettando all'interno delle parentesi le regole di priorità vite prima

$$\frac{1}{2}+\frac{4}{3}=\textit{riduco allo stesso denominatore}=\frac{3+8}{6}=\frac{11}{6}$$

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}=\frac{9+4+10}{12}=\frac{23}{12}$$

$$\frac{11}{2}-\frac{5}{7}=\frac{77-10}{14}=\frac{67}{14}$$

$$\frac{7}{3}-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{28-6-3}{12}=\frac{19}{12}$$

$$-\left[-\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{15}{16}-2\right)\right]=$$

$$-\left[-\left(\frac{2-1}{2}\right)+\left(\frac{15-32}{16}\right)\right]=-\left[-\frac{1}{2}-\frac{17}{16}\right]=-\left(\frac{-8-17}{16}\right)=\frac{25}{16}$$

$$\frac{7}{24}+\left(-8-\frac{1}{2}\right)-\left[1-\left(3-\frac{1}{8}\right)\right]=$$

$$\frac{7}{24}+\left(\frac{-16-1}{2}\right)-\left[1-\left(\frac{24-1}{8}\right)\right]=\frac{7}{24}-\frac{17}{2}-\left(1-\frac{23}{8}\right)=\frac{7}{24}-\frac{17}{2}-\left(\frac{8-23}{8}\right)=$$

$$\frac{7}{24}-\frac{17}{2}+\frac{15}{8}=\frac{7-204+45}{24}=\frac{152}{24}=(dividendo\ numeratore\ e\ denominatore\ per\ 8)=\frac{19}{3}$$

$$-\frac{1}{3}-\left[1-\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)-\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{3}\right)\right]$$

$$\frac{5}{4}\cdot\frac{3}{2}=\frac{15}{12}$$

$$\frac{11}{2}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{15}{22}=3$$

$$\frac{3}{4}:\frac{5}{4}=\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}=\frac{3}{5}$$

$$\frac{8}{3}:\frac{4}{15}=\frac{8}{3}\cdot\frac{15}{4}=10$$

$$\frac{9}{4}:\frac{6}{5}:\frac{3}{2}=\boldsymbol{\frac{9}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{2}{3}=\frac{5}{4}}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^3=\frac{1}{125}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$$

$$\left[\frac{4}{7}+3:\left(1-\frac{1}{7}\right)\cdot\frac{1}{7}\right]:\left(-\frac{15}{4}\right)=$$

$$\left[\frac{4}{7}+3:\left(\frac{7-1}{7}\right)\cdot\frac{1}{7}\right]\cdot\left(-\frac{4}{15}\right)=\left[\frac{4}{7}+3:\left(\frac{6}{7}\right)\cdot\frac{1}{7}\right]\cdot\left(-\frac{4}{15}\right)=\left[\frac{4}{7}+3\cdot\left(\frac{7}{6}\right)\cdot\frac{1}{7}\right]\cdot\left(-\frac{4}{15}\right)=$$

$$\left[\frac{4}{7}+\frac{1}{2}\right]\cdot\left(-\frac{4}{15}\right)=\frac{15}{14}\left(-\frac{4}{15}\right)=-\frac{2}{7}$$

$$-\frac{2}{3}:\left\{\left[-2+\left(1-\frac{4}{9}\right)\right]\cdot\frac{1}{26}\right\}+(-3):\left(-\frac{3}{4}+1\right)=$$

$$=-\frac{2}{3}:\left\{\left[-2+\left(\frac{9-4}{9}\right)\right]\cdot\frac{1}{26}\right\}+(-3):\left(\frac{-3+4}{4}\right)=-\frac{2}{3}:\left\{\left[-2+\frac{5}{9}\right]\cdot\frac{1}{26}\right\}+(-3):\left(\frac{1}{4}\right)=$$

$$=-\frac{2}{3}:\left\{\left[\frac{-18+5}{9}\right]\cdot\frac{1}{26}\right\}+(-3)\cdot(4)=-\frac{2}{3}:\left\{-\frac{13}{9}\cdot\frac{1}{26}\right\}-12=-\frac{2}{3}:\left\{-\frac{1}{18}\right\}-12=$$

$$= -\frac{2}{3} \cdot \{-18\} - 12 = +12 - 12 = 0$$

$$-12 + \left\{\left(-\frac{3}{4}\right)^2 : \frac{27}{(-2)^4} - \left[-2^5 \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right)^3 - 10 \cdot \left(1 + \frac{1}{2^2}\right)\right]\right\} =$$

$$= -12 + \left\{\frac{9}{16} : \frac{27}{16} - \left[-32 \cdot \left(\frac{4-3}{4}\right)^3 - 10 \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right)\right]\right\} =$$

$$= -12 + \left\{\frac{9}{16} \cdot \frac{16}{27} - \left[-32 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 - 10 \cdot \left(\frac{4+1}{4}\right)\right]\right\} =$$

$$= -12 + \left\{\frac{1}{3} - \left[-32 \cdot \frac{1}{64} - 10 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)\right]\right\} =$$

$$= -12 + \left\{\frac{1}{3} - \left[-\frac{1}{2} - \frac{25}{2}\right]\right\} = -12 + \left\{\frac{1}{3} + \frac{26}{2}\right\} = 12 + \frac{40}{3} = \frac{76}{3}$$

$$\frac{1}{5} : \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4} - \frac{8}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{7}{11}\right) =$$

$$\frac{1}{5} : \left(\frac{30+5-32}{20}\right) \cdot \left(\frac{11-7}{11}\right) = \frac{1}{5} \cdot \frac{20}{3} \cdot \frac{4}{11} = \frac{16}{33}$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{4} - \frac{1}{8}\right) : \frac{13}{8} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5}\right) =$$

$$= \left(\frac{4+10-1}{8}\right) \cdot \frac{8}{13} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) =$$

$$= \frac{13}{8} \cdot \frac{8}{13} + \left(\frac{5+3}{15}\right) =$$

$$= 1 + \frac{8}{15} = \frac{23}{15}$$

$$\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(6 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{11} - \left(\frac{10}{9} + \frac{1}{4}\right)\right]^2 =$$

$$= \left[\frac{1}{9} + \frac{1}{4} + \left(\frac{12-1}{2}\right) \cdot \frac{2}{11} - \left(\frac{40+9}{36}\right)\right]^2 =$$

$$= \left[\frac{1}{9} + \frac{1}{4} + \frac{11}{2} \cdot \frac{2}{11} - \frac{49}{36}\right]^2 =$$

$$= \left[\frac{1}{9} + \frac{1}{4} + 1 - \frac{49}{36}\right]^2 =$$

$$= \left[\frac{4+9+36-49}{36}\right]^2 = \left[\frac{0}{36}\right]^2 = 0$$

$$\left\{\left[\left(\frac{5}{3}+\frac{5}{4}\cdot 2\right):\frac{2}{3}-\left(4+\frac{1}{2}+\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{2}{3}\right]\cdot\frac{5}{3}-\frac{3}{4}\right\}\cdot\left[\left(2-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{4}\right]$$

$$=\left\{\left[\left(\frac{5}{3}+\frac{5}{2}\right)\cdot\frac{3}{2}-\left(\frac{40+5+6}{10}\right)\cdot\frac{2}{3}\right]\cdot\frac{5}{3}-\frac{3}{4}\right\}\cdot\left[\left(\frac{3}{2}\right)\cdot\frac{1}{4}\right]=$$

$$=\left\{\left[\left(\frac{10+15}{6}\right)\cdot\frac{3}{2}-\frac{51}{10}\cdot\frac{2}{3}\right]\cdot\frac{5}{3}-\frac{3}{4}\right\}\cdot\frac{3}{8}=$$

$$=\left\{\left[\frac{25}{6}\cdot\frac{3}{2}-\frac{17}{5}\right]\cdot\frac{5}{3}-\frac{3}{4}\right\}\cdot\frac{3}{8}=$$

$$=\left\{\left[\frac{25}{4}-\frac{17}{5}\right]\cdot\frac{5}{3}-\frac{3}{4}\right\}\cdot\frac{3}{8}=$$

$$=\left\{\left[\frac{125-68}{20}\right]\cdot\frac{5}{3}-\frac{3}{4}\right\}\cdot\frac{3}{8}=\left\{\frac{57}{20}\cdot\frac{5}{3}-\frac{3}{4}\right\}\cdot\frac{3}{8}=$$

$$=\left\{\frac{19}{4}-\frac{3}{4}\right\}\cdot\frac{3}{8}=$$

$$=\frac{16}{4}\cdot\frac{3}{8}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

$$\left[5-\left(2+\frac{12}{5}\right):\left(6-\frac{6}{5}\right)\right]:\left(2-\frac{1}{2}\right)-\frac{49}{9}:2+\left[\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}:\frac{3}{2}\right)^2:\frac{7}{6}\right]\cdot\frac{12}{21}$$

$$=\left[5-\frac{22}{5}:\left(\frac{24}{5}\right)\right]:\left(\frac{3}{2}\right)-\frac{49}{9}\cdot\frac{1}{2}+\left[\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\right)^2:\frac{7}{6}\right]\cdot\frac{12}{21}=$$

$$=\left[5-\frac{22}{5}\cdot\frac{5}{24}\right]\cdot\frac{2}{3}-\frac{49}{18}+\left[\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)^2:\frac{7}{6}\right]\cdot\frac{12}{21}=$$

$$=\left[5-\frac{11}{12}\right]\cdot\frac{2}{3}-\frac{49}{18}+\left[\left(\frac{7}{6}\right)^2:\frac{7}{6}\right]\cdot\frac{12}{21}=$$

$$=\frac{49}{12}\cdot\frac{2}{3}-\frac{49}{18}+\frac{7}{6}\cdot\frac{12}{21}=$$

$$=\underbrace{\frac{49}{18}-\frac{49}{18}}_{\boxed{0}}+\frac{7}{6}\cdot\frac{12}{21}=\frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{17}{36}-2\cdot\frac{1}{9}\right)+\left[\left(2^3+\frac{2}{5}+\frac{9}{4}-9\right):\frac{3}{10}-\left(\frac{17}{6}-\frac{13}{30}\right)\cdot\frac{5}{4}\right]\cdot\frac{4}{9}=$$

$$=\left(\frac{17}{36}-\frac{2}{9}\right)+\left[\left(8+\frac{2}{5}+\frac{9}{4}-9\right):\frac{3}{10}-\left(\frac{85-13}{30}\right)\cdot\frac{5}{4}\right]\cdot\frac{4}{9}=$$

$$=\left(\frac{17-8}{36}\right)+\left[\left(\frac{2}{5}+\frac{9}{4}-1\right):\frac{3}{10}-\left(\frac{72}{30}\right)\cdot\frac{5}{4}\right]\cdot\frac{4}{9}=$$

$$=\frac{9}{36}+\left[\left(\frac{8+45-20}{20}\right)\cdot\frac{10}{3}-\left(\frac{18}{6}\right)\right]\cdot\frac{4}{9}=$$

$$= \frac{9}{36} + \left[\frac{33}{20} \cdot \frac{10}{3} - 3\right] \cdot \frac{4}{9} =$$

$$= \frac{9}{36} + \left[\frac{11}{2} - 3\right] \cdot \frac{4}{9} =$$

$$= \frac{9}{36} + \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{9} = \frac{9}{36} + \frac{10}{9} = \frac{49}{36}$$

$$\left[\left(\frac{3}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right]\right. + \left[\frac{10}{3} - \frac{5}{3} - \left(1 - \frac{1}{6}\right)\right] - \left(\frac{1}{2}\right)^3 : \frac{1}{2} =$$

$$= \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right]\right. + \left[\frac{5}{3} - \frac{5}{6}\right] - \left(\frac{1}{2}\right)^{3-1} =$$

$$= \left[\frac{18 - 3 - 10 + 8}{12}\right] + \left[\frac{10 - 5}{6}\right] - \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$= \frac{13}{12} + \frac{5}{6} - \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{13 + 10 - 3}{12} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$$

$$\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot (-4) + \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2\right]^2 : \left[\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (-6) + \frac{10}{9}\right]^2$$

$$= \left[\left(-\frac{1}{8}\right) \cdot (-4) - \frac{8}{27} \cdot \frac{9}{16}\right]^2 : \left[\frac{8}{27} \cdot (-6) + \frac{10}{9}\right]^2 =$$

$$= \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right]^2 : \left[-\frac{16}{9} + \frac{10}{9}\right]^2 =$$

$$= \left[\frac{2}{6}\right]^2 : \left[-\frac{6}{9}\right]^2 =$$

$$= \left[\frac{1}{3}\right]^2 : \left[-\frac{2}{3}\right]^2 =$$

$$= \left[\frac{1}{3} : (-\frac{2}{3})\right]^2 =$$

$$= \left[\frac{1}{3} \cdot (-\frac{3}{2})\right]^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$-\frac{2}{9}\left(-2 - \frac{1}{4}\right) + \frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{5}{2} + \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{3}{10}\right)$ $R: -2$

$\left[-\frac{4}{3} + \frac{8}{5} \cdot \left(\frac{3}{2} - 2 + \frac{9}{40} \cdot \frac{5}{3}\right)\right] \cdot \left(-\frac{15}{46}\right) - 10 \cdot \left(-\frac{2}{5} + \frac{3}{20}\right)$ $R: 3$

$\frac{10}{3} - \frac{4}{5} \cdot \left\{-2 + \frac{9}{5} \cdot \left[\left(-\frac{2}{9} + \frac{5}{6}\right) \cdot \left(-\frac{27}{44}\right) - \frac{1}{4}\right]\right\} - \frac{35}{6}$ $R: 0$

$$\frac{1}{4}-\frac{3}{11}\cdot\left\{\left[-\frac{1}{5}-\frac{8}{45}\cdot\left(\frac{1}{9}-\frac{11}{8}\right)-\frac{1}{72}\right]\cdot\frac{4}{5}+\frac{6}{5}\right\} \qquad R: -\frac{1}{20}$$

$$\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{15}\right):\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{3}{8}\right):\left(\frac{1}{4}+1-\frac{3}{2}\right)-\left(\frac{16}{5}+\frac{3}{10}\right):\left(-\frac{1}{3}\right) \qquad R: \frac{15}{2}$$

$$\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^5:\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]^2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^0 \qquad R: \left(-\frac{1}{2}\right)^4$$

$$\left\{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^2\right]^3:\left(-\frac{2}{3}\right)^4\right\}^2:\left\{\left[(-2)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2:\frac{3}{8}\right\}^4 = \qquad R: \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$\left\{\left[\left(\frac{7}{3}\right)^{10}:\left(-\frac{7}{3}\right)^6\right]^2\cdot\left[\left(-\frac{7}{3}\right)^8:\left(-\frac{7}{3}\right)^3\right]\right\}:\left(-\frac{7}{3}\right)^{11} \qquad R: \frac{49}{4}$$

$$\left\{\left[\left(+\frac{3}{4}\right)^2\right]^2\right\}^3\cdot\left[\left(-\frac{3}{4}\right)^5\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^2\right]^2:\left\{\left[\left(+\frac{3}{4}\right)^2\right]^3\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^7\right\}^2 \qquad R: 1$$

$$\left(1-\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{\left[2-\left(\frac{3}{5}+2\right):\frac{3}{2}+\left(1-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^3\cdot\frac{2^2}{3^4}\right]\cdot 79}{\left[1+\frac{1}{8}-\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\frac{4}{3}+\left(\frac{3}{2}\right)^5:\left(\frac{3}{2}\right)^3\right]:\left(\frac{1}{2}\right)^3}$$

$$\frac{\left[\left(\frac{5}{2}\right)^3:\left(\frac{5}{2}\right)^2\right]^2:\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)^3:\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\right)^2\right]^2}{\left[\left(\frac{3}{4}+\frac{7}{8}\right)^2+1-\left(\frac{9}{8}-1\right)\right]\cdot\left(\frac{65}{3}+\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{7}{25}-\frac{1}{5}\right)}$$

$$\frac{\frac{2}{5}\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{5}{4}:\left(\frac{5}{2}+\frac{1}{4}-\frac{7}{8}\right):\frac{5}{12}\right]:\frac{2}{15}\right\}\cdot\frac{2}{5}}{\left[\left(2+\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{12}\right)+\left(\frac{1}{24}+\frac{9}{8}+2/3\right)\right]:\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{12}\right)-6}$$

ESERCIZIO 26 : RISOLVI I SEGUENTI PROBLEMI

1) Un'industria automobilistica in un anno ha venduto sul mercato prima 4/7 e poi i 3/5 della rimanenza della propria produzione di autovetture. Se restano invendute 75 000 auto, quale è stato il totale della produzione?

Per poter calcolare la produzione totale, dobbiamo capire a quale parte della produzione corrisponde l'invenduto.

Dobbiamo quindi ragionare sui dati forniti.

Se ha venduto i 4/7 della produzione, invenduti sono rimasti i 3/7 .

Di conseguenza la seconda vendita ha riguardato i 3/5 di 3/7, cioè i 9/35 della produzione.

In totale sono stati quindi venduti

4/7 +9/35 = 29/35 della produzione

L'invenduto corrisponde quindi ai 6/35 della produzione.

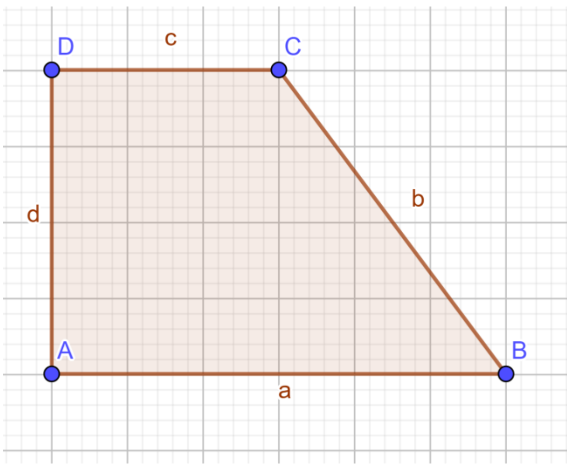
Per trovare la produzione totale ci basta moltiplicare l'invenduto per l'inverso della frazione trovata. Abbiamo quindi :

produzione totale = 75 000 * 35/6 = 437 500 automobili

2) Calcola la misura dell'altezza di un trapezio rettangolo, sapendo che

- il perimetro misura 96 cm
- il lato obliquo è 5/4 della base minore e la loro somma è 45 cm
- la differenza tra le basi misura 7 cm

Dal secondo dato possiamo ricavare la lunghezza di lato obliquo e base minore.



Sappiamo infatti che, se conosciamo la somma di due grandezze e il loro rapporto, ci basta calcolare l'unità frazionaria per poter poi ricavare le due grandezze.

Dobbiamo quindi dividere 45 per la somma di numeratore e denominatore per conoscere l'unità frazionaria:

45: 9 = 5 cm

Risulta perciò

BC = 5 x 5 = 25 cm

CD = 5 x 4 = 20 cm