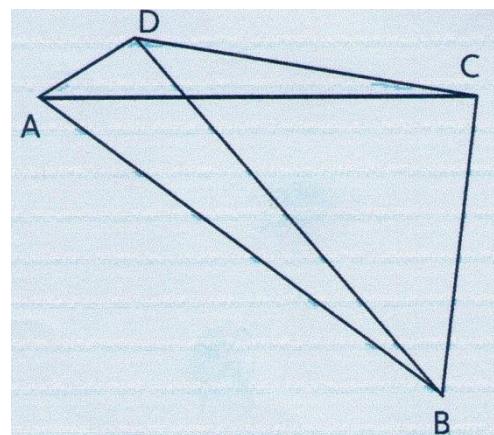


RIPASSIAMO I QUADRILATERI

Un quadrilatero è un poligono con 4 lati, 4 angoli e due diagonali.

In ogni quadrilatero

- Ciascun lato è minore della somma degli altri tre.
- La somma degli angoli interni misura 360° .
- La somma degli angoli esterni misura 360° .
- Le diagonali sono due.
- A, B, C, D sono vertici
- AB, BC, CD, DA sono lati
- ABC, BCD, CDA, DAB sono angoli
- AC, DB sono diagonali



Si chiama PERIMETRO la somma delle lunghezze dei lati

Se due quadrilateri hanno lo stesso perimetro, si dicono ISOPERIMETRICI

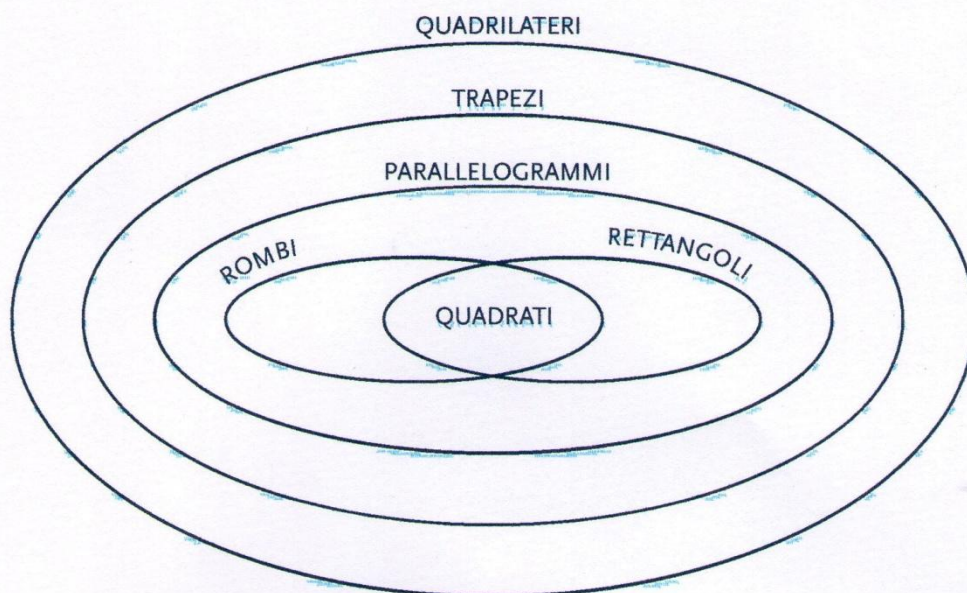
Contrariamente a quanto avviene nei triangoli, NON sempre possiamo tracciare una circonferenza inscritta e una circoscritta.

CONDIZIONE NECESSARIA affinché si possa tracciare una circonferenza INSCRITTA a un quadrilatero è che siano uguali le somme dei lati opposti.

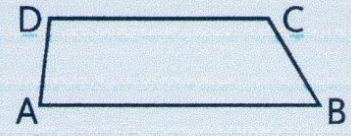
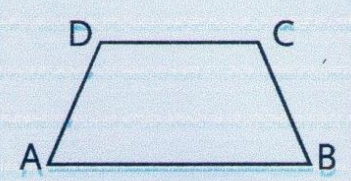
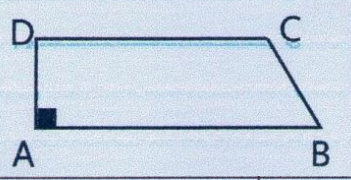
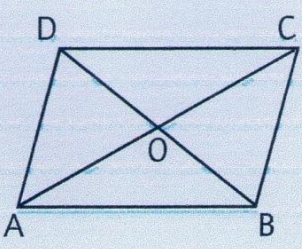
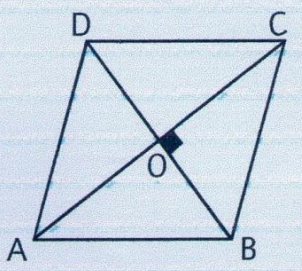
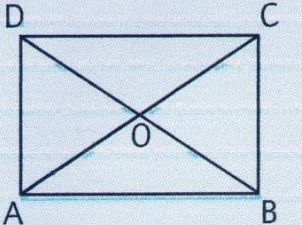
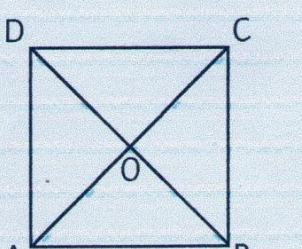
Per tracciare una circonferenza CIRCOSCRITTA a un quadrilatero è invece necessario che siano UGUALI le somme degli angoli opposti ovvero gli angoli opposti devono essere SUPPLEMENTARI (la loro somma deve essere di 180°).

CLASSIFICAZIONE DEI QUADRILATERI IN BASE AL NUMERO DI LATI

Rappresentazione dell'insieme dei quadrilateri con il diagramma di Venn.



QUADRILATERI

Nome	Definizione	Disegno	Proprietà
Trapezi	quadrilateri con due lati paralleli		$AB \parallel DC$
			$\frac{AB}{DA} = \frac{DC}{CB}$ $\hat{A} = \hat{B}$ $\hat{D} = \hat{C}$
			$AB \parallel DC$ $DA \perp AB$
Parallelogrammi	trapezi con i lati opposti paralleli		$AD \parallel BC$ $AB \parallel DC$ $\overline{AD} = \overline{BC}$ $\overline{AB} = \overline{DC}$ $\hat{A} = \hat{C}$ $\hat{B} = \hat{D}$ $\overline{AO} = \overline{OC}; \overline{DO} = \overline{OB}$
Rombi	parallelogrammi con i lati congruenti		$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$ $\hat{A} = \hat{C}$ $\hat{B} = \hat{D}$ $AC \perp DB$ $\overline{AO} = \overline{OC}$ $\overline{DO} = \overline{OB}$
Rettangoli	parallelogrammi con gli angoli congruenti		$\overline{AB} = \overline{DC}$ $\overline{AD} = \overline{BC}$ $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$ $\overline{AC} = \overline{BD}$ $\overline{AO} = \overline{OC} = \overline{DO} = \overline{OB}$
Quadrati	rombi con gli angoli congruenti oppure rettangoli con i lati congruenti		$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$ $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$ $\overline{AC} = \overline{BD}$ $AC \perp BD$ $\overline{AO} = \overline{OC} = \overline{DO} = \overline{OB}$

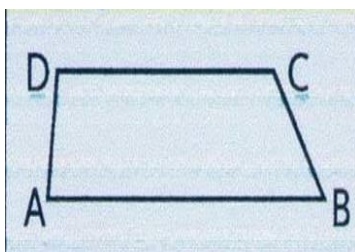
QUADRILATERI

TRAPEZIO

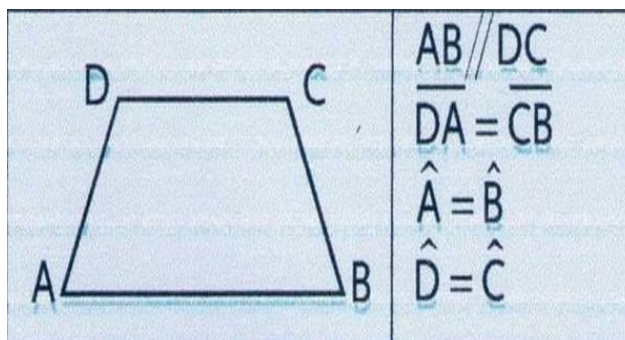
I TRAPEZI sono i quadrilateri con almeno due lati paralleli. I lati opposti paralleli prendono il nome di **BASI** mentre gli altri due lati si chiamano **LATI OBLIQUI**. In tutti i trapezi, gli angoli adiacenti ad uno stesso lato obliquo sono supplementari

Distinguiamo tre tipi di trapezi:

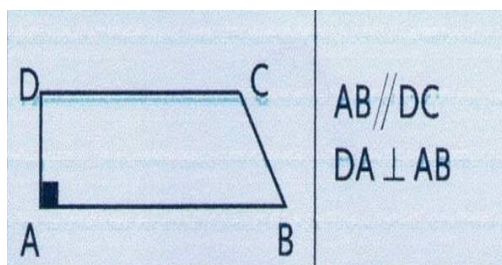
- scaleno : tutti i lati sono diversi tra loro



- isoscele : i lati obliqui sono congruenti. Inoltre, in un trapezio isoscele, risultano congruenti le proiezioni dei lati obliqui sulla base maggiore e le due diagonali. Siccome anche gli angoli alla base sono congruenti, gli angoli opposti sono supplementari e quindi tutti i trapezi isosceli si possono **INSCRIVERE** in una circonferenza.



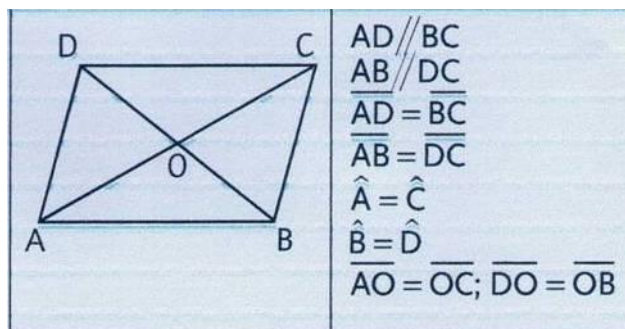
- rettangolo : uno dei lati obliqui è perpendicolare alle due basi



PARALLELOGRAMMA :

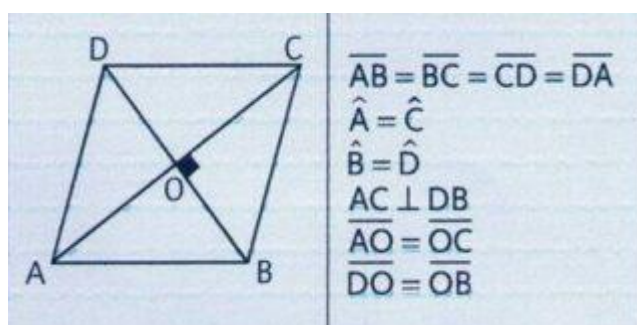
i parallelogrammi sono quadrilateri con lati opposti paralleli e congruenti. Gli angoli opposti sono congruenti mentre gli angoli adiacenti a ciascun lato sono supplementari. Le diagonali **NON** sono congruenti ma si dividono scambievolmente a metà. Il punto di incontro delle diagonali è **CENTRO DI SIMMETRIA** del parallelogramma. In generale, i parallelogrammi **NON** hanno un asse di simmetria e le diagonali **NON** sono **BISETTRICI** degli angoli

QUADRILATERI



ROMBO :

I rombi sono parallelogrammi con tutti i lati congruenti (lunghezza ℓ). Le diagonali di un rombo sono PERPENDICOLARI tra loro e sono BISETTRICI dei rispettivi angoli. Siccome di solito sono diverse, prendono il nome di diagonale MAGGIORE (D) e diagonale MINORE (d).

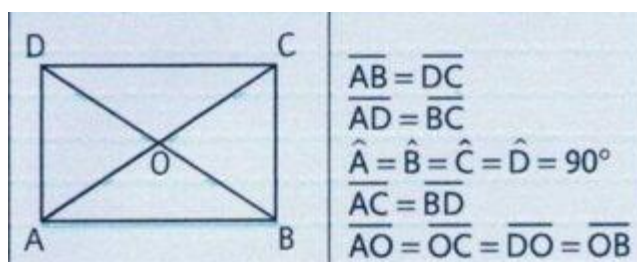


Oltre al centro di simmetria (coincidente con il punto di incontro delle diagonali), i rombi hanno anche due assi di simmetria (coincidenti con le diagonali).

Siccome le somme dei lati opposti sono uguali, ogni rombo si può circoscrivere ad una circonferenza (ovvero in ogni rombo possiamo inscrivere una circonferenza).

RETTANGOLO

I rettangoli sono parallelogrammi con tutti i lati congruenti (EQUIANGOLI). Siccome la somma degli angoli interni di un quadrilatero misura 360° , ciascun angolo misurerà $360:4 = 90^\circ$, cioè tutti gli angoli di un rettangolo sono retti.

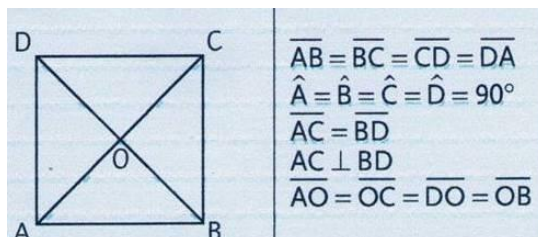


Le diagonali di un rettangolo sono congruenti. Il loro punto di incontro è centro di simmetria del rettangolo. I rettangoli hanno due assi di simmetria, coincidenti con gli assi dei lati. Siccome gli angoli opposti sono supplementari, i rettangoli si possono inscrivere in una circonferenza

QUADRILATERI

QUADRATO

Sono quadrilateri regolari. Risultano cioè equilateri ed equiangoli. Tutti i lati sono congruenti e tutti gli angoli sono retti. Le diagonali sono congruenti e perpendicolari e bisettrici degli angoli retti, che risultano perciò divisi in due angoli di 45°



I quadrati hanno centro di simmetria nel punto di incontro delle diagonali ed hanno quattro assi di simmetria, due coincidenti con le diagonali e due coincidenti con gli assi dei lati.

Come per tutti i poligoni regolari, possiamo tracciare sia la circonferenza inscritta che circoscritta

DELTOIDI

sono quadrilateri con le diagonali perpendicolari. In generale, le diagonali sono DISUGUALI e non si bisecano. I lati sono congruenti due a due.

FORMULE DIRETTE E INVERSE

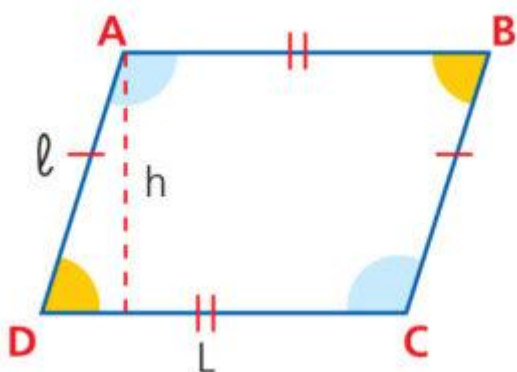
AREA DEL TRAPEZIO

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

$$h = \frac{2 \cdot A}{(B + b)}$$

$$B + b = \frac{2 \cdot A}{h}$$

AREA DEL PARALLELOGRAMMA



$$A = b \cdot h$$

$$b = A/h$$

$$h = A / b$$

Perimetro del parallelogramma:

$$P = 2L + 2 \ell$$

QUADRILATERI

AREA DEL ROMBO

$$A = \ell \cdot h$$

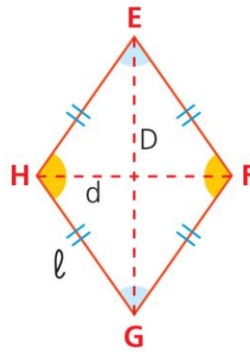
$$\ell = A : h$$

$$h = A : \ell$$

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$D = \frac{2A}{d}$$

$$d = \frac{2A}{D}$$



PERIMETRO DEL ROMBO

$$P = 4 \ell$$

AREA DEL RETTANGOLO

- $A = b \times h$
- $h = A : b$
- $b = A : h$

PERIMETRO DEL RETTANGOLO

- $P = 2b + 2h$
- $h = (P - 2b) : 2$
- $b = (P - 2h) : 2$

AREA DEL QUADRATO

$$A = \ell^2$$

$$\ell = \sqrt{A}$$

ma è anche :

$$A = d^2 : 2$$

$$d = \sqrt{2A} = \ell \cdot \sqrt{2}$$

PERIMETRO DEL QUADRATO

$$P = 4 \ell$$

AREA DEL DELTOIDE

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$D = \frac{2A}{d}$$

$$d = \frac{2A}{D}$$

Esercizi

In base alle misure degli angoli, scrivi di che tipo di quadrilatero si tratta (sono possibili più risposte).

Es.: $90^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 90^\circ$ rettangolo o quadrato

- $45^\circ - 45^\circ - 135^\circ - 135^\circ$

.....

- $90^\circ - 90^\circ - 32^\circ - 58^\circ$

.....

- $128^\circ - 103^\circ - 47^\circ - 82^\circ$

.....

ESERCIZIO 1

Un angolo di un parallelogramma misura 55° . Trova le misure degli altri angoli.

RICORDA: in un parallelogramma gli angoli sono uguali due a due

RISOLVI I SEGUENTI PROBLEMI

a) In un trapezio isoscele l'angolo adiacente alla base minore misura 130° . Trova le misure degli altri angoli.

[$50^\circ; 50^\circ; 130^\circ$]

b) Sapendo che in un quadrilatero due angoli misurano rispettivamente 80° e 130° e che un terzo angolo è la metà del primo, calcola la misura del quarto angolo.

[110°]

c) In un parallelogramma un lato è $\frac{3}{4}$ dell'altro. Calcola la misura dei lati sapendo che il perimetro misura 168 cm.

[36 cm; 48 cm]

d) Un rombo e un trapezio isoscele sono isoperimetrici e il lato del rombo misura 12 cm. Sapendo che la somma delle basi del trapezio misura 18 cm, calcola la lunghezza del lato obliquo.

[15 cm]

e) Un rettangolo ha l'altezza lunga 45 dm e la base $\frac{3}{5}$ dell'altezza. Calcola il perimetro.

[144 dm]

f) Un rettangolo ha il perimetro di 224 mm e l'altezza che misura 42 mm. Trova la misura della base. Calcola poi il perimetro di un parallelogramma avente la base congruente alla base del rettangolo e il lato obliquo che è i suoi $\frac{2}{5}$.

[70 mm; 196 mm]

g) Due rettangoli hanno un rapporto di similitudine di $\frac{5}{3}$. Sapendo che il rettangolo più grande ha base e altezza lunghe rispettivamente 25 cm e 60 cm, calcola il perimetro e l'area dei due rettangoli.

QUADRILATERI

- h)** In un rettangolo la somma e la differenza delle due dimensioni misurano 126 cm e 54 cm. Sapendo che un rettangolo simile a esso ha l'area di 90 cm^2 , calcolane il perimetro
- i)** In un rombo le diagonali misurano rispettivamente 42 cm e 56 cm. Sapendo che un rombo simile ha il lato lungo 5 cm, calcola perimetro e area del secondo rombo.
- l)** Due pentagoni hanno un rapporto di similitudine di $3/11$. Sapendo che il primo pentagono ha il perimetro di 165 cm, calcola perimetro e area del secondo
- m)** In due poligoni simili il rapporto di similitudine è $3/2$. Calcola il perimetro del secondo poligono, sapendo che quello del primo è di 56 cm, l'area del primo poligono, sapendo che l'area del secondo è di 576 cm^2 .
- n)** In un trapezio isoscele la somma e la differenza delle basi misurano rispettivamente 62 cm e 14 cm e l'area è di 744 cm^2 . Calcola l'altezza e il perimetro di un trapezio simile avente l'area di 18600 cm^2
- o)** In un trapezio rettangolo la somma delle basi misura 42 cm e la base minore è $5/9$ della maggiore, come il lato obliquo. Tracciando l'altezza BH si individua il triangolo rettangolo BHC. Determina l'area e l'ipotenusa di un triangolo simile, avente il cateto minore lungo 12 cm