IL RACCOGLIMENTO PARZIALE

Consideriamo il polinomio:

$$ax+bx+3a+3b$$

Non c’è un divisore (diverso da 1) comune a tutti i suoi termini, quindi non è possibile effettuare un raccoglimento totale.
Possiamo però eseguire un “raccoglimento parziale”: in pratica, possiamo effettuare dei raccoglimenti tra alcuni gruppi dei termini del polinomio.
I raccoglimenti parziali sono utili quando ci consentono poi di eseguire un successivo raccoglimento TOTALE.
Nel polinomio precedente, possiamo notare che i primi due termini del polinomio hanno in comune il fattore x mentre gli altri due termini hanno in comune il fattore 3.

$$\underbrace{ax+bx}_{\text{Fattore comune: } x} \quad + \quad \underbrace{3a+3b}_{\text{Fattore comune: } 3} =$$

Possiamo quindi raccogliere il fattore x tra i primi due termini e il 3 tra gli altri due termini.
Otteniamo così:

$$x(a+b) + 3(a+b)$$

Siccome questi raccoglimenti non sono effettuati fra tutti i termini del polinomio ma solo tra alcuni, sono detti raccoglimenti parziali.
Salta subito all’occhio che, dopo aver effettuato i raccoglimenti parziali, il polinomio presenta due termini che hanno in comune il fattore (a+b).

$$= x(a+b) + 3(a+b) =$$

Fattore comune: $(a+b)$

Possiamo perciò effettuare un RACCOGLIMENTO TOTALE del fattore comune (a+b).
otteniamo perciò:

$$(a+b)(x+3)$$

Vediamo insieme un altro esempio. Consideriamo il polinomio:
$a^2x+a^2y-bx-by$
Notiamo che i primi due termini hanno in comune il fattore a^2 mentre gli ultimi due termini hanno in comune -b

$$\underbrace{a^2x+a^2y}_{a^2}\ \underbrace{-bx-by}_{-b}$$

Possiamo quindi raccogliere a^2 tra i primi due e -b tra gli ultimi due termini. Otteniamo:
$a^2x+a^2y-bx-by = a^2(x+y) - b(x+y)$
Notiamo ora che i due termini hanno in comune il fattore (x+y). Effettuiamo quindi un raccoglimento totale :

$a^2x+a^2y-bx-by = a^2(x+y) - b(x+y) = (x+y)(a^2-b)$

Molti polinomi possono essere scomposti eseguendo prima dei raccoglimenti parziali e poi un raccoglimento totale.

Non ci sono regole precise per scegliere fra quali termini eseguire i raccoglimenti parziali ma bisogna sempre tenere presente l'obiettivo finale: i raccoglimenti parziali vanno effettuati in modo da consentire, successivamente, un raccoglimento totale.

ESEMPIO

Scomponiamo in fattori

3a**x** +**3**b**x** + a**y** + b**y**

Notiamo che i primi due termini hanno in comune il fattore 3x mentre gli ultimi due hanno il fattore comune y. Possiamo quindi effettuare un raccoglimento parziale:

$$\underbrace{3ax+3bx}_{3x} + \underbrace{ay\ +by}_{y}$$

3a**x** +**3**b**x** + a**y** + b**y** = 3x(a+b) + y (a+b)

I due termini tra parentesi sono uguali, per cui possiamo effettuare un raccoglimento totale :

3x(a+b) + y (a+b) = (a+b) (3x+y)

A questo punto la nostra scomposizione è completa, avendo ottenuto polinomi di primo grado IRRIDUCIBILI.

ESERCIZI

Scomponiamo i seguenti polinomi:

a) x^2-xy -x+y
b) $3a^2$+3ab +a+b

a) Possiamo raccogliere la x tra i primi due termini mentre tra gli ultimi due termini sembra non esserci nulla da raccogliere. In realtà possiamo raccogliere il fattore -1, in modo da ottenere il binomio (x-y), che ci permetterà poi di effettuare un raccoglimento totale:

$$\underbrace{x^2-xy}_{\text{Raccolgo x}}\ \underbrace{-x+y}_{\text{Raccolgo -1}}$$

Otteniamo quindi:

x^2-xy -x+y = x(x-y) -1(x-y) = (x-y) (x-1) possiamo anche procedere in maniera diversa, raccogliendo la x tra il primo e il terzo termine e -y tra il secondo e il quarto:

$$\overbrace{x^2-xy}^{\text{Raccolgo } x}\underbrace{-x+y}_{\text{Raccolgo } -y}$$

Otteniamo così :

$x^2-xy -x+y = x(x-1) -y(x-1) = (x-y) (x-1)$

b) $\mathbf{3a^2+3ab +a+b}$

Raccogliamo il fattore **3a** tra i primi due termini mentre tra gli ultimi due possiamo raccogliere il fattore 1, per poter poi effettuare un raccoglimento totale

$$\mathbf{3a}^2+\mathbf{3a}b +a+b = 3a\underbrace{(a+b) +1(a+b)}_{\text{Raccogliamo } (a+b)}= (a+b)(3a+1)$$

Scomponi i seguenti polinomi.

53 $ax+x+a+1$ $\qquad [(a+1)(x+1)]$

54 a^3+2a^2-a-2 $\qquad [(a^2-1)(a+2)]$

55 $2x^5+4x^3+3x^2+6$ $\qquad [(x^2+2)(2x^3+3)]$

56 $-2bx+ax-4b+2a$ $\qquad [(x+2)(a-2b)]$

57 $x^5-x^3+2x^2-2$ $\qquad [(x^2-1)(x^3+2)]$

58 $2a^3+a^2b+2ab^2+b^3$ $\qquad [(a^2+b^2)(2a+b)]$

59 $3x^2+xy-6xz-2yz$ $\qquad [(x-2z)(3x+y)]$

60 $x^3y^3 - x^2y^2 + 2xy - 2$ $[(xy-1)(x^2y^2+2)]$

61 $-ab - 2a + \frac{1}{2}b + 1$ $\left[\left(\frac{1}{2} - a\right)(2+b)\right]$

62 $x^2 - xz + \frac{1}{2}xy - \frac{1}{2}yz$ $\left[(x + \frac{1}{2}y)(x - z)\right]$

Scomponi il polinomio $x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x^2$.

—

Completa la seguente traccia di scomposizione.

$x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x^2 =$

$= x^2(\ldots + \ldots + \ldots + \ldots) =$ Raccoglimento totale di x^2

$= x^2[x^2(\ldots + \ldots) + 2(\ldots + \ldots)] =$ Raccoglimenti parziali

$= x^2(\ldots + \ldots)(x^2 + 2)$ Raccoglimento totale

Scomponi i seguenti polinomi.

87 $3a^4 + 6a^3 + 9a^2 + 18a$ $[3a(a+2)(a^2+3)]$

88 $a^3b + a^2b^2 + a(a+b)^2$ $[a(a+b)(ab+a+b)]$

89 $12x^6 + 18x^5 + 8x^4 + 12x^3$ $[2x^3(2x+3)(3x^2+2)]$

90 $\frac{1}{2}a^3 + a^2 + a + 2$ $\left[\frac{1}{2}(a+2)(a^2+2)\right]$

91 $4a^2x^4 + 6a^4x^3 + 4a^3x^2 + 6a^5x$ $[2a^2x(a+x^2)(3a^2+2x)]$

92 $2a^6 + 2a^5 + a^3 + a^2$ $[a^2(a+1)(2a^3+1)]$

93 $a^4b + a^3b^2 + a^2b^2 + ab^3$ $[ab(a+b)(a^2+b)]$

94 $-2a^2b - 6a^2 + \frac{2}{3}ab + 2a$ $\left[2a\left(\frac{1}{3} - a\right)(3+b)\right]$

95 $6x^5y - 6x^4y^2 + 9x^3y^3 - 9x^2y^4$ $[3x^2y(x-y)(2x^2+3y^2)]$

96 $bx^3 + ax^3 - 2x^3 + bx^2 + ax^2 - 2x^2$ $[x^2(x+1)(a+b-2)]$

97 $a^3bx + a^3by - a^2b^2x - a^2b^2y$ $[a^2b(a-b)(x+y)]$

228 $ay^2 + y^3 + by^2 + a^3y + a^4 + a^3b$ $[(y^2+a^3)(y+a+b)]$

229 $2a^2 - 2ax + 3(a-x)^2 - a + x$ $[(a-x)(5a-3x-1)]$

230 $(x-4)^2 - ax + 4a - 3x + 12$ $[(x-4)(x-a-7)]$

231 $3 - xy + 6x - 9y - 2x^2y + 3xy^2$ $[(3-xy)(1+2x-3y)]$

232 $a^{n+2} + 5a^2 + a^n + 5$, con $n \in \mathbb{N}$. $[(a^n+5)(a^2+1)]$

233 $x^{n+3}y^n - x^ny^{n+2} - 7ax^3 + 7ay^2$, con $n \in \mathbb{N}$. $[(x^3-y^2)(x^ny^n-7a)]$

Scomponi in fattori mediante raccoglimento totale o parziale

234 $5x^2y - 10xy^2 + 3x^2 - 6xy$

235 $6a^5b^3 - 12a^4b^4 + 10ab^2 - 5a^2b$

236 $4ax^2 + 12x^2 - \frac{4}{5}ax - \frac{12}{5}x$

237 $x^7 + 2x^5 - 3x^4 - 6x^2$

238 $(4x - 4y)^2 + 2x - 2y$

239 $8\left(b - \frac{1}{3}c\right)^2 + \frac{8}{3}c - 8b$

240 $ay + \frac{3}{4}xt - \frac{1}{4}ty + ac - \frac{1}{4}tc - 3ax$

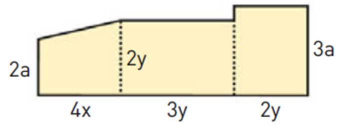
241 $9xy(c - 2b) - 3x^2y(2b - c) + 3xy^2c - 6xy^2b$

242 $9y^2 + 9ay - 5y(a + y) - 4y(a + y)^2$

243 $2tx(x - 3t)^3 - 5t^2x(3t - x)^2 + t^2x^2(3t - x)^2$

244 $3x^2y(x + 2y)^4 - 6xy^3(x + 2y)^3 + 9xy^4(x + 2y)^2$

245 Determina l'area della figura ed esprimi il risultato come prodotto di fattori.



$[2(a + y)(2x + 3y)]$

246 **EUREKA!** $\boldsymbol{A(x)}$, $\boldsymbol{B(x)}$ **e** $\boldsymbol{A(x) - B(x)}$ Dimostra che, se due polinomi $A(x)$ e $B(x)$, entrambi di grado maggiore o uguale a 1, danno lo stesso resto R se divisi per il binomio $x - 1$, allora il polinomio $A(x) - B(x)$ è divisibile per $x - 1$.