

## Riepilogo: la scomposizione in fattori con raccoglimenti e prodotti notevoli

Scomponi i polinomi:

a.  $a^4b^3 - 6a^3b^2 + 9a^2b$

b.  $ax^2 - 4a - bx^2 + 4b$

In questi esercizi devi utilizzare tutte le tecniche di scomposizione viste finora: osserva anzitutto se è possibile eseguire un raccoglimento totale tra i termini del polinomio, quindi procedi nella scomposizione eseguendo raccoglimenti parziali e totali, oppure riconoscendo opportuni prodotti notevoli.

a.  $a^4b^3 - 6a^3b^2 + 9a^2b = a^2b(\dots) = a^2b(\dots)^2$

puoi raccogliere  $a^2b$

riconosci il quadrato di un binomio

b.  $ax^2 - 4a - bx^2 + 4b = a(\dots) - b(\dots) = (\dots)(a - b) = (\dots)(\dots)(a - b)$

raccogli  $a$

raccogli  $b$

ora puoi eseguire un raccoglimento totale

differenza di quadrati: puoi scomporre ulteriormente

**246**  $a^4 - a^2b^2$

$[a^2(a + b)(a - b)]$

**262**  $7x^4 - 56x$

$[7x(x - 2)(x^2 + 2x + 4)]$

**247**  $3x^2 - 6x + 3$

$[3(x - 1)^2]$

**263**  $a^3b^2 + ab^4 + ab^2c^2 + 2a^2b^3 - 2a^2b^2c - 2ab^3c$

$[ab^2(a + b - c)^2]$

**248**  $a^2x - b^2x + a^2y - b^2y$

$[(x + y)(a - b)(a + b)]$

**264**  $3x^3 - 18x^2 + 36x - 24$

$[3(x - 2)^3]$

**249**  $z(x - y)^2 - z^3$

$[z(x + z - y)(x - z - y)]$

**265**  $4a^2 - 12ab + 9b^2 - 25$

$[(2a - 3b - 5)(2a - 3b + 5)]$

**250**  $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x$

$[x(x + 1)^3]$

**251**  $ax^2 + bx^2 - ay^2 - by^2$

$[(a + b)(x + y)(x - y)]$

**266**  $8a^4 - 27a$

$[a(2a - 3)(4a^2 + 6a + 9)]$

**252**  $2x^3 - 16y^3$

$[2(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)]$

**267**  $a^4 - a^2 - 20a - 100$

$[(a^2 + a + 10)(a^2 - a - 10)]$

**253**  $-2x^2 + 8xy - 8y^2$

$[-2(x - 2y)^2]$

**268**  $x^7 - 2x^5 + x^3$

$[x^3(x + 1)^2(x - 1)^2]$

**254**  $ax^2 - 4axy + 4ay^2 - ab^2$

$[a(x - 2y + b)(x - 2y - b)]$

**269**  $a^5 - a^3 + 8a^2 - 8$

$[(a + 1)(a - 1)(a + 2)(a^2 - 2a + 4)]$

**255**  $3x^3 - 30x^2 + 75x$

$[3x(x - 5)^2]$

**270**  $a^5 + a^4b - a^3 - a^2b$

$[a^2(a + 1)(a - 1)(a + b)]$

**256**  $x^7 - 81x^3$

$[x^3(x + 3)(x - 3)(x^2 + 9)]$

**271**  $0,04t^5 + 0,12t^4 + 0,09t^3$

$[\frac{1}{100}t^3(2t + 3)^2]$

**257**  $t^5 + t^3 + 1000t^2 + 1000$

$[(t + 10)(t^2 + 1)(t^2 - 10t + 100)]$

**272**  $3^{-2}x^4 - 0,6x^3 + x^2$

$[\frac{1}{9}x^2(x - 3)^2]$

**258**  $a^2b^2 + a^2 - 100b^2 - 100$

$[(a + 10)(a - 10)(b^2 + 1)]$

**273**  $4x^{3n} - 12x^{2n} + 9x^n$

$[x^n(2x^n - 3)^2]$

**259**  $c(a + b)^2 - c$

$[c(a + b + 1)(a + b - 1)]$

**274**  $x^{4n+2}y^n - x^2y^{3n}$

$[x^2y^n(x^{2n} - y^n)(x^{2n} + y^n)]$

**260**  $3y(x^2 - 1) + 2x^2 - 2$

$[(x + 1)(x - 1)(3y + 2)]$

**275**  $x^{4n+2} - x^{n+5}$

$[x^{n+2}(x^n - x)(x^{2n} + x^{n+1} + x^2)]$

**276** Calcola rapidamente:

a.  $9999^2 - 1$       b.  $9999^2 - 9998^2$

**277** Calcola a mente:

a.  $4,17^2 + 2 \cdot 4,17 \cdot 5,83 + 5,83^2$   
b.  $567895^2 - 2 \cdot 567895 \cdot 567892 + 567892^2$

**278** Calcola il valore della seguente espressione, senza utilizzare la calcolatrice:

$$101^4 - 2 \cdot 101^2 \cdot 99^2 + 99^4$$

**279** Determina la scomposizione in fattori primi del numero  $3^6 - 1$ . [ $2^3 \cdot 7 \cdot 13$ ]

**280** Determina il più grande numero primo che divide  $5^4 - 4$ . [23]

**281** Determina la scomposizione in fattori primi del numero  $5^8 - 2 \cdot 3^4 \cdot 5^4 + 3^8$ . [ $2^{10} \cdot 17^2$ ]

**282** Determina il più grande numero primo che divide  $3^{12} - 2^5 \cdot 3^6 + 2^8$ . [31]

## Problemi

**283** Determina il perimetro di un quadrato, sapendo che la sua area è  $4a^2 + 4a + 1$ , con  $a > 0$ . [ $8a + 4$ ]

**284** Esprimi, tramite un polinomio in forma normale, l'area della superficie totale di un cubo, sapendo che il suo volume è  $8a^3 + 12a^2 + 6a + 1$ , con  $a > 0$ . [ $24a^2 + 24a + 6$ ]

**285** L'area di un quadrato è  $9a^2 + 4b^2 + 1 + 12ab + 6a + 4b$ , con  $a > 0$  e  $b > 0$ . Determina il suo perimetro. [ $12a + 8b + 4$ ]

**286** Un solido è costituito da un cubo il cui spigolo misura  $x$ , avente una cavità a forma di parallelepipedo rettangolo i cui spigoli misurano 1, 4 e  $x$ . Esprimi, tramite un polinomio scomposto in fattori irriducibili, il volume del solido. [ $x(x-2)(x+2)$ ]

**287** Un solido è costituito da un parallelepipedo il cui volume è espresso dal polinomio  $4a^3 + 4a^2 + a$ , con  $a > 0$ , sormontato da un cubo il cui spigolo misura  $2a + 1$ . Esprimi, tramite un polinomio scomposto in fattori irriducibili, il volume del solido. [ $(2a+1)^2(3a+1)$ ]

Scomponi i seguenti polinomi.

**398**  $a^2b - 4b$

**399**  $x^2y^2 - 4yx^2 + 4x^2$

**400**  $a^2b^6 - a^4b^2$

**401**  $x^2y - 5xy + 6y$

**402**  $6x^3 + 18x^2 + 18x + 6$

**403**  $a^3b^2 - a$

**404**  $2ax^6 + 8a^3x^2 - 8a^2x^4$

**405**  $\frac{3}{4}b^4y - \frac{3}{16}b^2y^5$

**406**  $3a^3 + 3a^2 - 6a$

**407**  $y^3 + ay^2 - 2a^2y$

**408**  $-2ka^2 + 8ak^2 - 8k^3$

**409**  $c^4x^2 + c^4 - 81x^2 - 81$

**410**  $18y^3 - 6y^2 - 4y$

**411**  $2x^6 + 32x^2 - 16x^4$

$$x^8 - 4x^6 - 9x^4 + 36x^2$$

$$[x^2(x-2)(x+2)(x^2-3)(x^2+3)]$$

$$2x^6 - \frac{8}{3}x^5y + \frac{8}{9}x^4y^2 + 4x^4 - \frac{8}{3}x^3y + 2x^2$$

$$\left[2x^2\left(x^2 - \frac{2}{3}xy + 1\right)^2\right]$$

$$9a^5 - 81a^3 - 27a^2 + 3a^4$$

$$[3a^2(a+3)(a-3)(3a+1)]$$

$$2y^7 - \frac{1}{2}y^6 + \frac{1}{2}y^2 - 2y^3$$

$$\left[y^2\left(2y - \frac{1}{2}\right)(y^2+1)(y+1)(y-1)\right]$$

$$\frac{1}{2}b^3 + b^2 + 2b^2c + 4c^2 + 2bc^2 + 4bc$$

$$\left[\left(\frac{1}{2}b+1\right)(b+2c)^2\right]$$

$$2(a+x)(a+1) - 4(a+3)(x+a)$$

$$[-2(a+x)(a+5)]$$

$$(x^2 - y^2)(x - y) + 2(y - x)(x + y)^2$$

$$[(x+y)(y-x)(x+3y)]$$

$$2x^2(x-2y)^3 - 4x^3(2y-x)^2$$

$$[-2x^2(x-2y)^2(x+2y)]$$

$$9b^6 - 4b^4 - 225b^2 + 100$$

$$[(3b+2)(3b-2)(b^2-5)(b^2+5)]$$

$$x^8 + 7x^4 - 8$$

$$[(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+8)]$$

$$(3x-y)^2 - (2y+3x)^2 - 72x^2 - 2y^2 - 24xy$$

$$[-(6x+y)(5y+12x)]$$

$$(x-7)^2 - x^2 - 4x - 4$$

$$[-9(2x-5)]$$

$$8a^x + 2a^{3x+2} - 8a^{2x+1}, \text{ con } x \in \mathbb{N}.$$

$$[2a^x(a^{x+1}-2)^2]$$

$$2a^n - 4 + 2a^{n+1} - 4a + a^{3n} - 2a^{2n}, \text{ con } n \in \mathbb{N}.$$

$$[(a^n-2)(2+2a+a^{2n})]$$

$$a^{2n-1} - a^{n+1} + a^n - a^2, \text{ con } n \in \mathbb{N}.$$

$$[(a^{n-1}-a)(a+a^n)]$$