Trinomi del tipo ax^2+bx+c

Una variante del metodo di scomposizione del trinomio particolare

$$x^2+sx+p$$

permette a volte di scomporre anche trinomi del tipo

$$ax^2+bx+c$$

ovvero trinomi in cui il coefficiente del termine di secondo grado è DIVERSO da 1.

In questo caso, dovremo procedere nel modo seguente

1) Calcoliamo il prodotto $a \cdot c$
2) Cerchiamo due numeri, p e q, che diano come somma b e come prodotto $a \cdot c$
3) Scriviamo il trinomio dato nella forma $ax^2+px+qx+c$
4) Eseguiamo opportuni raccoglimenti per completare la scomposizione

Vediamo come usare questo metodo con qualche esempio

ESEMPIO 1

Scomponiamo il trinomio $2x^2 - 7x + 5$

1) In questo caso risulta: a= 2, b= -7 e c = 5

Dobbiamo calcolare il prodotto ac = 10

2) Dobbiamo ora cercare due numeri che moltiplicati abbiamo come prodotto +10 e sommati forniscano -7. Essendo la somma negativa e il prodotto positivo, i due numeri devono essere concordi ed entrambi negativi.

Siccome

$+10 = (-2)(-5)$

Ed essedo

$-7 = -2 - 5$

I due numeri cercati sono p = -2 e q = -5. Scriviamo quindi:

$$2x^2 \underbrace{-\ 2x - 5x}_{-7x\text{ viene “separato” in due termini}} +\ 5$$

Eseguiamo ora due raccoglimenti parziali. Raccogliamo 2x tra i primi due termini e -5 tra i secondi due termini. Otteniamo:

$2x^2 - 2x - 5x + 5 = 2x\ (x-1) -5\ (x-1)$

Possiamo ora eseguire un raccoglimento totale :

$2x^2 - 2x - 5x + 5 = 2x\ (x-1) -5\ (x-1)\ = (x-1)\ (2x-5)$

In conclusione, risulta:

$2x^2 - 7x + 5 = (x-1)\ (2x-5)$

ESEMPIO 2

Scomponiamo il trinomio $2x^2-5x-3$

Come nel caso precedente, dobbiamo trovare due numeri che diamo come somma -5 e come prodotto (2) (-3) = -6

Essendo il prodotto negativo, i due termini sono discordi.

Facilmente troviamo che

-6 = (-6) (1)

-5 = -6+1

Possiamo quindi scrivere

-5x = -6x + x

E procedere come prima, raccogliendo 2x tra i primi due termini e +1 tra i secondi due

$$2x^2 \underbrace{-\ 6x + x}_{-5x\ =\ -6x+x} -3$$

$2x^2 - 6x + x - 3 = 2x\ (x-3) + 1\ (x-3)$

Eseguiamo ora un raccoglimento totale del fattore (x-3), ottenendo così la scomposizione cercata:

$2x^2 - 5x - 3 = 2x^2 - 6x + x - 3 = 2x(x-3) + 1(x-3) = (x-3)(2x+1)$

Esercizi Trinomi del tipo ax^2+bx+c

a) $2x^2 - x - 10$
b) $3x^2 + 5x - 2$;
c) $x^2 - 2bx - 8b^2$
d) $2x^2 + 19x + 9$
e) $y^2 - 6xy - 16x^2$
f) $x^2 - 9bx + 14b^2$
g) $x^2 - 11xy - 30y^2$
h) $a^2 - 2ab - 3b^2$
i) $5a^2 - 17a + 6$
j) $3x^2 + 8x - 3$
k) $14b^2 - b - 4$
l) $4c^2 - 9c + 5$

$2a^2 + a - 3$	$5a^2 - a - 4$	$[(a-1)(2a+3); (a-1)(5a+4)]$
$4y^2 - 5y + 1$	$2b^2 + 5b - 7$	$[(y-1)(4y-1); (b-1)(2b+7)]$
$3a^2 - a - 10$	$2t^2 - 7t + 6$	$[(a-2)(3a+5); (t-2)(2t-3)]$
$10x^2 + 7x - 6$	$3t^2 + 14t - 5$	$[(2x-1)(5x+6); (t+5)(3t-1)]$
$6u^2 + 5u - 6$	$4y^2 - 21y - 18$	$[(2u+3)(3u-2); (y-6)(4y+3)]$
$2x^2 + x - 28$	$15p^2 + 7p - 2$	$[(x+4)(2x-7); (3p+2)(5p-1)]$
$2t^2 - 7t - 30$	$2x^2 + 17x - 30$	$[(t-6)(2t+5); (x+10)(2x-3)]$