

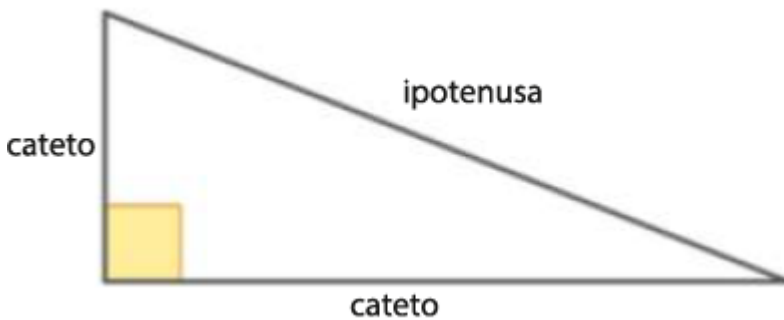
Come ricorderete, i TRIANGOLI sono figure geometriche PIANE con tre lati e tre angoli. Inoltre, chiamiamo

- ISOSCELE un triangolo con due lati (e due angoli) uguali
- EQUILATERO un triangolo con tutti i lati e tutti gli angoli uguali
- RETTANGOLO un triangolo con un angolo retto

Ricordiamo inoltre che

- la SOMMA DEGLI ANGOLI INTERNI di un triangolo è sempre 180° .
- La SOMMA DEGLI ANGOLI ESTERNI è sempre 360°

I triangoli compaiono spesso nella risoluzione dei problemi di Fisica; in particolare, incontrerete spesso i triangoli rettangoli.



Come detto, un triangolo rettangolo è quello in cui due lati sono perpendicolari tra loro e formano perciò un angolo retto. Chiamiamo CATETI i due lati che formano l'angolo retto e IPOTENUSA il lato opposto all'angolo retto (e che risulta essere il lato più lungo dei triangoli rettangoli).

RICORDA:

la somma dei cateti è sempre maggiore dell'ipotenusa

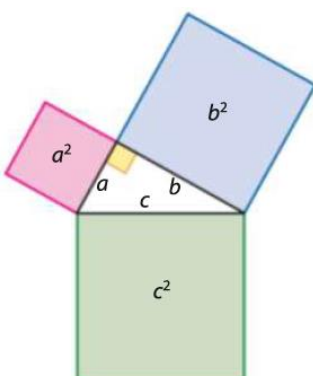
l'ipotenusa è invece sempre maggiore della differenza tra i cateti

Per i triangoli rettangoli vale il TEOREMA DI PITAGORA, che lega le lunghezze dei lati tra loro. Infatti per la perpendicolarità tra i due cateti, il terzo lato resta fissato.

Secondo il teorema di Pitagora,

In un triangolo rettangolo, il quadrato della lunghezza dell'ipotenusa è uguale alla somma dei quadrati delle lunghezze dei cateti:

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Il teorema di Pitagora ci permette dunque di ricavare la lunghezza dell'ipotenusa, note le lunghezze dei cateti:

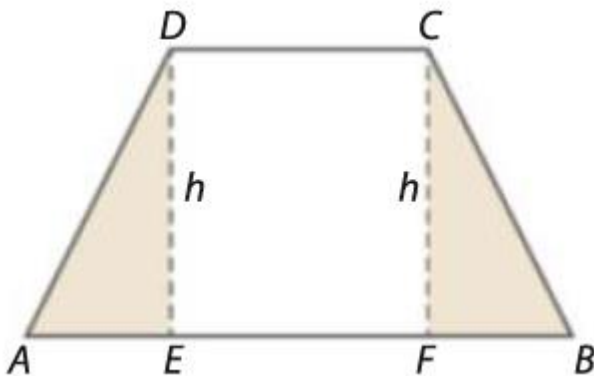
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Se invece conosciamo l'ipotenusa e un cateto, possiamo ricavare la lunghezza del cateto sconosciuto:

$$a^2 = c^2 - b^2 \Rightarrow a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Possiamo applicare il teorema di Pitagora ogni volta che riconosciamo un triangolo rettangolo in una qualsiasi figura. Ad esempio in un trapezio possiamo individuare due triangoli rettangoli, formati da un lato obliquo, un'altezza e una parte della base maggiore.



Lo stesso accade anche nei rettangoli e nei rombi. Un caso particolare è quello del quadrato, in cui il teorema di Pitagora ci permette di calcolare velocemente la diagonale. Infatti nei quadrati il triangolo rettangolo è composto da due cateti di lunghezza uguale al lato del quadrato e dalla diagonale.

Per il teorema di Pitagora risulta

$$d = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2l^2} = l\sqrt{2}$$

Ovvero: per calcolare la diagonale di un quadrato, ci basta moltiplicare la lunghezza del lato per $\sqrt{2}$

A questo punto tocca a voi esercitarvi con alcuni quesiti presi dal RUFFO – LANOTTE. Mi piace questo testo perché propone esercizi via via più difficili, anche se il mio preferito resta il WALKER, oltre al mitico AMALDI, su cui ho studiato Meccanica Razionale.

1 Completa il seguente enunciato.

In un triangolo rettangolo, la dei dei cateti è uguale al dell'ipotenusa.

2 Vero o falso?

- a. L'ipotenusa è sempre più lunga di ciascun cateto. V F
- b. I cateti non possono mai essere uguali tra loro. V F
- c. La somma delle lunghezze dei due cateti è uguale alla lunghezza dell'ipotenusa. V F
- d. Il teorema di Pitagora si può usare solo nei triangoli rettangoli. V F

3 I lati di un triangolo rettangolo sono nella relazione

$$x^2 = y^2 - z^2.$$

► Qual è l'ipotenusa?

A x

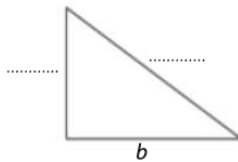
B y

C z

Il problema vi serve a comprendere che al di là del nome che diamo alle varie parti coinvolte nell'enunciato del teorema di Pitagora, quello che importa è il suo contenuto. Infatti per calcolare un cateto, dobbiamo SOTTRARRE dalla lunghezza dell'ipotenusa quella dell'altro cateto. Questo significa che:

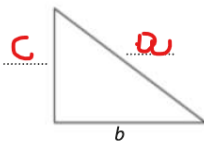
- x e z sono i cateti
- y è invece l'ipotenusa

4 Se $a^2 - c^2 = b^2$, completa la figura di seguito.



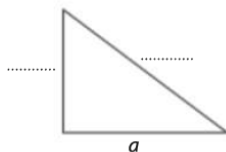
Come nel problema precedente, riflettete sul significato del teorema di Pitagora! Capirete così quali sono le lettere giuste da mettere sui puntini:

4 Se $a^2 - c^2 = b^2$, completa la figura di seguito.

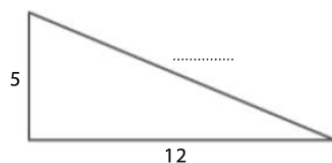


A questo punto penso che abbiate compreso il senso dei vari quesiti proposti. Continuate quindi voi con i seguenti:

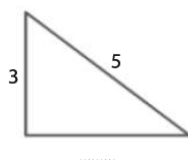
5 Se $b^2 = a^2 + c^2$, completa la figura di seguito.



6 Completa la figura facendo uso del teorema di Pitagora.



7 Completa la figura facendo uso del teorema di Pitagora.



Negli ultimi due problemi dovete finalmente passare ai numeri, cosa sempre più semplice che operare con le lettere. Vi basta applicare il teorema di Pitagora sostituendo alle lettere i valori numerici forniti.

Troverete nel problema 6 che l'ipotenusa deve avere una lunghezza di 13 mentre nel problema 7 scoprirete che il cateto ignoto deve avere una lunghezza di 4.

I problemi che seguono sono più adatti a una lezione di geometria che di Fisica ma vi permettono di ricordare come ragionare per la risoluzione di qualsiasi problema.

- 9** Un triangolo rettangolo ha l'area di 240 cm^2 e un cateto è lungo 16 cm .
- ▶ Calcola il perimetro del triangolo. [80 cm]
- 10** La somma di due cateti di un triangolo rettangolo è 142 cm e la loro differenza è 98 cm .
- ▶ Calcola perimetro e area del triangolo. [264 cm; 1320 cm^2]
- 11** In un triangolo rettangolo l'ipotenusa è più lunga di 6 cm del cateto minore. Il cateto minore è $\frac{7}{16}$ dell'ipotenusa.
- ▶ Calcola il perimetro del triangolo. [25 cm]

Per il PROBLEMA 9:

Ricordate che l'area di un triangolo rettangolo si calcola moltiplicando le lunghezze dei cateti e dividendo il risultato per 2. Ricaverete così la FORMULA INVERSA:

$$a = 2A/b$$

Dovrete poi calcolare la lunghezza dell'ipotenusa con il teorema di Pitagora e infine sommare le lunghezze dei tre lati per ottenere il perimetro

Per il PROBLEMA 10, dovete invece ricordare che, se conosciamo la somma e la differenza tra due segmenti, possiamo ricavare facilmente entrambi. Vale infatti la regola seguente

REGOLA : Se conosciamo SOMMA S E DIFFERENZA D TRA DUE SEGMENTI AB e CD, con $AB > CD$, abbiamo

- $AB = (S + D) : 2$
- $CD = (S - D) : 2$

In questo caso:

- $S = 142 \text{ cm}$
- $D = 98 \text{ cm}$

Di conseguenza i cateti a e b risultano essere:

$$a = (142 + 98) : 2 = 120 \text{ cm}$$

$$b = (142 - 98) : 2 = 22 \text{ cm}$$

Dovete invece calcolare l'ipotenusa con il teorema di Pitagora. Troverete che essa misura 122 cm

A questo punto non vi resta che sommare le lunghezze dei lati per determinare il perimetro.

Vi basterà invece moltiplicare le misure dei cateti e dividere il risultato per 2 e avrete l'area.

IL PROBLEMA 11 invece vi permette di ricordare il metodo dell'unità frazionaria.

Ricordate che, se conosciamo la differenza tra due numeri e il loro rapporto, ci basta dividere la differenza per la differenza tra numeratore e denominatore e poi moltiplicare il risultato per il numeratore e per il denominatore per trovare i due numeri.

In questo caso, il problema ci dice che la differenza tra ipotenusa e cateto minore misura 6 cm.

$$\text{Risulta inoltre: } (16-7) = 9$$

L'unità frazionaria è quindi

$$6 : 9 = 2/3$$

Abbiamo perciò

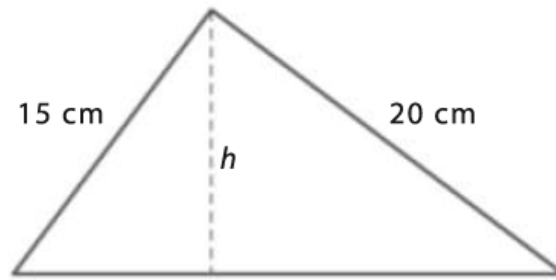
$$\text{Cateto} = 14/3 \text{ cm} = 4,6 \text{ cm}$$

$$\text{Ipotenusa} = 32/3 \text{ cm} = 10,6 \text{ cm}$$

Calcolate l'altro cateto con il teorema di Pitagora e troverete che esso misura 9,6 cm

Sommando i valori trovati troverete che il perimetro misura 24,8 cm, che potete approssimare a 25 cm.

- 12** Un triangolo rettangolo ha cateti lunghi 15 cm e 20 cm.



- Calcola la misura dell'altezza h relativa all'ipotenusa.

[12 cm]

Ricordate che l'area di un qualsiasi triangolo è uguale al prodotto della base e dell'altezza diviso 2. Nel caso del triangolo rettangolo, l'area è anche uguale al prodotto dei cateti diviso 2.

Per risolvere il problema, quindi, dovrete calcolare l'ipotenusa con il teorema di Pitagora, poi calcolare l'area come prodotto dei cateti diviso 2 e quindi applicare la formula inversa dividendo il doppio dell'area per la lunghezza dell'ipotenusa e otterrete l'agognata lunghezza dell'altezza.

- 13** La diagonale di un quadrato è lunga 128 cm.

- Calcola l'area del quadrato.

[8192 cm²]

- 14** L'altezza di un rettangolo è $\frac{4}{5}$ della diagonale, che misura 40 cm.

- Calcola il perimetro e l'area del rettangolo.

[112 cm; 768 cm²]

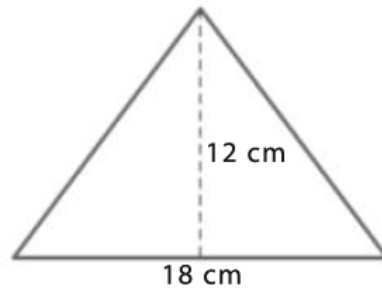
Per il PROBLEMA 13, vi basta ricavare il lato del quadrato dividendo la lunghezza della diagonale per $\sqrt{2}$ e poi applicare la formula per il calcolo dell'area

Nel PROBLEMA 14, una volta ricavata l'altezza del rettangolo, vi basta applicare il teorema di Pitagora per calcolare la base (che è il cateto del triangolo rettangolo formato con base, diagonale e altezza).

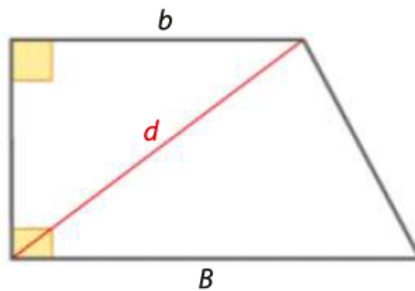
Una volta calcolata la lunghezza della base, non vi resta che applicare le formule per calcolare l'area del rettangolo e il perimetro.

E ora provate a risolvere gli ultimi problemi da soli. Se avrete difficoltà, potete contattarmi e cercheremo di risolverli insieme.

- 15** Un triangolo isoscele ha la base lunga 18 cm e l'altezza riferita alla base lunga 12 cm.



- ▶ Calcola il perimetro del triangolo. [48 cm]
- 16** In un triangolo equilatero l'altezza misura 16 cm.
- ▶ Calcola perimetro e area del triangolo. [55,5 cm; 148 cm²]
- 17** In un trapezio rettangolo le basi misurano $b = 40$ cm e $B = 56$ cm e la diagonale minore misura $d = 50$ cm.



- ▶ Calcola perimetro e area del trapezio. [160 cm; 1440 cm²]