Come abbiamo già detto, una FORMULA è un'equazione che mette in relazione diverse variabili, ciascuna rappresentata da una lettera.
Nelle relazioni che esprimono le leggi fisiche compaiono sempre due o più grandezze e, a seconda dei casi, conosciamo i valori di qualcuna di esse e non di altre.
Possiamo considerare le formule come equazioni ed applicare ad esse i principi di equivalenza delle equazioni per trovare una delle variabili contenute nella formula. Questo significa ricavare una **formula inversa**, cioè una nuova relazione che esprima la stessa legge, ma fornendoci la grandezza incognita che desideriamo conoscere.
UNA FORMULA INVERSA è una NUOVA RELAZIONE che esprime la STESSA LEGGE ma con "in evidenza" un'altra grandezza.
Vediamo come procedere nel caso di

1) FORMULE CON SOMME E SOTTRAZIONI

Se nella formula compaiono solo somme e sottrazioni, isoliamo da un lato della formula la grandezza che vogliamo calcolare e spostiamo tutte le altre grandezze dall'altro lato, CAMBIANDO il segno.
Applichiamo cioè il PRIMO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA.
Consideriamo per esempio la formula
A= B + C
E supponiamo di voler ricavare B.
In pratica SPOSTIAMO C al primo membro CAMBIANDO IL SUO SEGNO (sottraiamo da entrambi i membri della formula C). Avremo:
A **- C** = B+C **- C**

+ C ed - C del secondo membro si annullano tra di loro, per cui possiamo riscrivere la formula direttamente come
B = A - C.
Se invece vogliamo ottenere l'incognita C, sottrarremo la B ad entrambi i membri ed otterremo:
C = A – B
Facciamo un altro esempio. Il teorema di Pitagora ci dice che il quadrato dell'ipotenusa c è uguale alla somma dei quadrati dei cateti a e b:
$c^2 = a^2 + b^2$
Noti i cateti, possiamo calcolare l'ipotenusa:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Se invece conosciamo un cateto e l'ipotenusa, possiamo ricavare l'altro cateto, Se ad esempio vogliamo ricavare a, sottraiamo b^2 da entrambi i membri:

$c^2 - b^2 = a^2 + b^2 - b^2$
da cui :
$a^2 = c^2 - b^2$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

Analogamente, se vogliamo ricavare b, sottraiamo a^2 da entrambi i membri e otteniamo:
$b^2 = c^2 - a^2$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

2) FORMULE CON PRODOTTI E QUOZIENTI

Se nella formula compaiono solo prodotti e quozienti, applichiamo il SECONDO PRINCIPIO di equivalenza.
Consideriamo la relazione che lega densità d, volume V e massa m di un corpo

$$d = \frac{m}{V}$$

a) Supponiamo di conoscere la densità d e il volume V e di voler esplicitare la massa m in funzione delle due grandezze note.

Il "trucco" consiste nell'isolare la grandezza da esplicitare in uno dei due membri dell'equazione, eliminando le altre grandezze. In questo caso, ricordando le proprietà delle equazioni, moltiplichiamo entrambi i membri della relazione per V:

$$d \cdot V = \frac{m}{\cancel{V}} \cdot \cancel{V} \rightarrow d \cdot V = m \rightarrow m = d \cdot V$$

b) Supponiamo di conoscere la densità d e la massa m e di voler esplicitare il volume V. In questo caso V è al denominatore, quindi, dopo aver isolato V dividendo entrambi i membri per m, scriviamo il reciproco di entrambi i membri:

$$\frac{d}{m}=\frac{\cancel{m}}{V}\cdot\frac{1}{\cancel{m}} \rightarrow \frac{d}{m}=\frac{1}{V} \rightarrow \frac{m}{d}=V \rightarrow V=\frac{m}{d}$$

Consideriamo un altro esempio. La velocità media v è definita come il rapporto tra la distanza percorsa D e il tempo t impiegato a percorrerla :

$$v=\frac{D}{t}$$

Se conosciamo v= 100 km/h e t= 0,25 h, possiamo calcolare la distanza percorsa. Moltiplichiamo entrambi i membri per t:

$$vt=\frac{D}{\cancel{t}}\cancel{t}$$

Ovvero :

D= vt

Con i valori numerici dati ricaviamo

D= 100 (km/h) (0,25 h) = 25 km

Supponiamo di conoscere v= 80 km/h e D= 40 km. Per conoscere quanto tempo impieghiamo a percorrere questa distanza, moltiplichiamo i due membri della formula della velocità per t. Come prima otteniamo

Vt= D

Dividiamo ora entrambi i membri per v:

$$\frac{\cancel{v}t}{\cancel{v}}=\frac{D}{\cancel{v}}$$

Ovvero

$$t=\frac{D}{v}$$

Con i valori numerici dati otteniamo :

t = 0,5h = 30 min

3) FORMULE CON PRODOTTI E SOMME

Se nella formula che stiamo considerando compaiono sia fattori che addendi, dovremo applicare entrambi i principi di equivalenza.
Consideriamo la formula per calcolare la velocità

$$v = v_0 + at$$

Dove v_0 = velocità iniziale
A= accelerazione
T= tempo
Supponiamo di voler calcolare l'accelerazione a.

a) Sottraiamo v_0 da entrambi i membri della formula (ovvero la spostiamo al primo membro cambiata di segno):

$$v - v_0 = \cancel{v_0} + at \cancel{- v_0}$$

b) Dividiamo tutto per t :

$$\frac{v - v_0}{t} = \frac{a\cancel{t}}{\cancel{t}}$$

Otteniamo perciò:

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

4) FORMULE CON QUADRATI

Se nella formula compaiono dei quadrati, dovremo estrarre la radice quadrata, che è l'operazione inversa dell'elevamento a potenza.
Consideriamo la formula dell'area del quadrato :
$A= l^2$
Vogliamo calcolare il lato:

$$\sqrt{A} = \sqrt{l^2}$$

Siccome radice quadrata e elevamento al quadrato si annullano a vicenda, otteniamo:

$$\sqrt{A} = l$$

Facciamo un altro esempio. La formula per calcolare l'area del cerchio è
$A = \pi \cdot r^2$
Vogliamo calcolare il raggio r.
Dividiamo innanzi tutto entrambi i membri per π :

$$\frac{A}{\pi} = \frac{\pi r^2}{\pi}$$

Da cui

$$\frac{A}{\pi} = r^2$$

Estraiamo ora la radice quadrata da entrambi i membri:

$$\sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{r^2}$$

Ovvero :

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

ATTENZIONE: non possiamo estrarre la radice quadrata di un numero negativo!
Infatti, in generale, quando estraiamo la radice quadrata di due membri di un'equazione, NON otteniamo un'equazione equivalente.
Ora provate voi con i seguenti esercizi

1 La formula inversa per trovare h dalla formula $x = h \cdot y$ è

A $h = \frac{1}{y}$ C $h = \frac{y}{x}$

B $h = \frac{x}{y}$ D $h = x \cdot y$

2 La formula inversa per trovare y dalla formula $z = x + y$ è

A $y = z + x$ C $y = \frac{z}{x}$

B $y = z - x$ D $y = z \cdot x$

3 La formula inversa per trovare V dalla formula $G = F - V$ è

A $V = F \cdot G$ C $V = F + G$

B $V = F - G$ D $V = \frac{F}{G}$

4 Completa la seguente inversione di formula per ricavare C:

$$A = B \cdot C \implies \frac{A}{\dots\dots} = \frac{B \cdot C}{\dots\dots} \implies \frac{A}{\dots\dots} = C \implies C = \frac{A}{B}$$

5 Completa la seguente inversione di formula per ricavare C:

$$A = \frac{B}{C} \implies \frac{A \cdot \dots\dots}{\dots\dots} = \frac{B}{C} \cdot \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \implies C = \frac{B}{A}$$

6 Completa la seguente inversione di formula per ricavare C:

$$A = B \cdot C^2 \implies \frac{A}{\dots\dots} = \frac{B \cdot C^2}{\dots\dots} \implies \frac{A}{\dots\dots} = C^2 \implies$$

$$\implies \sqrt{\frac{A}{\dots\dots}} = C \implies C = \sqrt{\frac{A}{B}}$$

7 Un rubinetto ha una perdita d'acqua. La quantità di acqua Q (in litri) che fuoriesce dal rubinetto varia nel tempo t (in ore) secondo la funzione $Q = 7 \cdot t$.

▸ Completa la tabella.

***t* (ore)**	....	....	....	....	....	....	....
***Q* (litri)**	2	10	15	18	34	50	86

8 Data la formula $Q = A \cdot t$, calcola la quantità A nei seguenti casi:

a. $Q = 40$; $t = 3$

b. $Q = 15$; $t = 4{,}5$

c. $Q = 18$; $t = 0{,}5$

9 Il numero N di persone in una fila varia nel tempo t (espresso in ore) secondo la funzione $N = \frac{6}{t}$.

▸ Completa la tabella.

***t* (ore)**	....	....	....	....	....	....	....
N	18	16	15	12	10	7	6

10 Data la formula $N = \frac{A}{t}$, calcola la quantità A nei seguenti casi:

a. $N = 2$; $t = 1{,}3$

b. $N = 3$; $t = 1$

c. $N = 12$; $t = 2{,}1$

15 Inverti la formula $f = \frac{1}{T}$ per trovare la variabile T

16 Inverti la formula $F = m \cdot a$ per trovare:

a. la variabile m.

b. la variabile a.

17 Inverti la formula $T = \frac{Q}{m \cdot c}$ per trovare:

a. la variabile Q.

b. la variabile m.

18 Inverti la formula $E = m \cdot c^2$ per trovare:

a. la variabile m.

b. la variabile c.

19 Inverti la formula $F = G\frac{M \cdot m}{R^2}$ per trovare:

a. la variabile R.

b. la variabile M.

20 Inverti la formula $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ per trovare:

a. la variabile k.

b. la variabile m.

Inverti le formule seguenti per determinare la grandezza indicata a lato

219	$F = \frac{mg}{l}$	m	$\left[m = \frac{Fl}{g}\right]$
220	$s = s_0 + vt$	v	$\left[v = \frac{s - s_0}{t}\right]$
221	$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$	Q_1	$\left[Q_1 = \frac{Fr^2}{kQ_2}\right]$
222	$L = q(V_A - V_B)$	V_B	$\left[V_B = V_A - \frac{L}{q}\right]$
223	$T^2 = \frac{4\pi^2 l}{g}$	l	$\left[l = \frac{T^2 g}{4\pi^2}\right]$
224	$T = \frac{2\pi}{\omega}$	ω	$\left[\omega = \frac{2\pi}{T}\right]$
225	$C = C_0(1 + it)$	i	$\left[i = \frac{C - C_0}{tC_0}\right]$
226	$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	a	$\left[a = \frac{2(s - s_0 - vt)}{t^2}\right]$
227	$f = \frac{pq}{p + q}$	p	$\left[p = \frac{fq}{q - f}\right]$
228	$V = \pi r^2 h$	h	$\left[h = \frac{V}{\pi r^2}\right]$
229	$x - 2y + 1 = 0$	x	$[x = 2y - 1]$
230	$2x - 3y + 6 = 0$	y	$\left[y = \frac{2}{3}(x + 3)\right]$
231	$Q = mc(t_2 - t_1)$	m	$\left[m = \frac{Q}{c(t_2 - t_1)}\right]$
232	$Q = mc(t_2 - t_1)$	t_2	$\left[t_2 = \frac{cmt_1 + Q}{cm}\right]$

14 ★★☆ A causa della rotazione della Terra intorno al suo asse, la velocità di un punto sull'equatore vale circa 28 km/min. L'equazione che lega velocità (v), distanza (D) e tempo (t) è $v = D/t$.

- Calcola la distanza che percorrerebbe un punto sull'equatore in 2 h.
- E in 24 ore? A che cosa corrisponde quest'ultimo valore?

[3 360 km; 40 320 km]

15 ★★☆ Hai 30 cubetti uguali e vuoi riempire un volume di 240 dm^3.

- Calcola quanto deve essere lungo il lato di ognuno dei cubetti, in cm, per poter riempire esattamente il volume dato.

[20 cm]

16 ★★☆ La relazione tra due grandezze x e y è data dalla seguente equazione: $y = 3x^2 - 5$.

- Calcola il valore positivo di x per i seguenti valori di y:

a. $y = -2$

b. $y = 4$

c. $y = -5$

d. $y = 103$

[1, $\sqrt{3}$; 0; 6]

17 ★★☆ Un cilindro e un cono hanno uguale altezza, $h = 20$ cm, e uguale volume. Il cono ha raggio di base pari a 14 cm.

- Determina il raggio del cilindro.

[8,1 cm]

21 ★★☆ La velocità di caduta di un corpo è data dall'equazione: $v = v_0 + gt^2$, dove v_0 è la velocità all'istante iniziale, $g = 10$ m/s² è l'accelerazione di gravità e t è il tempo.

- ► Ricava l'incognita v_0 e l'incognita t (considerata positiva) dall'equazione precedente.

22 ★★☆ Due grandezze a e b, entrambe positive, sono legate dalla relazione $a = 1{,}5\, b^2$.

Calcola il valore di b per i seguenti valori di a:

- ► $a = 3$
- ► $a = 6$
- ► $a = 9$
- ► $a = 150$

[$\sqrt{2}$; 2; $\sqrt{6}$; 10]

23 ★★☆ La densità del sughero vale 300 kg/m³.

- ► Quanto vale il volume occupato da 150 kg di sughero? (Ricorda che la densità è definita come il rapporto fra massa e volume di un oggetto, cioè $d = m/V$.)

[0,5 m³]